

Bu bölümde doğrusal fonksiyonlar yardımıyla denklem ve eşitsizlik çözümlerine bakacağız.

$f(x) = ax + b$ ve $g(x) = cx + d$ olsun.
Bu fonksiyonlarla yazılan $f(x) = g(x)$ ifadesine birinci derecen bir bilinmeyenli denklem;
 $f(x) < g(x), f(x) \leq g(x), f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$ ifadelerine birinci derecen bir bilinmeyenli eşitsizlik denir.

Denklemleri sağlayan değere denklemin kökü, eşitsizliği sağlayan değerlere ise eşitsizliğin çözüm aralığı denir.

Örnek...1 :

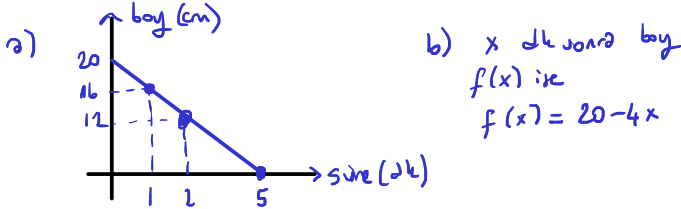
Bir mumun uzunluğu 20 cm olup yanarken sabit hızda ve dakika 4 cm erimektedir. Buna göre

i) Mumun boyunu zamana bağlı ifade eden fonksiyonun grafiğini çiziniz.

ii) Mumun boyunu zamana bağlı ifade eden fonksiyonun cebirsel ifadesini yazınız.

iii) Mumun boyunu kaçınıcı dakikada 8 cm olduğunu elde etmeye yarayan denklemi oluşturup, denklemi çözünüz.

iv) Mumun boyunun 12cm altına düştüğü zaman aralığını bulunuz.



$$c) f(x) = 20 - 4x = 8 \Rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$$

$$d) f(x) < 12 \Rightarrow 20 - 4x < 12 \Rightarrow 4x > 8 \Rightarrow x > 2$$

$(2, 5]$ aralığında boy < 12 cm

Örnek...2 :

Gerçek sayılarda $f(x) = 4 - 3x$ olmak üzere $f(x) > 0$ eşitsizliğinin

a) çözüm aralığını cebirsel temsilden bulunuz.

$$4 - 3x > 0 \Rightarrow 4 > 3x \Rightarrow 3x < 4 \Rightarrow x < \frac{4}{3}$$

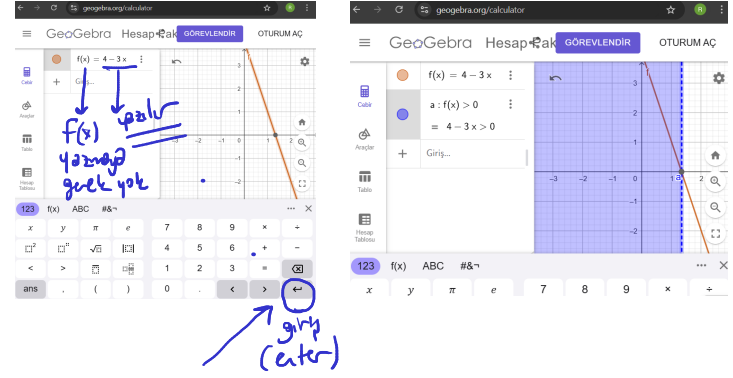
$$G_k = \left(-\infty, \frac{4}{3}\right)$$

b) çözüm aralığını grafik yöntemiyle koordinat düzleminde çizerek gösteriniz. (Bunun için aşağıdaki adımları takip ediniz.)

1. Geogebra hesap paketi yazılımını linkini <https://www.geogebra.org/calculator> adresini açınız

2. Giriş kısmına $4 - 3x$ yazarak giriş (enter) tuşuna basınız.

3. Tekrar giriş satırına $f(x) > 0$ yazarak giriş (enter) tuşuna basınız.



Örnek...3 :

Gerçek sayılarda $f(x) = \sqrt{5}x - 2$ olmak üzere $f(x) < 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığını cebirsel temsilden bulunuz.

