DOĞRUSAL FONKSİYON

h(x) = ax + b biçimindeki fonksiyona doğrusal fonksiyon denir. Bu fonksiyonların grafikleri düzlemde bir doğrudur.

y=ax+b ifadesinde x in katsayısı a ya eğim denir. x=0 y=b olacağından grafik y eksenini (0,b) noktasında keser

Doğrusal fonksiyonlar f(x)=x referans fonksiyonundan elde edilebilir.

Genel olarak g(x)=a.f(x+r)+k $(a \neq 0)$ şeklindeki doğrusal fonksiyonların grafiklerini, çeşitli dönüşümler ve simetriler yardımıyla f(x)=x fonksiyonundan elde edebiliriz.

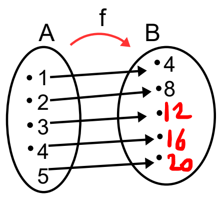
Örnek...1 :

Bir karenin kenar uzunluğu ve çevresi arasındaki ilişkiyi tanımlayınız.

Aşağıdaki tabloda kare kenarının değişen bazı değerleri için o karenin çevresi hesaplanmıştır. Tabloda ve şemadaki eksikleri tamamlayınız.

Kenar	1	2	3	4	5
Çevre	4	8	12	16	20

Buradaki ilişkiyi şema ile gösterirsek



Verilen bu şemaya göre,

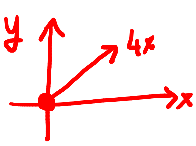
i) Bağımlı ve bağımsız değişkenleri yazıp, bu eşlemeyi fonksiyon biçiminde belirtiniz.

ii) Bulduğunuz fonksiyonun tanım kümesini Gerçek sayılar kümesi olarak alarak grafiğini f(x)=x fonksiyonunun grafiği ile aynı koordinat sisteminde çizerek (nitel özelliklerini) karşılaştırınız.

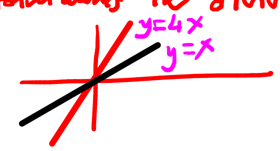
Kenar — Çevre
x — 4x
(bağımsız değişken) — (bağımlı değişken)

$f: [0,\infty) \rightarrow \mathbb{R}$
$x \rightarrow 4x$

$y = f(x) = 4x$



tanım kümesi IR alınırsa



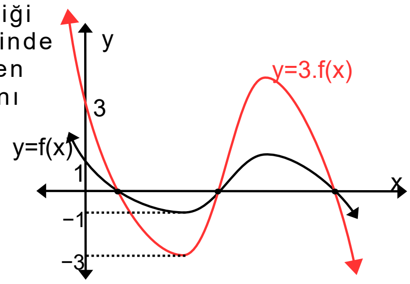
y=f(x)=4x fonksiyonu, y=x fonksiyonu gibi (-oo,0)için negatif (0,oo) için pozitif,x=0 için sıfırı olan daima artan, tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip değil, bire-bir fonksiyondur. [0,oo) tanım kümesinde (0,0)minimum noktası olup y=0 minimumudur.

www.matbaz.com

y=f(x) verildiğinde y=a.f(x) çizimi

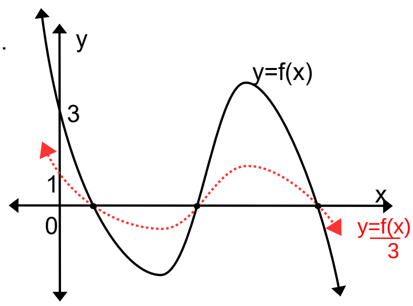
Eğer (x, y) noktası y=f(x) üzerinde bir noktaysa y=a.f(x) fonksiyonu (x, a.y) noktasını grafiğinde bulunduracaktır. Bu ise aşağıdaki özel durumları oluşturur.

Durum1 a>1
y=f(x) verildiğinde a>1 koşuluyla verilen y=a.f(x) fonksiyonu y =f(x) fonksiyonunun dikey gerilmişi (genişletilmişi—uzatılmışıdır). (Şeklin ekseni kestiği nokta haricinde x ekseninden uzaklaştığını fark ediniz)



3.f(x) fonksiyonu çizilirken İlk şekildeki ordinat değerleri 3 katları ile değişmiştir.

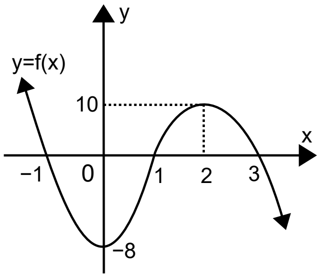
Durum 2 0<a<1
y=f(x) verildiğinde 0<a<1 koşuluyla verilen y=a.f(x) fonksiyonu y =f(x) fonksiyonunun dikey daraltılmışıdır. (Şeklin x eksenine yaklaştığını fark edininiz.)
Örneğin, y=f(x) in grafiğinden yararlanıp $y=\frac{1}{3}.f(x)$ in grafiğini çizelim.
Şekli inceleyiniz.



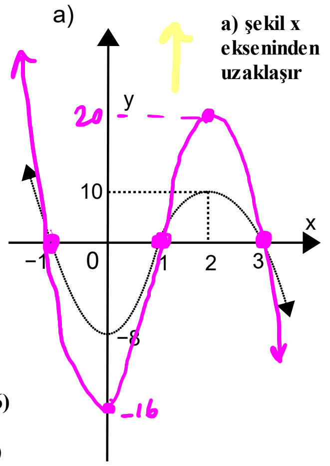
Genel olarak a>0 için y=f(x) grafiğinden y=a.f(x) elde edilirken fonksiyonun sıfırı (x ekseni kesim noktası), tanım kümesi, işareti, artanlık—azalanlığı bire birliği değişmeyen nitelikleridir. Fonksiyonun y eksenini kestiği nokta, görüntü kümesi, maksimum ve minimum noktaları fonksiyonuna göre (ya da duruma göre) *değişebilir* niteliklerdir.(Bu niteliklerin mutlaka değişmesi gerekmez, değiştiği ve değişmediği örnekler verilebilir, genelleme yapmak doğru olmaz.)
a<0 durumunu sonra inceleyeceğiz.

Örnek...2 :

şekilde verilen y=f(x) fonksiyonu için
a) 2.f(x)
b) $\frac{1}{2}$.f(x)
fonksiyonlarını çiziniz

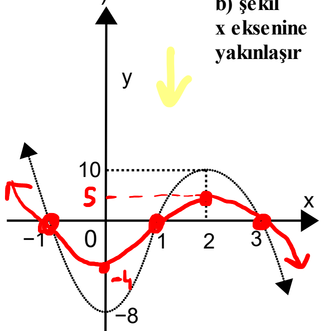


çözüm
a)



a) şekil x ekseninden uzaklaşır

b)



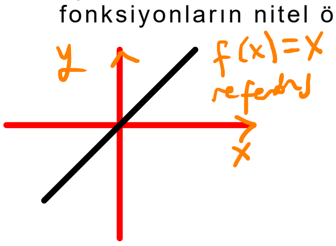
b) şekil x eksenine yakınlaşır

(-1,0)
(0,-16)
(1,0)
(2,20)
(3,0)
grafik üzerindedir

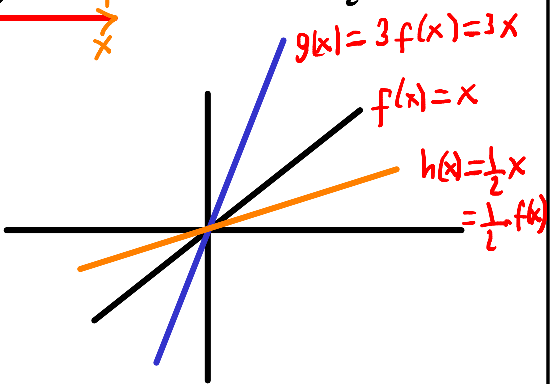
(-1,0)
(0,-4)
(1,0)
(2,5)
(3,0)
grafik üzerindedir

Örnek...3 :

f(x)=x   g(x)=3x   h(x)= $\frac{1}{2}$x fonksiyonlarını aynı koordinat düzleminde çiziniz, fonksiyonların nitel özelliklerini belirtiniz.



g(x) = 3 f(x) ↑
h(x) = $\frac{1}{2}$ · f(x) ↓



g(x) çizilirken referans fonksiyonuy=x, x ekseninden uzaklaştırılarak, h(x) çizilirken y=x x eksenine yakınlaştırılarak çizilir.

