$f(x)=|x|$ FONKSİYONU

MUTLAK DEĞER KAVRAMI

Her $x\in\mathbb{R}$ için $|x|$ ifadesi x in mutlak değeri diye okunur.

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \text{ ise} \\ -x, & x<0 \text{ ise} \end{cases}$$

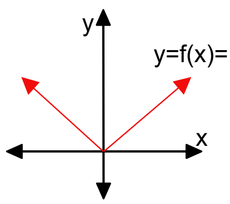
olarak tanımlanmıştır.

(Burada x=0 değeri için eşitlik başka bir satıra yeni bir dal olarak yazılabilir ya da var olan iki satırdan birine eklenebilir)

Gerçek sayılarda $f(x)=|x|$ fonksiyonunun grafiğini çizerek özelliklerini inceleyelim.

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \text{ ise} \\ 0, & x=0 \text{ ise} \\ -x, & x<0 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğundan $x>0$ için $y=x$, $x<0$ için $y=-x$ doğruları çizeriz. $x=0$ için $y=0$ ve $(0,0)$ noktasını grafik üzerinde olacaktır.



Nitel özelliklere bakarsak
$x = 0$ için $f(0) = 0$ olduğu görülür. Buna göre f fonksiyonunun sıfırı sıfırdır.

$x\neq 0$, iken $f(x)>0$; $x=0$ iken $f(x)=0$ olduğu görülür.

f fonksiyonunun işaret özeti ve artanlık azalanlık durumu tablodaki gibidir.

x	$-\infty$	0	∞
$f(x)=\|x\|$	+	0	+
	Azalan		Artan

$f(x)=|x|$ fonksiyonu ,$x>0$ için artan , $x<0$ için azalandır.

$f(x)=|x|$ fonksiyonunun görüntü kümesi bir maksimum değer içermez ,x=0 için minimum değeri 0 dır. Dolayısıyla (0,0) minimum noktasıdır.

$f(x)=|x|$ fonksiyonunda farklı x değerleri için aynı y değerleri elde edilebileceğinden bu fonksiyon bire−bir değildir. (Yatay doğru testi ile kontrol edilebilir.)

MUTLAK DEĞER FONKSİYONU

$$|f(x)|=\begin{cases} f(x), & f(x)\geq 0 \text{ ise} \\ -f(x), & f(x)<0 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanmış $y=|f(x)|$ fonksiyonuna f(x) fonksiyonun mutlak değer fonksiyonu denir.

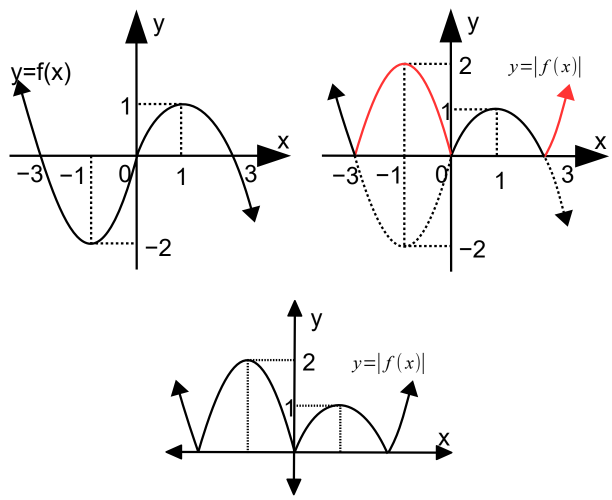
Mutlak değerli ifadelerde mutlak değerin içini sıfır yapan değerlere kritik nokta denir. Her mutlak değerli ifade kritik noktasına göre parçalı fonksiyon olarak yazılabilir.

ÖNEMLİ

$y=f(x)$ verildiğinde $y=|f(x)|$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ in grafiğinde x ekseninin altında kalan parçaların x eksenine göre simetriğini alırız.