$$\sqrt{5}x - 2 < 0$$

$$\sqrt{5}x < 2$$

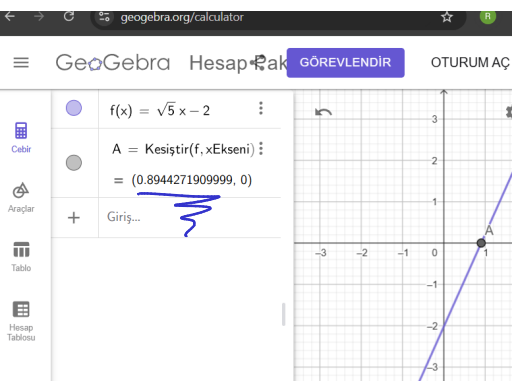
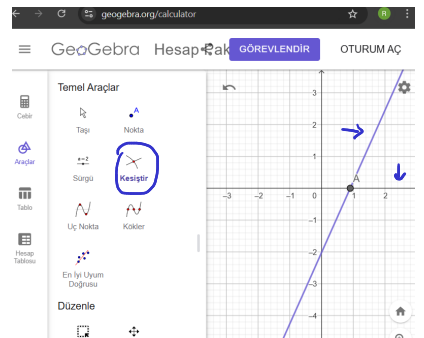
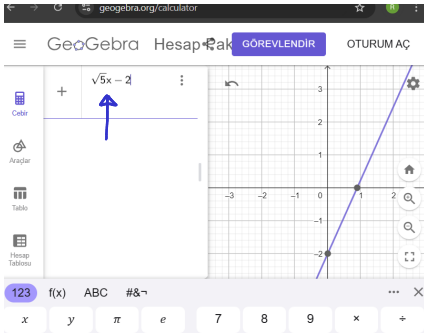
$$x < \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$G_k = \left(-\infty, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

Örnek...4 :

Gerçek sayılarda $f(x) = \sqrt{5}x - 2$ olmak üzere grafik yöntemiyle $\frac{2}{\sqrt{5}}$ sayısının yaklaşık değerini elde ediniz. Bunun için aşağıdaki adımları takip ediniz.

1. Geogebra hesap paketi yazılımını linkini <https://www.geogebra.org/calculator> adresini açınız
2. Giriş kısmına $\sqrt{5}x - 2$ yazarak giriş (enter) tuşuna basınız.
3. Sol menüden Araçlar başlığı altında kesiştir aracını seçiniz. Sonra sırasıyla $f(x) = \sqrt{5}x - 2$ fonksiyonuna sonra x eksenine tıklayınız.
4. Sol menüde cebir butonuna tıklayınız. Elde edilen kesim noktası apsisi $\frac{2}{\sqrt{5}}$ değerinin yaklaşık değeridir.



$$\frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,89$$

Örnek...5 :

Otobanda gitmekte olan A ve B araçları için: A aracı her 100 kilometrede 6,1 litre, B aracı 5,2 litre benzin harcar.

Belirli bir anda A aracının deposunda 36 litre, B aracının deposunda 32 litre benzin vardır.

Buna göre, iki aracın yakıt almadan ve belirtilen sabit tüketimle yol aldıklarında yaklaşık kaç kilometre sonra depolarındaki benzin miktarı eşitlenir?

Çözümünüzü cebirsel yolla ve grafik yoluyla yapınız. (<https://www.geogebra.org/calculator>)

Cebirsel Yol

$$\frac{6,1}{100} = 0,061 \text{ (km de)} \quad \frac{5,2}{100} = 0,052$$

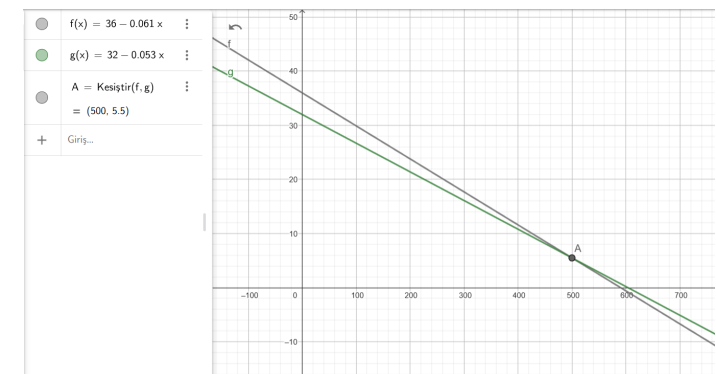
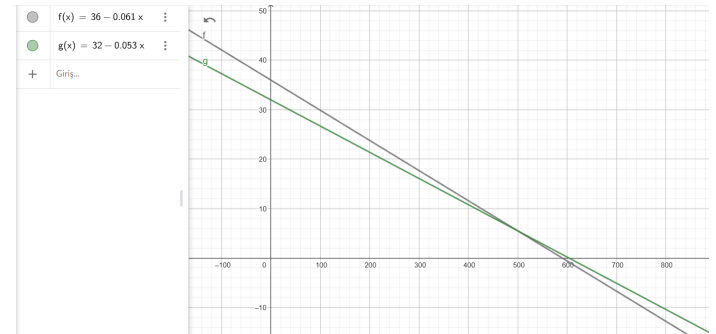
$$\begin{cases} y_A = 36 - 0,061 \cdot x \\ y_B = 32 - 0,052 \cdot x \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x \text{ km sonra} \\ \text{benzin miktarları} \end{array} \right\}$$

$$36 - 0,061x = 32 - 0,052x$$

$$4 = 0,009x \Rightarrow x = 500$$

Grafik Yoluyla

$$\begin{cases} y_A = 36 - 0,061x \\ y_B = 32 - 0,052x \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Gizlem ve keskiştir} \\ \text{aracını kullanalım} \end{array} \right\}$$



Örnek...6 :

İki buzdolabı için tablodakiler bilinmektedir.