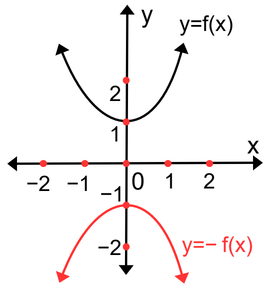
y=g(x)=3x ve y=h(x)=x/2 fonksiyonları, y=x fonksiyonu gibi (-oo,0)için negatif (0,oo) için pozitif,x=0 için sıfırı olan daima artan, tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip değil, bire-bir fonksiyondur. g(x)=3x fonksiyonunun eğimi 3 tür, dolayısıyla eğimi 1 olan y=x fonksiyonunun değişim hızının 3 katıdır .h(x)=1/2x fonksiyonunun eğimi 1/2dir, dolayısıyla eğimi 1 olan y=x fonksiyonuna göre değişim hızı yarısıdır.

www.matbaz.com

y=f(x) verildiğinde y=−f(x) çizimi
Eğer (x, y) noktası y=f(x) üzerinde bir noktaysa, y=−f(x) fonksiyonunda bulunan (x,−y) noktası bu noktanın x eksenine göre simetriği olacağından aşağıdaki özel durum oluşur.

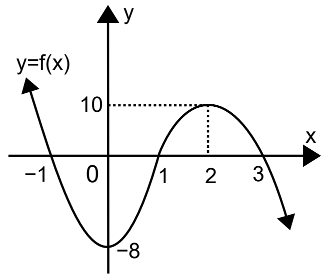
y=f(x) fonksiyonu verildiğinde, y=−f(x) fonksiyonunu çizmek için y=f(x) fonksiyonun grafiği O_x eksenine göre simetriği alınır. (grafiği x eksenine göre katlarız)

Şekli inceleyiniz

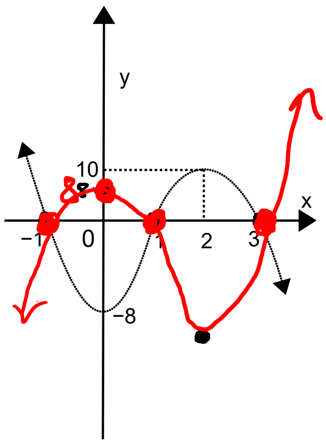


Örnek...4 :

şekilde verilen y=f(x) fonksiyonu için y=−f(x) fonksiyonunu çiziniz



Çözüm

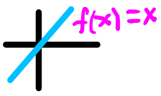


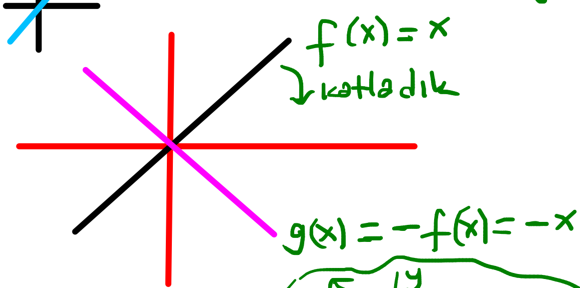
(-1,0)
(0,8)
(1,0)
(2,-10)
(3,0)
grafik üzerindedir.
y=-f(x) çizilirken y=f(x) x eksenine göre katlanır.

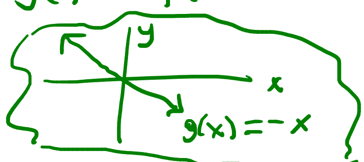
Örnek...5 :

f(x)=x fonksiyonunu kullanarak g(x)=−f(x)=−x fonksiyonunu çiziniz.

g(x)=−f(x)



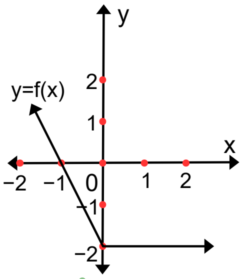




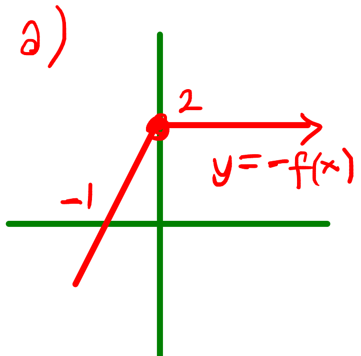
Genel olarak $g(x)=a.f(x)$ $(a<0)$ fonksiyonu çizilirken
Adım1. $|a|f(x)$ fonksiyonu çizilir (genişletme/daraltma)
Adım 2 birinci adımda çizilen fonksiyonun x eksenine göre simetriği alınır.
(Alternatif olarak önce simetri alıp sonra $|a|$ sayısı ile genişletme/daraltma uygulanabilir.)

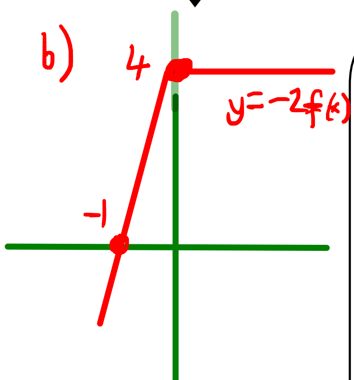
Örnek...6 :

Şekilde $y=f(x)$ grafiği verilmiştir. Buna göre
i) $y=-f(x)$
ii) $y=-2f(x)$ grafiklerini çiziniz.



çözüm





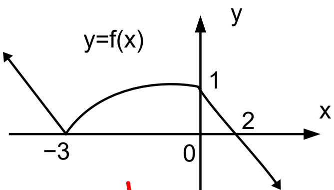
y=f(x) x eksenine göre katlanır.

a) seçeneğindeki grafik 2 ile genişletilerek (grafik x den uzaklaşacak şekilde) çizilir

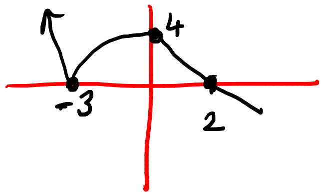
b seçeneğindeki çizimi önce 2f(x) grafiği çizimi devamında x e göre katlama ile de çizebiliriz

Örnek...7 :

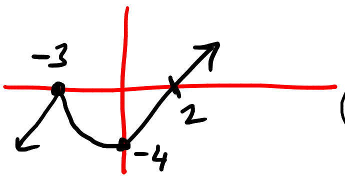
Şekilde $y=f(x)$ grafiği verilmiştir. Buna göre, $y=-4f(x)$ fonksiyonunu çiziniz.



Adım 1 $y=4f(x)$ i çizelim



Adım 2 x 'e göre $4f(x)$ i katlayalım



2. yol
bu soruyu önce -f(x) (önce x de katlama) sonra 4.-f(x) çizimi ile (x ekseninden uzaklaştırarak) de yapabiliriz

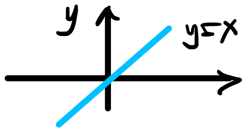
www.matbaz.com

Örnek...8 :

$g(x)=-5x$ $h(x)=-\frac{2}{3}x$ fonksiyonlarını

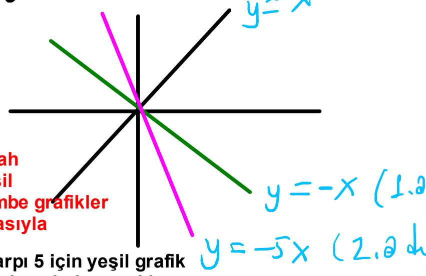
$f(x)=x$ fonksiyonunun katı olarak yazınız, aynı koordinat düzleminde çizip, fonksiyonların nitel özelliklerini belirtiniz.