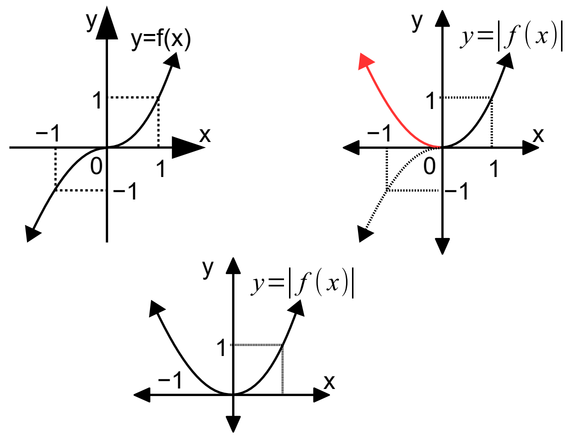
Örnek...1 :

$y=f(x)$ grafiği aşağıdaki gibi olan fonksiyon için $y=|f(x)|$ grafiği çizilmiştir inceleyiniz.



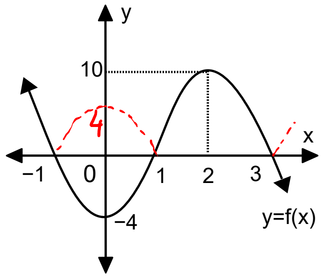
Örnek...2 :

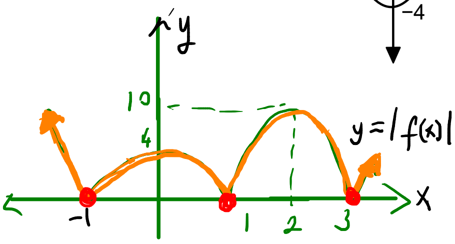
$y=f(x)$ grafiği aşağıdaki gibi olan fonksiyonları için $y=|f(x)|$ grafiği çizilmiştir inceleyiniz.



Örnek...3 :

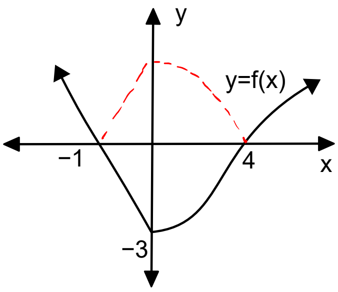
y=f(x) grafiği veriliyor. Buna göre, y=|f(x)| fonksiyonunu çiziniz.

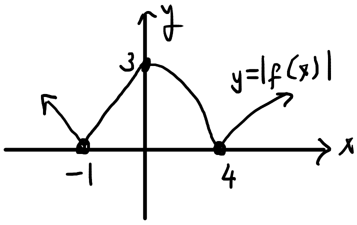




Örnek...4 :

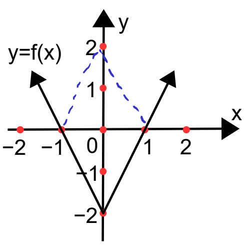
y=f(x) in grafiği veriliyor. Buna göre, y=|f(x)| fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

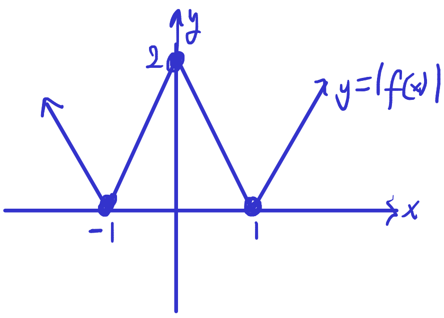




Örnek...5 :

y=f(x) veriliyor. Buna göre, y=|f(x)| fonksiyonunun grafiğini çiziniz



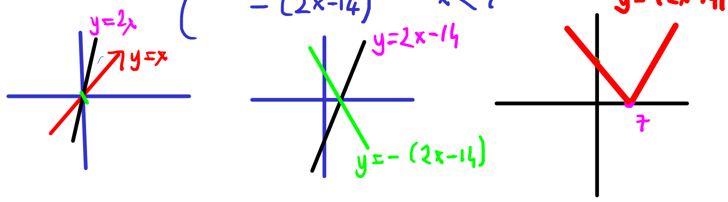


Örnek...6 :

y=|2x−14| fonksiyonunu i) parçalı yazarak ii) simetrileri kullanarak çiziniz. Nitel özelliklerini belirtiniz.