	Fiyat	Günlük harcama (kwh/Gün)
A marka	24000 ₺	0,72
B marka	22000 ₺	0,9

1kwh elektrik ücreti 1,8₺ dir.

a) Tabloda verilen bilgileri kullanarak kullanım süresine bağlı olarak buzdolaplarının maliyetlerini veren fonksiyonları yazınız.

b) Elde edilen fonksiyonlar yardımıyla A marka buzdolabını alan Arya ve B marka buzdolabını alan Beren'in kullanım sürelerine göre toplam maliyetlerini tablodaki günler için yazınız. (Kullanım süresi boyunca fiyat ve ortalama harcamalar sabit varsayılacak)

Kişi /	0	100	1000
Gün			
Arya	24000	24129,6	25296
Beren	22000	22162	23620

c) Kaç gün sonunda Beren'in maliyeti Arya'nın maliyetini geçer?

d) Siz olsanız hangi buzdolabını, neden seçerdiniz?

$$a) M_A = 24000 + \frac{1,296x}{0,72 \cdot 1,8x}$$

$$M_B = 22000 + \frac{0,9 \cdot 1,8x}{1,62x}$$

b) Tablodaki

$$c) 22000 + 1,62x > 24000 + 1,296x$$

$$\cdot 0,324x > 2000$$

$$x \sim \frac{6172,84}{0,324} \sim 16,9 \text{ yıl}$$

d) buzdolaplarının kullanım ömrü genellikle uzun olduğundan A buzdolabı bu koşullarda daha tercih edilebilir (olabilir). (Tabi bu kadar uzun süre başka sorunları-faktörleri de beraber değerlendirmek gerektirir.)

Örnek...7 :

Tek tip bir oyuncak üreten bir atölyenin kurulum maliyeti 100.000 ₺ dir. Bu atölyede 400₺ ye üretilen oyuncaklar 650₺ ye satılmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) x adet oyuncak üretmenin maliyetini modelleyen fonksiyonu yazınız.

b) x adet oyuncak satılmasıyla elde edilecek geliri modelleyen fonksiyonu yazınız.

c) Elde edilen gelirin maliyeti karşılması için en az kaç adet oyuncak satılmalıdır.

d) Atölyenin kar elde edebilmesi için en az kaç tane oyuncak satılmalıdır?

$$a) M(x) = 100.000 + 400 \cdot x$$

$$b) G(x) = 650 \cdot x$$

$$c) 100.000 + 400x = 650x \quad (G(x) = M(x))$$

$$100.000 = 250x$$

$$400 = x$$

$$d) \text{kar için } G(x) > M(x)$$

$$650x > 100.000 + 400x$$

$$250x > 100.000$$

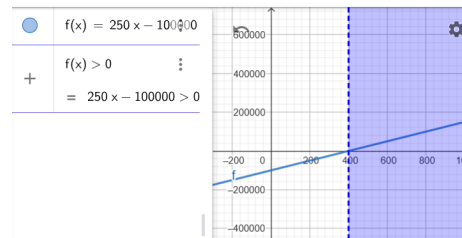
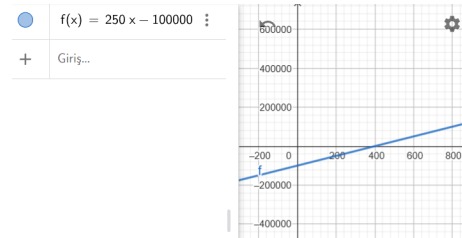
$$x > 400$$

$$x_{\text{min}} = 401$$

$$e) \text{kar} = G(x) - M(x) = k(x) \text{ olan}$$

$$650x - (100.000 + 400x)$$

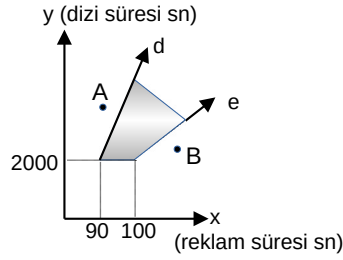
$$k(x) = 250x - 100.000$$



$$x_{\text{min}} = 401$$

Örnek...8 :

Bir araştırmada televizyon dizileri uzunluğuna bağlı olarak dizi içerisinde verilen reklam sürelerini araştırılmıştır. Grafikte görülen taralı bölge bu kanalın dizi yayınından kâr elde ettiği bölgedir. Doğru denklemleri d: $y = 2x + 1820$ e: $y = x + 1900$ olarak veriliyor.