$g(x)=-5f(x)$ $h(x)=-\frac{2}{3}f(x)$



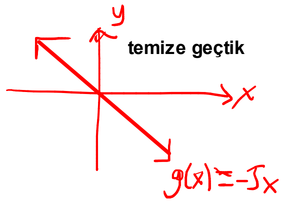
bu sorunun çözümünde de önce - yi uygulayalım sonra kat (açma daraltma) uygulayalım siz de isterseniz önce genişletme daraltma sonra - (eksi) işaretini uygulayın.

g(x) için

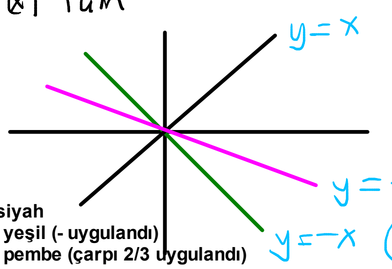


siyah yeşil pembe grafikler sırasıyla

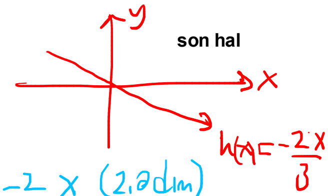
çarpı 5 için yeşil grafik x ekseninden uzaklaşır



h(x) için



önce siyah
sonra yeşil (- uygulandı)
sonra pembe (çarpı 2/3 uygulandı)

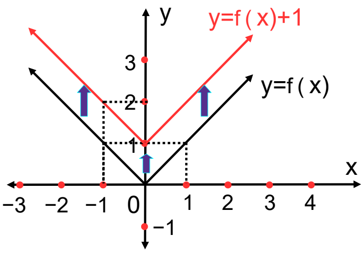


detaylı yazarsak
g(x) çizilirken, referans fonksiyonu y=x, önce x e göre katlanır (- için) sonra x ekseninden uzaklaştırılarak (çarpı 5 için),
h(x) çizilirken, referans fonksiyonu y=x, önce x e göre katlanır (- için) sonra x eksenine yakınlaştırılarak (çarpı 2/3 için) çizilir.
isterseniz önce işarete bakmaksızın katları (x den uzaklaştırma/ yakınlaştırma) alıp sonra da - yi (eksi işaretini) uygulayıp katlama ile çizimi tamamlayabilirsiniz.

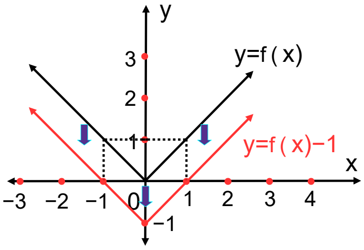
$y=g(x)=-5x$ ve $y=h(x)=-2x/3$ fonksiyonları, y=x fonksiyonunun tersine (-oo,0) için pozitif (0,oo) için negatiftir. x=0 için sıfıra sahiptirler daima azalan, tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip olmayan, bire-bir fonksiyonlardır
$g(x)=-5x$ fonksiyonunun eğimi -5 dir, dolayısıyla değişim hızı eğimi 1 olan y=x fonksiyonunun değişim hızının -5 katıdır .$h(x)=-2x/x$ fonksiyonunun eğimi -2/3 tür, dolayısıyla eğimi 1 olan y=x fonksiyonuna göre değişim -2/3 katıdır.

$y=f(x)$ verildiğinde $y=f(x)+k$ çizimi

a) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k\in\mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)+k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim yukarı yönde ötelenir.
(x,y) noktası (x,y+k) ya dönüşür

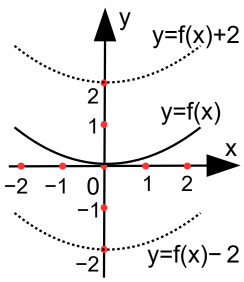


b) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k\in\mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)-k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim aşağı yönde ötelenir.
(x,y) noktası (x,y−k) ya dönüşür



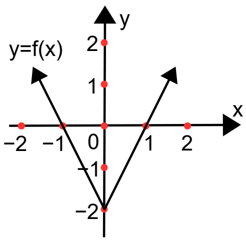
Örnek...9 :

Yandaki şekilde y=f(x) fonksiyonu için y=f(x)+2 ve y=f(x)−2 fonksiyonları çizilmiştir. İnceleyiniz.

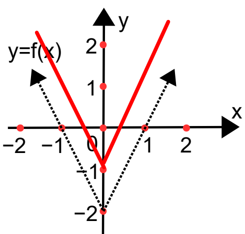


Örnek...10 :

y=f(x) veriliyor. Buna göre, şıklarda verilen ifadelerin grafiklerini çiziniz?

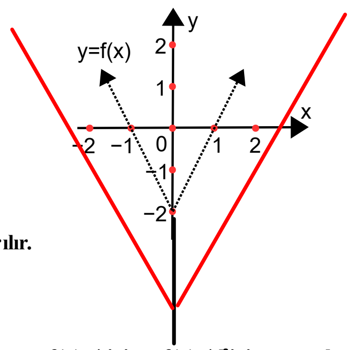


a) $y=f(x)+1$



f(x)+1 içiny=f(x) 1 birim yukarı kaydırılır.

b) $y=f(x)-4$



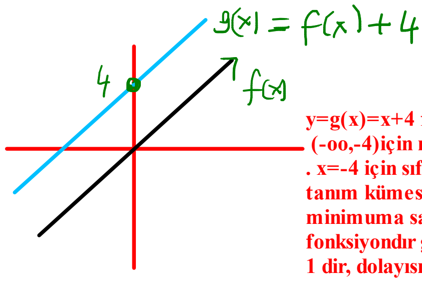
f(x)-4 içiny=f(x) 4 birim aşağı kaydırılır.

www.matbaz.com

Örnek...11 :

g(x)=x+4 fonksiyonunu f(x)=x fonksiyonununa bağlı olarak yazınız, aynı koordinat düzleminde çizip, fonksiyonların nitel özelliklerini belirtiniz.

g(x)=f(x)+4 olarak yazılabileceğinden (x) grafiği 4 birim yukarı kaydırılır.

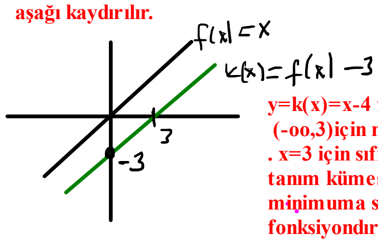


y=g(x)=x+4 fonksiyonu,
(-oo,-4)için negatiftir , (-4,oo) için pozitiftir
. x=-4 için sıfıra sahiptir, daima artan,
tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip olmayan, bire-bir fonksiyondır g(x)=x+4 fonksiyonunun eğimi 1 dir, dolayısıyla değişim hızı eğimi 1 olan y=x ile aynıdır.

Örnek...12 :

k(x)=x−3 fonksiyonunu f(x)=x fonksiyonununa bağlı olarak yazınız, aynı koordinat düzleminde çizip, fonksiyonların nitel özelliklerini belirtiniz.

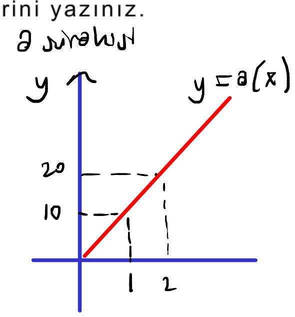
k(x)=f(x)-3 olarak yazılabileceğinden f(x) grafiği 3 birim aşağı kaydırılır.

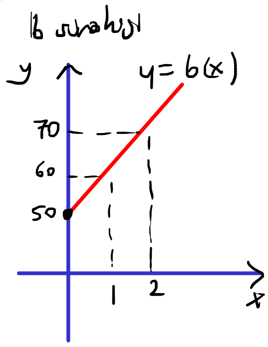


y=k(x)=x-4 fonksiyonu,
(-oo,3)için negatiftir , (3,oo) için pozitiftir
. x=3 için sıfıra sahiptir, daima artan,
tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip olmayan, bire-bir fonksiyondır k(x)=x-3 fonksiyonunun eğimi 1 dir, dolayısıyla değişim hızı eğimi 1 olan y=x ile aynıdır.