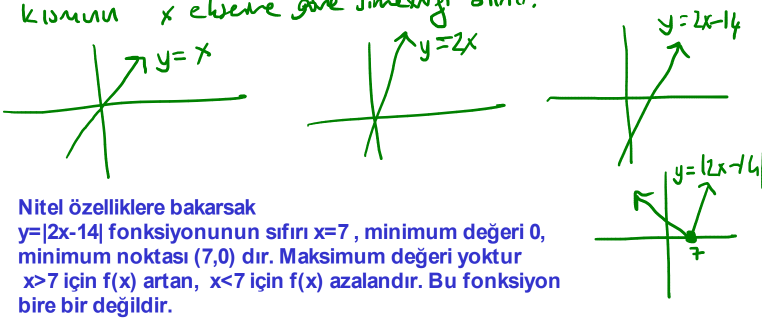
i) $2x-14=0 \Rightarrow x=7$ kritik nokta

$$|2x-14| = \begin{cases} 2x-14 & x \geq 7 \\ -(2x-14) & x < 7 \end{cases}$$



y=2x-14 çizilirken önce y=2x (dikey açma-germe) sonra y=2x-14 ,14 aşağı
kısaca $x \to 2x \to 2x-14$ çizilir
y=-(2x-14) çizilirken y=2x-14 x eksenine göre katlanır

ii) y=|2x−14| çizilirken y=2x−14 çizilir y<0 kısmının x eksenine göre simetriği alınır.

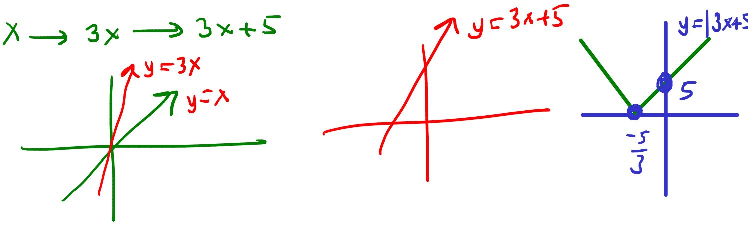


Nitel özelliklere bakarsak
y=|2x-14| fonksiyonunun sıfırı x=7 , minimum değeri 0, minimum noktası (7,0) dır. Maksimum değeri yoktur x>7 için f(x) artan, x<7 için f(x) azalandır. Bu fonksiyon bire bir değildir.

Örnek...7 :

y=|3x+5| fonksiyonunun grafiğini çiziniz. Nitel özelliklerini belirtiniz.

$x \to 3x \to 3x+5$



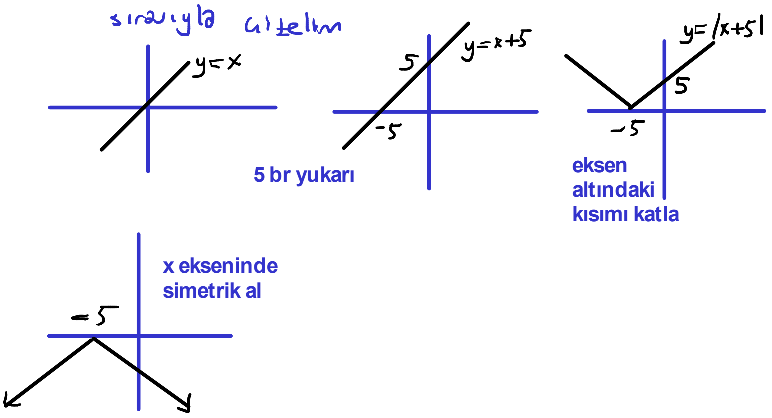
Nitel özelliklere bakarsak
y=|3x+5| fonksiyonunun sıfırı x=-5/3 , minimum değeri 0, minimum noktası (-5/3,0) dır. Maksimum değeri yoktur x>-5/3 için f(x) artan, x<-5/3 için f(x) azalandır. Bu fonksiyon bire bir değildir.

Örnek...8 :

$y=-|x+5|$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
Nitel özelliklerini belirtiniz.