Buna göre

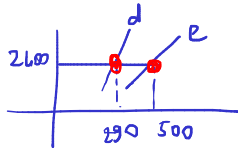
a) uzunluğu 40 dakika olan bir dizide kârın olabilmesi için reklam süresi hangi aralıkta olmalıdır?

b) uzunluğu 120 saniye olan bir reklamın kâr edilen bir dizinin içerisinde verilmesi için dizi süresi hangi aralıkta olmalıdır?

c) Grafikte işaretlenen A noktası (95,3000) noktası bir dizideki reklam süresini ve dizi uzunluğuna aittir. Bu diziden kâr elde edilebilmesi için reklam süresi kaç saniye artmalıdır?

d) Grafikte işaretlenen B(200,2050) noktası bir dizideki reklam süresini ve dizi uzunluğuna aittir. Bu diziden kâr elde edilebilmesi için dizi süresi kaç saniye artmalıdır?

$$a) 40^1 = 40 \cdot 60 = 2400^n$$



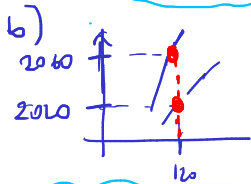
$$2400 = 2x + 1820$$

$$x = 290$$

$$2400 = x + 1900$$

$$x = 500$$

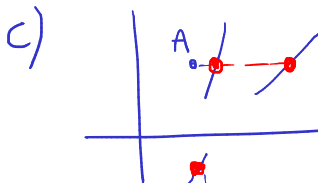
$$290 \leq x \leq 500 \quad [290, 500]$$



$$y = 120 + 1900 = 2020$$

$$y = 2 \cdot 120 + 1820 = 2060$$

$$[2020, 2060]$$



$$3000 = 2x + 1820$$

$$590 = x \quad (mm) \rightarrow 495$$

$$3000 = x + 1900$$

$$1100 = x \quad (mm) \rightarrow 1005$$

$$y = 2 \cdot 200 + 1820 = 2220 \quad (mm)$$

$$y = 200 + 1900 = 2100 \quad (mm)$$

$$2220 - 2050 = 170$$

$$2100 - 2050 = 50$$

Örnek...9 :

Bir kuru kayısı paketleme firmasında paketler 300 gram olacak şekilde paketleme yapılmak istenmektedir. Kayıslar farklı ağırlıkta olduğundan ve paketleme esnasında bölünmediğinden bazı paketler istenilen ağırlıktan az ya da fazla olabilmektedir. Yapılacak paketlerin üretilmesi istenilen paket ağırlığından en fazla 10 gram olacak şekilde sapması istenmektedir. Paket kabının ağırlığı önemsenmemektedir. Buna göre:

a) Üretilen paket ağırlığına (x) bağlı olarak istenilen paket ağırlığından sapma miktarını veren fonksiyonu yazınız.
b) üretilmiş paketin istenilen ağırlıkta olması için paketin ağırlığının alabileceği en büyük ve en küçük ağırlık değerlerini belirtiniz.

$$a) \text{ sapma: } |300 - x| = f(x)$$

$$b) f(x) \leq 10 \quad |300 - x| \leq 10$$

$$|x - 300| \leq 10 \Rightarrow -10 \leq x - 300 \leq 10$$

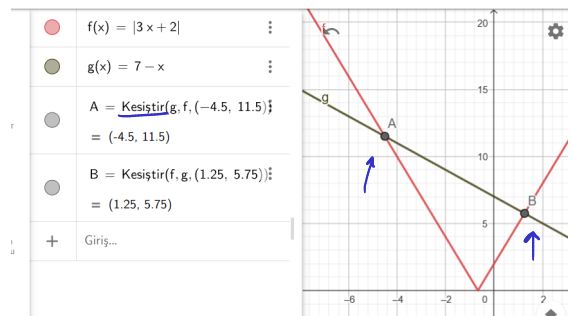
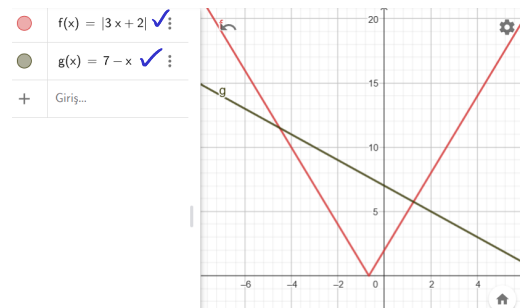
$$290 \leq x \leq 310$$

$$x_{\min} = 290$$

$$x_{\max} = 310$$

Örnek...10 :

$|3x + 2| = 7 - 4x$ denkleminin çözüm kümesini matematik yazılımı (geogebra vb.) kullanarak bulunuz.



$$C_k = [-4.5, 1.25]$$