Örnek...13 :

Başlangıçta içinde içi boş olan a sürahisi ve içinde 50 ml su bulunan b sürahilerine sabit ve dakikada 10 ml su akıtan bir çeşmeden su dolduruluyor. Sürahilerin kapasiteleri eşit ve 400ml olduğuna göre sürahilerdeki su miktarının zamana göre değişimini ifade eden grafiklerini çizip fonksiyonların cebirsel ifadelerini yazınız.





fonksiyonlara a ve b harflerini verelim

a: [0, 40] → [0, 400]

b: [0,35] → [50,400]

a süreahisinin grafiğine bakarsak
eğim 10 dur.bu grafik referans fonksiyonu
y=x 10 ile genişletilerek elde
edilebileceğinden denklemi a(x)=10x yazılabilir

b sürahisinin grafiği a nın
50 birim yukaru kaydırılmışıdır.
bu sebeple b(x)=10x+50 yazarız

a(x) = 10x

b(x) = 10x+50

$f(x)=c$ BİÇİMİNDEKİ FONKSİYONLAR

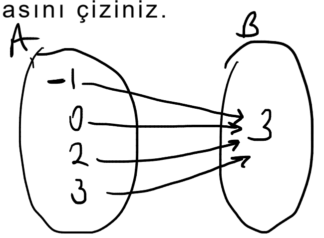
f : A → B f(x)=ax+b (a=0) fonksiyonu için f(A) görüntü kümesi tek elemanlı olacağından f fonksiyonuna sabit fonksiyon denir.

Yani Her x ∈ A ve b ∈ B için f(x) = b ise f sabit fonksiyondur.

Sabit fonksiyonların grafikleri x eksenine paralel (dolayısıyla y eksenine dik olan) bir doğrudur.

Örnek...14 :

A = {−1, 0, 2, 3} ve B = {3} olmak üzere f : A → B fonksiyonu nasıl bir fonksiyondur? Şemasını çiziniz.

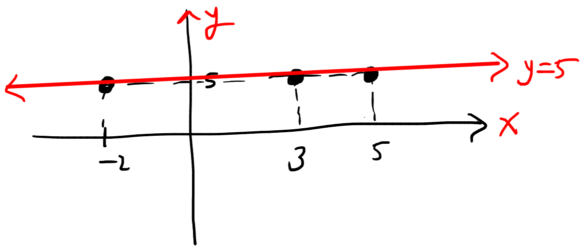


f:A→B sabit fonksiyondur.

Örnek...15 :

f(x)=5 fonksiyonu için tabloyu doldurup noktaları koordinat sisteminde çizerek grafiğini inceleyelim.

x	−2	3	5
y	5	5	5



$f(x)=ax+b$ ŞEKLİNDEKİ FONKSİYONLAR

f : ℝ→ℝ olmak üzere f (x)=ax+b (a≠0) fonksiyonunun grafiği dik koordinat sisteminde y =ax+b doğrusunun grafiğini belirtir. Bu doğrunun grafiğini çizmek için iki farklı şekilde düşünebiliriz .

g(x)=ax+b fonksiyonunun grafiğini çizerken

1.yol f(x)=x fonksiyonu ile başlayıp dönüşümleri kullanmak (istenen a.f(x)+b olduğundan)
Dönüşüm adımıyla yaparken
Adım 1 h(x)=a.f(x) çizilir. (dikey daraltma—genişletme)
Adım 2 g(x)=h(x)+b çizilir. (düşeyde yukarı ya da aşağı öteleme)
(Yani özetle sırasıyla x→ax→ax+b)

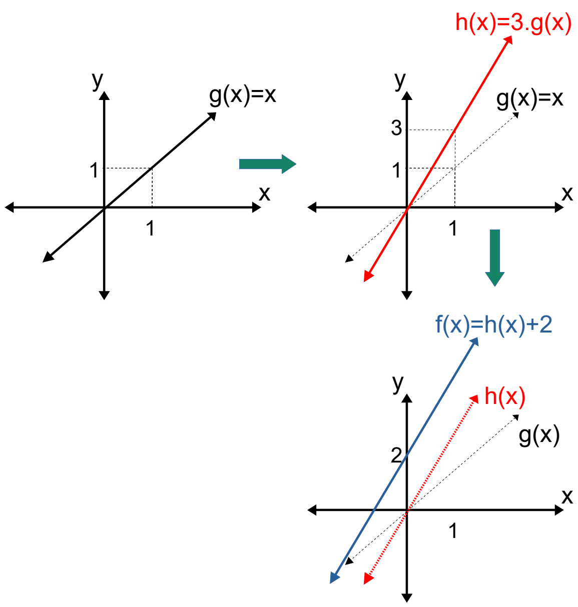
2.yol
Doğrunun geçtiği en az 2 noktaya ihtiyaç vardır. y=ax+b denklemini sağlayan en az 2 tane farklı sıralı ikili seçilip bu sıralı ikililer dik koordinat sisteminde işaretlenir ve işaretlenen noktalar bir doğru oluşturacak şekilde birleştirilip doğru çizilir.

Örnek...16 :

f(x)=3x+2 fonksiyonunun grafiğini iki ayrı yolla çiziniz.

Çözüm 1

Dönüşümler Yoluyla
f(x)=3x+2 fonksiyonu için önce g(x)=x fonksiyonundan başlayıp ilk adımda h(x)=3g(x) çizilir. Bunun için g(x)=x fonksiyonunun grafiği x ekseninden uzaklaştırılarak (dikeyde gerilmişi, ordinatlar 3 katına çıkıyor) çizilir.
İkinci adımda f(x)=h(x)+2 ile birinci adımda elde ettiğimiz fonksiyonu 2 birim yukarı kaydırarak çizimi tamamlayalım.
Kısaca x→3x→3x+2 çizimleri yapılır.
İnceleyiniz. **arada oluşan fonksiyonlara isim vermek şart değil**



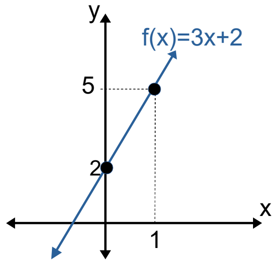
www.matbaz.com

Çözüm 2 y=3x+2 fonksiyonun grafiği bir doğru olduğundan grafiği çizmek için , doğru üzerinde iki farklı noktayı işaretleyip bu noktalardan geçen düz bir çizgi ile şekli tamamlayalım. Bunun için değişkenlerden birine değer verip diğerini y=3x+2 ifadesinden hesaplayalım

$x=0 \rightarrow y=2$ (0,2) grafik üzerindedir.

$x=1 \rightarrow y=5$ (1,5) grafik üzerindedir.

Yandaki şekli inceleyiniz.



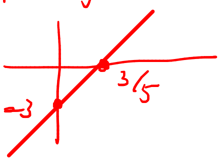
Örnek...17 :

f(x)=5x—3 fonksiyonunun grafiğini iki ayrı yolla çiziniz.

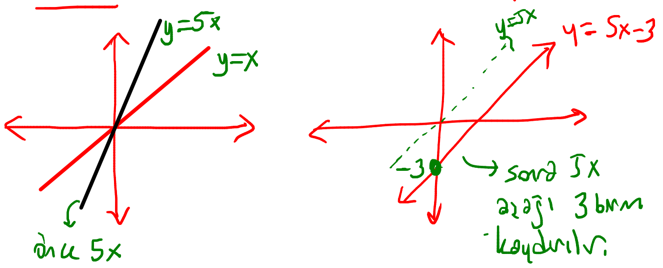
1. Yol Doğrusal noktalar ile

x	0	3/5
y	-3	0

değişkenlerden birine sıfır verip diğerini denklemden buluyoruz



2. Yol $x \rightarrow 5x \rightarrow 5x-3$ yapalım



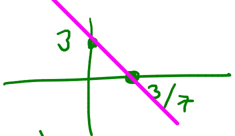
son grafikte x ekseni kesimi bulmak için denklemde y=0 yazıp x i bulabiliriz, ya da eğimi kullanabiliriz. eğim 5 olacağından (x,0) ile (0,-3) den geçen eğimi ya da üçgeni kullanabiliriz.(4.bölgede doğru ve eksenlerle oluşan üçgen)

Örnek...18 :

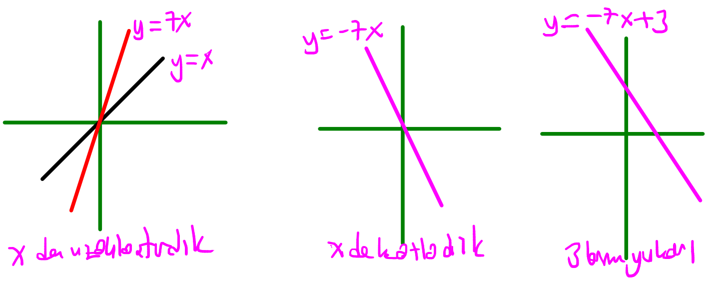
y= f(x)=—7x+3 fonksiyonunun grafiğini iki ayrı yolla çiziniz. Fonksiyonun nitel özelliklerini belirtiniz.