$y \to x \to x+5 \to |x+5| \to -|x+5|$

sırasıyla gidelim

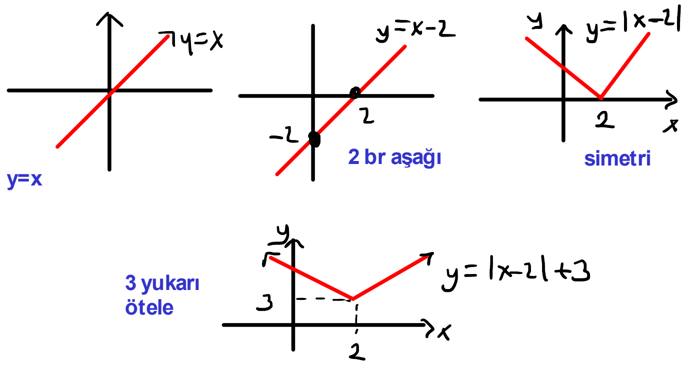


Nitel özelliklere bakarsak
$y=-|x+5|$ fonksiyonunun sıfırı $x=-5$, maksimum değeri 0,
maksimum noktası $(-5,0)$ dır. Minimum değeri yoktur
$x>-5$ için f(x) azalan, $x<-5$ için f(x) artandır. Bu fonksiyon
bire bir değildir.

Örnek...9 :

$y=|x-2|+3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
Nitel özelliklerini belirtiniz.

$x \to x-2 \to |x-2| \to |x-2|+3$

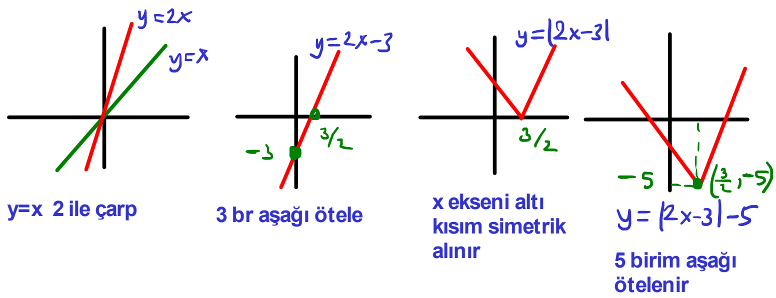


Nitel özelliklere bakarsak
$y=|x-2|+3$ fonksiyonunun sıfırı yoktur , minimum değeri 3,
minimum noktası $(2,3)$ dır. Maksimum değeri yoktur
$x>2$ için f(x) artan, $x<2$ için f(x) azalandır. Bu fonksiyon
bire bir değildir.

Örnek...10 :

$y=|2x-3|-5$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
Nitel özelliklerini belirtiniz.

$x \to 2x \to 2x-3 \to |2x-3| \to |2x-3|-5$

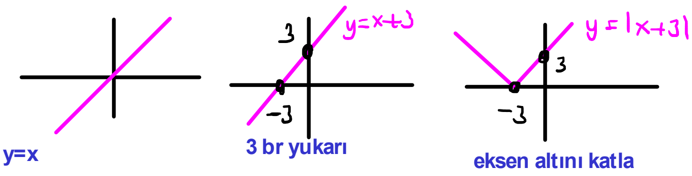


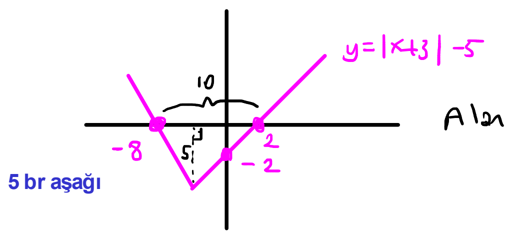
Nitel özelliklere bakarsak
$y=|2x-3|-5$ fonksiyonunun $x=-4$ ve -1 olacak şekilde 2 tane sıfırı vardır
, minimum değeri -5,
minimum noktası $(3/2 , -5)$ dır. Maksimum değeri yoktur
$x>3/2$ için f(x) artan, $x<3/2$ için f(x) azalandır. Bu fonksiyon
bire bir değildir.

Örnek...11 :

$y=g(x)=x+3$ fonksiyonu veriliyor.
Buna göre, $y=f(x)=|g(x)|-5$
fonksiyonu ile eksenler arasında kalan
bölgenin alanı kaç birim karedir?