I. Yol doğrusal noktalar

x	0	3/7
y	3	0



II. Yol $x \rightarrow 7x \rightarrow -7x \rightarrow -7x+3$



y=g(x)=-7x+3 fonksiyonu, (-oo,3/7) için pozitif (3/7,oo) için negatiftir. x=3/7 için sıfıra sahiptir. daima azalandır, tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip olmayan, bire-bir fonksiyondur. g(x)=-7x+3 fonksiyonunun eğimi -7 dir, dolayısıyla değişim hızı eğimi 1 olan y=x fonksiyonunun değişim hızının -7 katıdır .

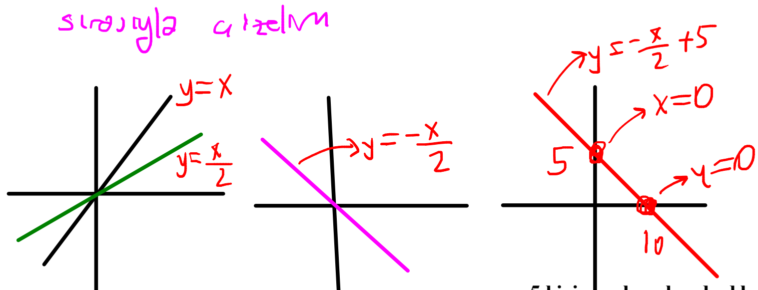
www.matbaz.com

Örnek...19 :

$f(x)=\frac{-x}{2}+5$ fonksiyonunun grafiğini dönüşümler yolla çiziniz. Fonksiyonun nitel özelliklerini belirtiniz.

$x \rightarrow \frac{1}{2}x \rightarrow -\frac{1}{2}x \rightarrow -\frac{1}{2}x+5$

sırasıyla çizelim



x e yaklaştırdık x de katladık 5 birim yukarı kaydırdık

y=f(x)=-x/2+5 fonksiyonu, (-oo,10) için pozitif (10,oo) için negatiftir. x=10 için sıfıra sahiptir. daima azalandır, tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip olmayan, bire-bir fonksiyondur. y=f(x)=-x/2+5 fonksiyonunun eğimi -1/2 dir, dolayısıyla değişim hızı eğimi 1 olan y=x fonksiyonunun değişim hızının -1/2 katıdır .

Örnek...20 :

f (x)=ax+b (a≠0) fonksiyonunun her a>0 için artan olduğunu ispatlayınız.

$a>0$ ve $x_1<x_2$ olsun

gösterilecek olan $f(x_1)<f(x_2)$ olduğudur.

$x_1<x_2 \Rightarrow a.x_1<a.x_2 \quad (a>0)$

$ax_1+b<ax_2+b$

$f(x_1)<f(x_2)$ Q.E.D.

Örnek...21 :

f (x)=ax+b fonksiyonunun her a (a≠0) için birebir olduğunu ispatlayınız.

gösterilecek $\forall x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

$x_1 \neq x_2$ ve $a \neq 0$ olsun.

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow a.x_1 \neq a.x_2$

$\Rightarrow ax_1+b \neq ax_2+b$

$f(x_1) \neq f(x_2)$

Q.E.D.

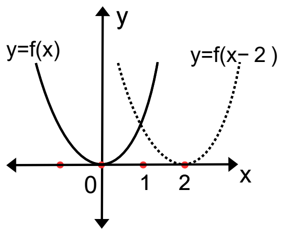
$f(x)=a(x\pm r)\pm k$ ŞEKLİNDEKİ FONKSİYONLAR

Bir fonksiyondaki x yerine x+r ya da x–r yazılmasıyla elde edilen fonksiyon ilk fonksiyonun yatay eksende ötelenmişini (kaydırılmışını) verir. Şimdi bu hareketlere detaylıca bakalım.

X EKSENİNDE ÖTELEMELER

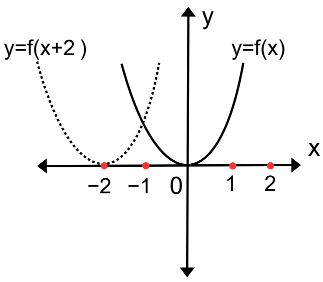
a) y=f(x) fonksiyonu verildiğinde $r\in\mathbb{R}^+$ olmak üzere, y=f(x–r) fonksiyonunu çizmek için y=f(x) fonksiyonun grafiği O_x ekseninde r birim sağ yönde ötelenir. Bunun sebebi (a,b) noktası y=f(x) üzerinde ise (a+r,b) f(x–r) fonksiyonu üzerinde olmaktadır.

Şekilde f(x) ve f(x–2) fonksiyonları verilmiştir. İnceleyiniz



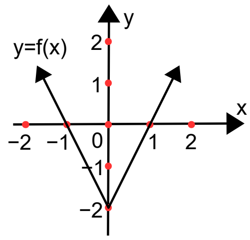
b) y=f(x) fonksiyonu verildiğinde $r\in\mathbb{R}^+$ olmak üzere, y=f(x+r) fonksiyonunu çizmek için y=f(x) fonksiyonun grafiği O_x ekseninde r birim sol yönde ötelenir. Bunun sebebi (a,b) noktası y=f(x) üzerinde ise (a–r,b) f(x+r) fonksiyonu üzerinde olmaktadır.

Şekilde f(x) ve f(x+2) fonksiyonları verilmiştir. İnceleyiniz

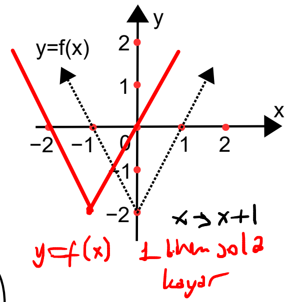


Örnek...22 :

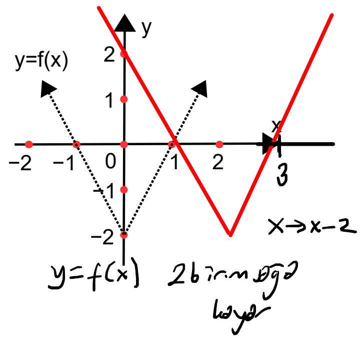
y=f(x) veriliyor. Buna göre, şıklarda verilen ifadelerin grafiklerini çiziniz?



a) $y=f(x+1)$



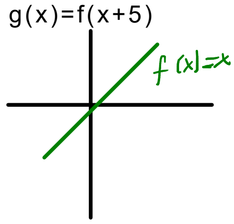
b) $y=f(x-2)$



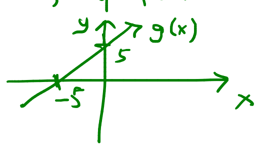
Örnek...23 :

f(x)=x fonksiyonu veriliyor. Buna göre, aşağıdaki fonksiyonları çiziniz

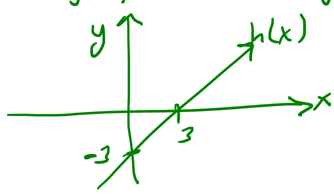
a) g(x)=f(x+5) b) h(x)=f(x-3)



a) y=f(x) 5 birim sola kayar



b) y=f(x) 3 birim sağa kayar



www.matbaz.com

$f(x)=a(x+r)+k$ biçimindeki fonksiyonları $y=x$ referans fonksiyonundan çizerken

Adım 1 $y=x$ r birim sola ($r<0$ için sağa) ötelenir(kaydırılır).

Adım 2 bir önceki adımda elde edilen fonksiyona a çarpanına göre daraltma genişletme uygulanır

Adım 3 bir önceki adımda elde edilen fonksiyon k birim yukarı ($k<0$ için aşağı) ötelenir (kaydırılır).

Burada uygulanacak dönüşümler sırasıyla r,a,k harfleri sırlamasıyla uygulanır.