$x \to x+3 \to |x+3| \to |x+3|-5$





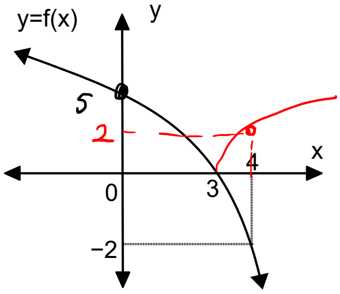
$\text{Alan} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \text{ br}^2$

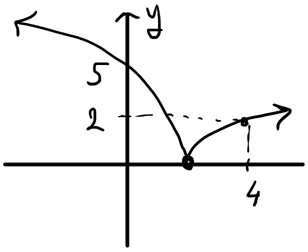
not: eksen kesimleri için $x=0$ için y , $y=0$ için x değerleri bulunur.

$|x+3|-5=0 \Rightarrow |x+3|=5 \Rightarrow$ $x+3=5 \to x=2$
$x+3=-5 \to x=-8$

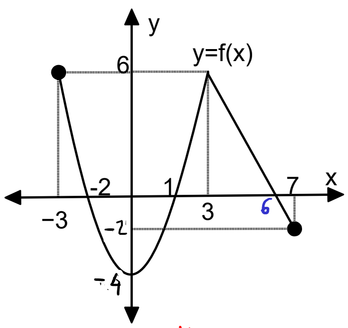
DEĞERLENDİRME

1) $y=f(x)$ veriliyor. Buna göre, $y=|f(x)|$ fonksiyonunu çiziniz?

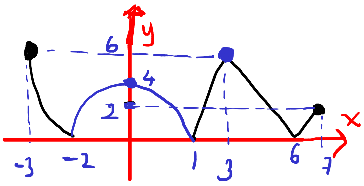


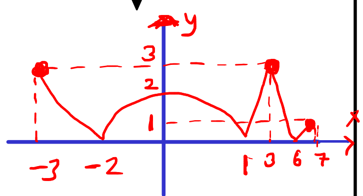


2) Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $g(x)=\frac{|f(x)|}{2}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz



$|f(x)| \rightarrow \frac{1}{2} \cdot |f(x)|$

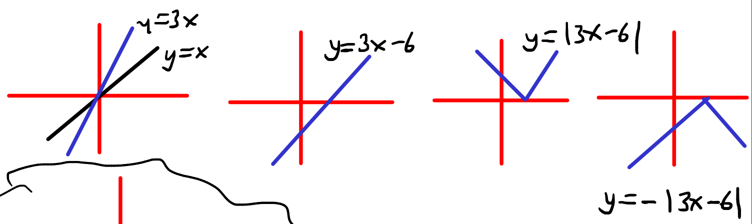


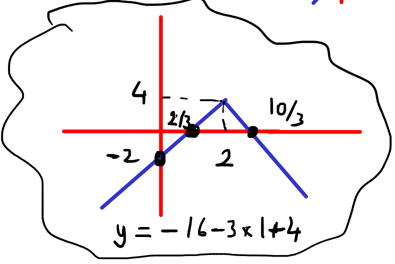


3) $y=-|6-3x|+4$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz. Nitel özelliklerini belirtiniz.

$* \; |6-3x| = |3x-6| \quad (* \; |A|=|-A|)$

$y \rightarrow x \rightarrow 3x \rightarrow 3x-6 \rightarrow -|3x-6| \rightarrow -|3x-6|+4$