Örnek...24 :

$f(x)=4(x+2)-7$ fonksiyonunun grafiğini $y=x$ referans fonksiyonu ile çiziniz

Çözüm

istenen fonksiyon $y=g(x)=x$ düşünüldüğünde $4.g(x+2)-7$ olacağından

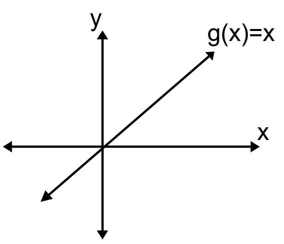
adım1 $y=x$ grafiği 2 birim sola kayar (x yerine $x+2$ gelmiş)

adım2 adım1 deki fonksiyonu 4 ile çarparız (dikeyde gererek—açarak x ekseninden uzaklaştırma)

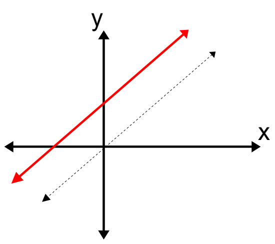
adım3 adım2 deki fonksiyon düşeyde 7 birim aşağı ötelenir.

Bu adımları çizime aktarırsak:

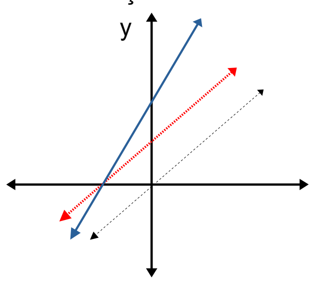
Şekil 1



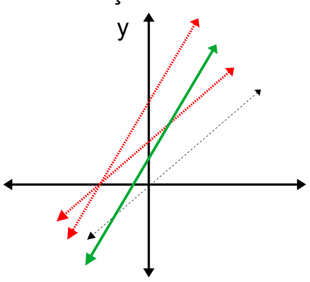
Şekil 2



Şekil 3



Şekil 4



Yeşil grafikle çizim tamamlanmış olur.
(Not: $f(x)=4(x+2)-7$ yerine $f(x)=4x+1$ ile de çizimi yapabilirdik)

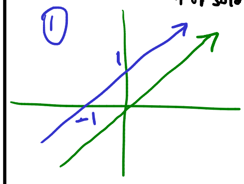
www.matbaz.com

Örnek...25 :

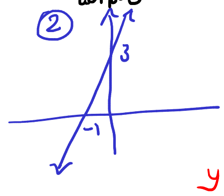
$f(x)=3(x+1)-2$ fonksiyonunun grafiğini $y=x$ referans fonksiyonu ile çiziniz.

$x \xrightarrow{} \underset{1\text{ br sola}}{x+1} \xrightarrow{} \underset{\text{çarpı } 3}{3.(x+1)} \xrightarrow{} \underset{2\text{ br} \downarrow \text{aşağı}}{3.(x+1)-2}$

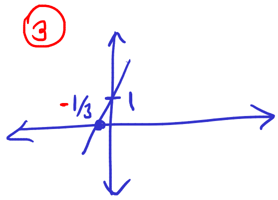
1



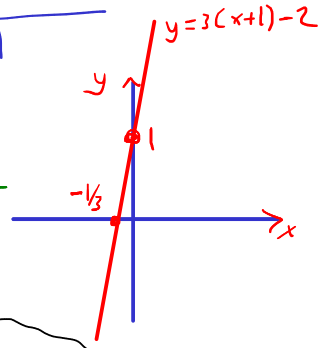
2



3



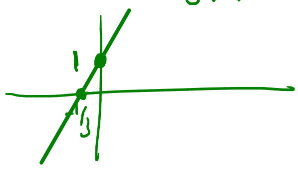
Son hali temize geçerek ⇒



2. yol $y=3x+3-2=3x+1$

Noktalar

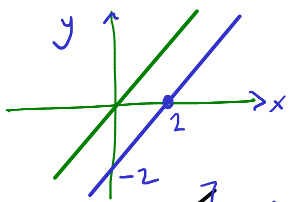
x	0	-1/3
y	1	0

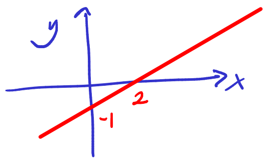


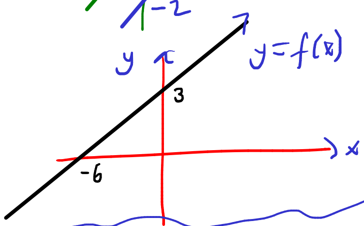
Örnek...26 :

$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)+4$ fonksiyonunun grafiğini $y=x$ referans fonksiyonu ile çiziniz.

$x \rightarrow \underset{2\text{ br sağa}}{(x-2)} \rightarrow \underset{\text{çarpı } \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}.(x-2)} \rightarrow \underset{4\text{ br} \uparrow \text{yukarı}}{\frac{1}{2}(x-2)+4}$

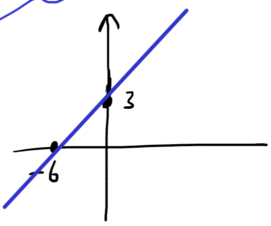






II. yol

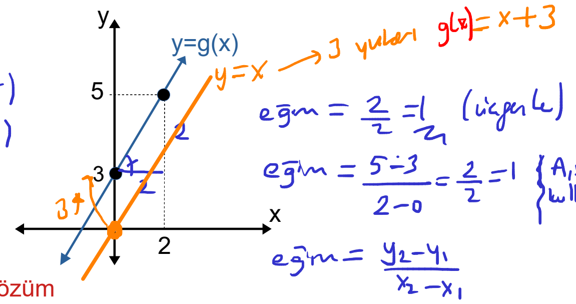
x	0	-6
y	3	0



Örnek...27 :

Grafiği verilen fonksiyonu
a) f(x)=x türünden (f(x) in türünden)
b) x e bağlı cebirsel biçimde ifade ediniz.

A(2,5)
B(0,3)



eğim = $\frac{2}{2}=1$ (üçgenle)

eğim = $\frac{5-3}{2-0}=\frac{2}{2}=1$ {A,B kullanıldı}

eğim = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Çözüm

1.yol
Grafikten eğimin 1 olduğu anlaşılır. y=x deki (3,3) (0,3) olduuna göre y=x 3 sola kaymış dolayısıyla g(x)=1.f(x+3) yazılabilir. g(x)=x+3 olur.

Ya da orjinden geçen ,y=g(x) e paralel, y=x i yukarı 3 birim kaydıralım. g(x)=x+3 olmalıdır.

2.yol
fonksiyon doğrusal biçimde olduğundan y=g(x)=ax+b türünde yazılabilir.
(0,3) ve (2,5) grafik üzerinde olduğundan denklemi sağlar

3=a.0+b
5=2a+b denklemlerini beraber çözersek

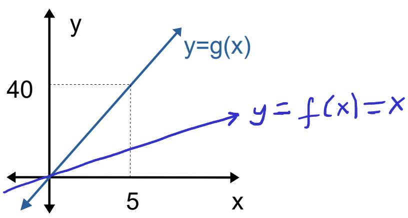
a=1 ve b=3 bulunur. Dolayısıyla önce cebirsel olarak y=g(x)=x+3 yazılabilir. Bu ifadeyi de istersek g(x)=f(x)+3 biçiminde (f(x)=x verildiğinden dolayı) yazabiliriz.

b) y=g(x)=x+3 cebirsel eşitliğiyle ifade yazılabilir.