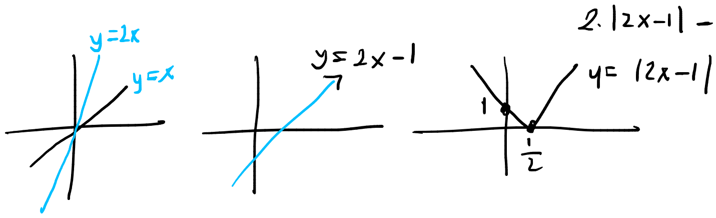


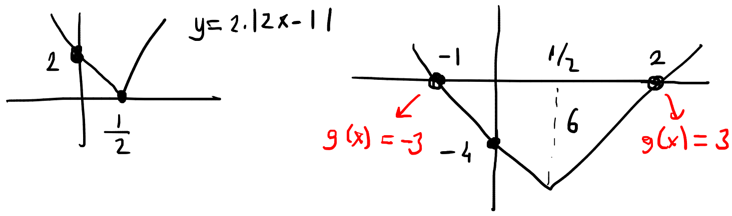


Nitel özelliklere bakarsak
$y=-|6-3x|+4$ fonksiyonunun sıfırları $x=2/3$ ve $x=10/3$ tür. yoktur , maksimum değeri 4, minimum noktası (2,4) tür. Minimum değeri yoktur $x>2$ için f(x) azalan, $x<2$ için f(x) artandır. Bu fonksiyon bire bir değildir.

4) $y=g(x)=2x-1$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $y=f(x)=2.|g(x)|-6$ fonksiyonu ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

$y=x \rightarrow 2x \rightarrow 2x-1 \rightarrow |2x-1| \rightarrow 2.|2x-1| \rightarrow 2.|2x-1|-6$

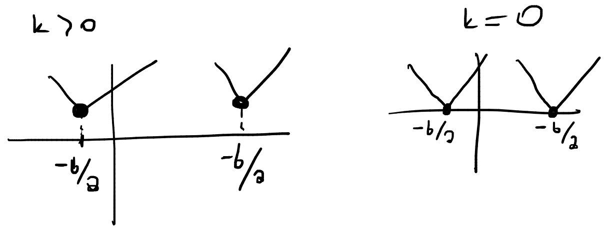


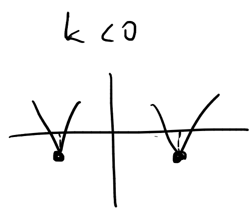


$|ax+b| = -k$
$ax+b=-k \quad ax+b=k$

$Alan = \frac{6.3}{2} = 9$

5) $y=|ax+b|+k$ fonksiyonunun (k sayısının alacağı durumlara göre) nitel özelliklerini belirtiniz.

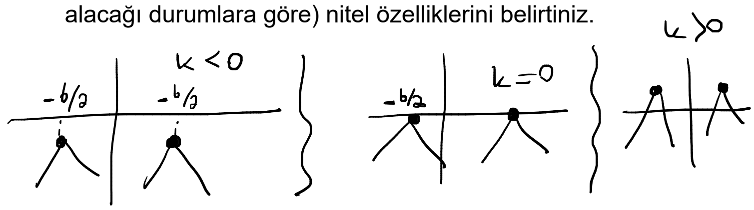




grafikte minimum olan nokta düzlemde her yerde olabilir, grafiklerde gelişigüzel yerleştirilmiştir. $x=-b/a$ değerine bilinmelidir.

Nitel özelliklere bakarsak
$y=|ax+b|+k$ fonksiyonunun
$k>0$ için sıfırı yoktur ,
$k=0$ için $x=-b/a$ olacak şekilde bir tane
$k<0$ için $x=-b/a$ -k, -b/a+k olacak şekilde iki tane sıfırı vardır. minimum değeri k, minimum noktası (-b/a,k) dır. Maksimum değeri yoktur . $x>-b/a$ için f(x) artan, $x<-b/a$ için f(x) azalandır.
Bu fonksiyon bire bir değildir.

6) $y=-|ax+b|+k$ fonksiyonunun (k sayısının alacağı durumlara göre) nitel özelliklerini belirtiniz.



Nitel özelliklere bakarsak
$y=-|ax+b|+k$ fonksiyonunun
$k<0$ için sıfırı yoktur ,
$k=0$ için $x=-b/a$ olacak şekilde bir tane
$k>0$ için $x=-b/a$ -k, -b/a+k olacak şekilde iki tane sıfırı vardır. maksimum değeri k, maksimum noktası (-b/a,k) dır. Minimum değeri yoktur $x>-b/a$ için f(x) azalan, $x<-b/a$ için f(x) artandır.
Bu fonksiyon bire bir değildir.