Örnek...28 :

Grafiği verilen fonksiyonları a) f(x)=x türünden b) cebirsel olarak ifade ediniz.

a)



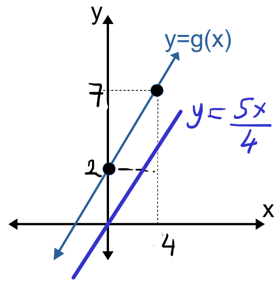
verilen fonksiyonun eğimi $\frac{40}{5}=8$

$g(x)=8.f(x)$ yazılır (öteleme yok)

b) $g(x)=8.x$ (eğim 8 grafik x ekseninden uzaklaştırılır)

II.Yol $g(x)=ax+b$ ((0,0) ve (5,40) yerine yazılırsa)
$0=a0+b \rightarrow b=0 \rightarrow a=8$
$40=5a+b$
$g(x)=8x$

b)



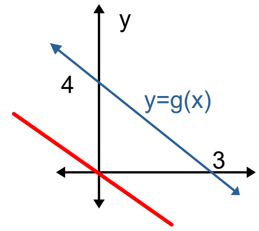
eğim = $\frac{5}{4}$

$y=\frac{5x}{4}$ yukarı 2 kaymış

$g(x)=\frac{5x}{4}+2$

II.Yol $y=ax+b$ ((0,2) ve (4,7) yerine yazılırsa)
$2=0+b$
$7=4a+b$ > $b=2$, $a=5/4$
$y=\frac{5x}{4}+2$

c)



(0,4) (3,0) doğrunun eğimi $\frac{4-0}{0-3}=-4/3$

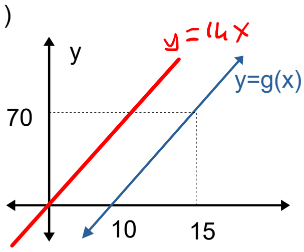
$y=-\frac{4x}{3}$ doğrusu yukarı 4 br kaymış

ya da sağa 3 birim AYNI $g(x)=-\frac{4x}{3}+4$

$g(x)=-\frac{4}{3}(x-3)$

II.Yol $g(x)=ax+b$ olsun (3,0) ve (0,4) yerine yazılır
$3a+b=0$
$0.a+b=4$ > $b=4 \rightarrow a=-4/3$
$g(x)=-\frac{4x}{3}+4$

d)



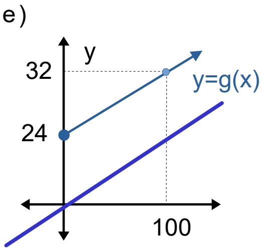
eğim $\frac{70}{5}=14$

$y=14x$ sağa 10 br kaymış

$g(x)=14(x-10)$
$=14x-140$

II.Yol $g(x)=ax+b$ (10,0) ve (15,70) denklemi sağlar
$0=10a+b$
$70=15a+b$ ⇒ $a=14$, $b=-140$ $g(x)=14x-140$

e)



doğrunun eğimi $\frac{32-24}{100}=\frac{8}{100}$

$y=\frac{8}{100}x$ 24 br yukarı kaydırılır.

$y=\frac{8}{100}x+24$

II.Yol $g(x)=ax+b$ (0,24) (100,32)
$24=a0+b$
$32=100a+b$ > $b=24$ $a=\frac{8}{100}$
$g(x)=\frac{8}{100}x+24$

www.matbaz.com

FONKSİYONLARIN PARÇALI GÖSTERİMİ

Tanım kümesinin ayrık alt aralıklarında farklı kurallarla ifade edilen fonksiyonlara parçalı tanımlı fonksiyon denir.

$$f(x)=\begin{cases} g(x), & x<a \\ h(x), & x\geq a \end{cases}$$

Örnek...29 :

Reel sayılarda $f(x)=\begin{cases} 4x+2, & x<0 \\ -x-5, & x\geq 0 \end{cases}$ biçiminde tanımlanan $y=f(x)$ fonksiyonu için $f(-3)+f(2)$ işleminin sonucu kaçtır?

$f(-3)=4.(-3)+2=-10$

$f(2)=-2-5=-7$

$f(-3)+f(2)=-10+(-7)=-17$

Örnek...30 :

Reel sayılarda $f(x)=\begin{cases} 2x & x>2 \\ x+2 & -3<x\leq 2 \\ -3 & x\leq -3 \end{cases}$ biçiminde tanımlanan fonksiyon için $f(2)-f(3)$ kaçtır?

$f(2)=2+2=4$

$f(3)=2.3=6$

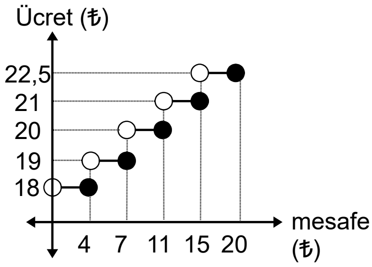
$f(2)-f(3)=4-6=-2$

Örnek...31 :

İstanbul içi çalışan minibüs ücretlerine yapılan yeni düzenlemeyle birlikte kat edilen mesafe ve ödenmesi gereken ücretler tablodaki gibi belirlenmiştir.

Mesafe (km)	0–4	4–7	7–11	11–15	15–20
Ücret (₺)	18	19	20	21	22,5

Ödenmesi gereken ücretin mesafeye bağlı grafiğini çizerek cebirsel biçimde temsil edelim.(Sınırlarda düşük ücretle ücret)



Grafik görüldüğü tek bir cebirsel şekilde ifade edilemez, bunun yerine gidilen mesafelere bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

Tanım kümesi : (0,20]
Görüntü kümesi : {18,19,20,21,22.5}

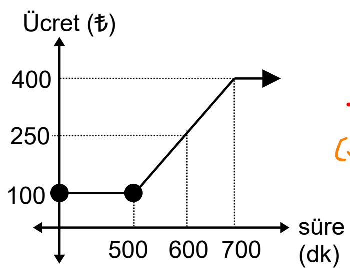
$$f(x)=\begin{cases} 18, & 0<x\leq 4 \\ 19, & 4<x\leq 7 \\ 20, & 7<x\leq 11 \\ 21, & 11<x\leq 15 \\ 22.5 & 15<x\leq 20 \end{cases}$$

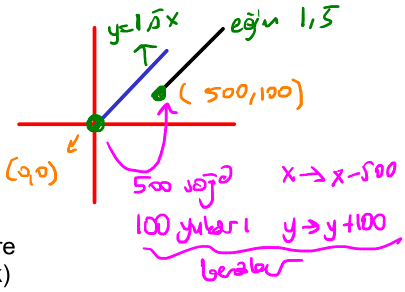
www.matbaz.com

Örnek...32 :

Bir cep telefonu servis sağlayıcısının telefon konuşmalarına uyguladığı ücret tarifesi, kullanılan ilk 500 dakikalık süre için aylık 100 Türk lirası sabit ücret ve her dakika fazladan süre için 1,5 Türk lirası olarak düzenlenmiştir. (500 dakika üzerine konuşma süresine bağlı olarak ücret doğrusal artmaktadır.) Konuşması süresi 700 dakikayı geçerse ücret daha fazla artmamaktadır. Konuşulan süreye (dk) bağlı aylık ücret (₺), aşağıda tablo ve fonksiyon grafiğiyle gösterilmiştir.

Süre (dk)	0–500	500–550	550–600	600–650	650–700	700–
Ücret (₺)	100	175	250	325	400	400





$y=1,5(x-500)+100$

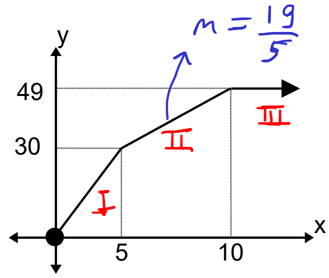
x→x−500 y→y+100

Tanım kümesi : [0,∞)
Görüntü kümesi : [100,400]

$$f(x)=\begin{cases} 100, & 0\leq x<500 \\ 100+(x-500).1.5, & 500<x\leq 700 \\ 300, & 700<x \end{cases}$$

Örnek...33 :

Grafiği verilen fonksiyonu cebirsel olarak ifade ediniz. Tanım ve görüntü kümelerini belirtiniz.



T.K. = [0,∞)

G.K. = [0,49]

$$f(x)=\begin{cases} 6x & 0\leq x\leq 5 \\ \frac{19}{5}(x-5)+30 & 5<x<10 \\ 49 & x\geq 10 \end{cases}$$

II. parça $y=\frac{19}{5}x$

x→x−5

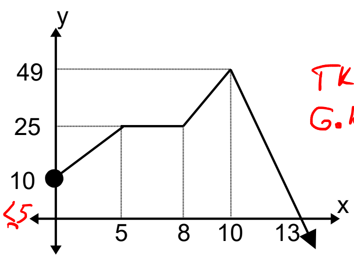
5 sağa

30 yukarı

y→y+30 kaydırılmış

Örnek...34 :

Grafiği verilen fonksiyonu cebirsel olarak ifade ediniz. Tanım ve görüntü kümelerini belirtiniz.



TK = [0,∞)

G.K = (−∞, 49]

$$f(x)=\begin{cases} 3x+10, & 0\leq x\leq 5 \\ 25, & 5<x<8 \\ 12(x-8)+25 & 8\leq x<10 \\ -\frac{49}{3}(x-10)+49 & x\geq 10 \end{cases}$$

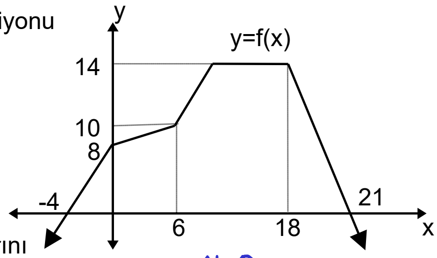
DEĞERLENDİRME

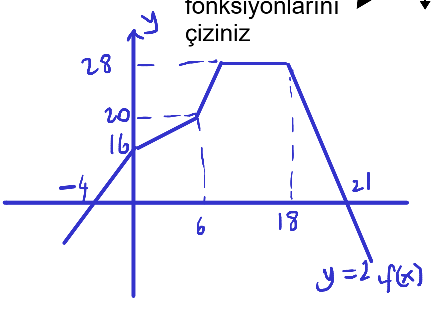
1) y=f(x) fonksiyonu veriliyor.

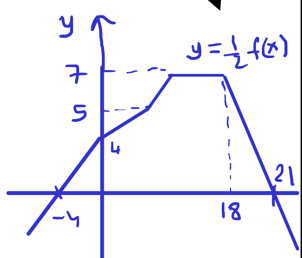
a) 2.f(x)

b) $\frac{1}{2}.f(x)$

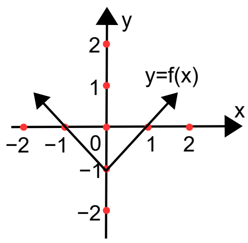
fonksiyonlarını çiziniz



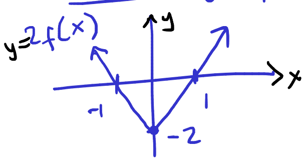




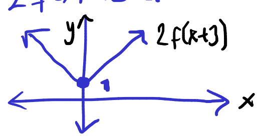
2) y=f(x) veriliyor. Buna göre, y=2f(x)+3 fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



Adım 1 $y=2f(x)$ çizilir

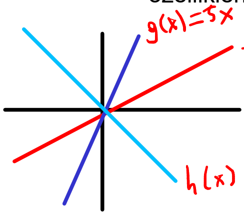


Adım 2 $2f(x)+3$ çizilir



1.adımda y=f(x) 2 ile çarpıldı (x ekseninden uzaklaştırma- genişletme
2.adımda 1.adım sonundaki fonksiyon 3 birim yukarı kaydırıldı

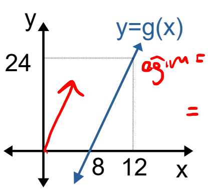
3) f(x)=x g(x)=5x h(x)= $-\frac{2}{5}x$ fonksiyonlarını aynı koordinat düzleminde çiziniz, fonksiyonların nitel özelliklerini belirtinin



f,g,h tanım kümesi R için maksimum ya da minimuma sahip olmayan, sıfırları x=0 olan bire-bir fonksiyonlardır.
x<0 için h pozitif, f ve g negatiftir.
x>0 için h negatif , f ve g pozitiftir .
f,g artan h azalan fonksiyondur.
eğimler sırasıyla 1,5 ve -2/5 tir.
fonksiyonların görüntü kümeleri de R dir.

4) Grafikleri verilen doğruları cebirsel olarak ifade ediniz.

a) eğim $\frac{24}{4} = 6$



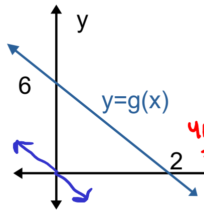
eğim $= \frac{24-0}{12-8} = \frac{24}{4} = 6$

y=6x fonksiyonu üzerinden düşünürsek 8 sağa kaydırılır

$y = g(x) = 6(x-8) = 6x-48$

g(c)=ax+b diyerek (0,8) ile (12,24) noktalarını yerine yazarak 2. yolla da yapılabilir.

b)



doğrunun eğimi $\frac{6-0}{0-2} = -3$

$y=-3x$ üzerinden düşünelim

YA DA 2 sağa kaydırılır $y=-3(x-2)$ (2→)

6 yukarı kaydırılır $y=-3x+6$ (6↑)

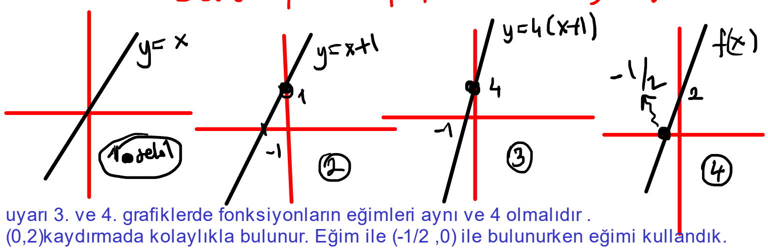
!!

$g(x) = -3x+6$

uyarı. Kaydırmalardan sadece birini düşünmek yeterlidir. !!!!

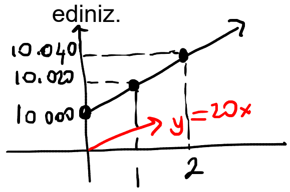
5) $f(x)=4(x+1)-2$ fonksiyonunun grafiğini y=x referans fonksiyonu ile çiziniz.

$x \to \underbrace{x+1}_{1\text{ sola kaydır}} \to \underbrace{\cdot 4}_{\text{çarpı } 4} \to \underbrace{-2}_{2 \text{ aşağı kaydır.}}$



uyarı 3. ve 4. grafiklerde fonksiyonların eğimleri aynı ve 4 olmalıdır .
(0,2)kaydırmada kolaylıkla bulunur. Eğim ile (-1/2 ,0) ile bulunurken eğimi kullandık.

6) Kalem üreten bir fabrikada günlük sabit üretim masrafları 10.000 ₺ ve üretilen her bir kalemin maliyeti 20 ₺ dir. Günlük x adet kalem üretildiğinde oluşacak maliyeti cebirsel ve grafiksel olarak ifade ediniz.

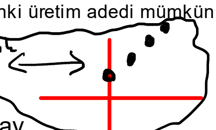


eğim = 20

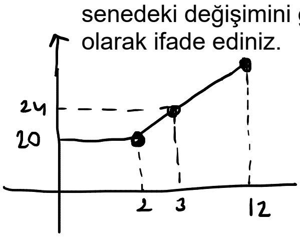
y=20x 10000 ↑

f(x)= 20x+10000

Uyarı Çizilmesi gereken grafik kesikli olmalıdır. Burada sanki üretim adedi mümkün olan her reel değeri alıyor gibi çizdik. [0,oo).
(ondalıklı adet üretme kısmını dert etmeyelim :) esas grafik



7) Dikildiğinde boyu 20 cm olan bir bitki ilk iki ay boyunca uzamamaktadır. Sonra her ay 4 cm uzamaktadır. Buna göre bitkinin boyunun bir senedeki değişimini grafiksel olarak ve cebirsel olarak ifade ediniz.

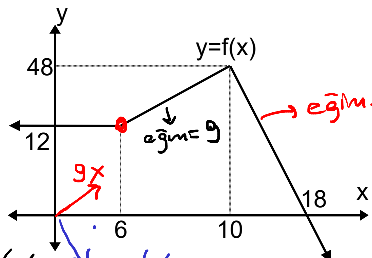


$$f(x) = \begin{cases} 20 & 0 \le x \le 2 \\ \underbrace{4(x-2)+20}_{4x+12} & 2 < x < 12 \end{cases}$$

eğim $\frac{24-20}{3-2} = 4$

y=4x üzerinden 2 sağa 20 yukarı

8) Grafiği verilen fonksiyonu cebirsel olarak ifade ediniz. Tanım ve görüntü kümelerini belirtiniz.



y=-6x 18 birim sağa kaymış

$$f(x) = \begin{cases} 12 & x \le 6 \\ 9(x-6)+12 & 6 < x \le 10 \\ -6(x-18) & x > 10 \end{cases}$$

www.matbaz.com