

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPMANIN ÖZELLİKLERİ)

RAKAM

Sayıları ifade etmek için kullandığımız 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 sembollerine **rakam** denir .

Örnek...1 :

a, b ve c birbirlerinden farklı birer rakamdır.
a.b+9.b-c

en çok kaçtır?

$$a=8, b=9, c=0 \text{ alınсын}$$

$$8.9 + 9.9 - 0 = 72 + 81 = 153 //$$

Örnek...2 :

"Herhangi bir doğal sayının rakamlarının tersten yazılışı ile oluşan yeni sayı ilk sayıya eşit ise bu şekildeki sayılara palindrom sayı denir."

Buna göre, aşağıdaki sayılardan kaç tanesi palindromdur?

123	404	6006	258825	111
↓	↓	↓	↓	↓
321	404	6006	528852	111
(x)	(✓)	(✓)	(x)	(✓)

Örnek...3 :

45 basamaklı 99.....9 sayısı, 234 ile çarpıldığında, elde edilen sayının rakamları toplamı kaçtır? $9 = 10^1 - 1$ $99 = 10^2 - 1$

kolayıyla $999...9 = 10^{45} - 1$ 45 tane

$$999...9 \times 234 = (10^{45} - 1) \times 234 = 234000...0 - 234$$

Rakam toplamı $2+3+3+9.42+7+6+6 = 405$
233999...9766
42 adet 9

Örnek...4 :

n doğal sayı olmak üzere $2^{2^n} + 1$ biçimindeki sayılara Fermat asal sayıları denir. En çok iki basamaklı Fermat asallarının toplamı kaçtır?

$$n=0 \Rightarrow 2^{2^0} + 1 = 2^1 + 1 = 3$$

$$n=1 \Rightarrow 2^{2^1} + 1 = 2^2 + 1 = 5$$

$$n=2 \Rightarrow 2^{2^2} + 1 = 2^4 + 1 = 17$$

$$n=3 \Rightarrow 2^{2^3} + 1 = 2^8 + 1 = 257 \text{ (3 basamaklı)}$$

Toplam 25

UYARI

Rakamların çokluk belirtmek için bir arada (veya tek başlarına) kullanılmalarıyla sayılar elde edilir.
Bazı sayılar aynı zamanda rakamdır.

Pierre de Fermat: Fransız hukukçu / matematikçi. Modern sayılar kuramının kurucusudur. Fermatın son teoremi yaklaşık 300 yıl önce keşfedilmiştir!

SAYI KÜMELERİ

DOĞAL SAYILAR

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesine doğal sayılar kümesi denir.

Örnek...5 :

a ve b farklı doğal sayılar olmak üzere, $a+b=12$ ise a.b nin en büyük ve en küçük değerleri çarpımı kaçtır?

a	b	a.b
0	12	0
1	11	11
2	10	20
...
5	7	35 → cevap

Toplam sabitken sayılar yakın seçilince çarpım büyüyor!

Örnek...6 :

a, b, c doğal sayılar olmak üzere, $a.b=24$ ve $a.c=36$ ise $a+b+c$ nin toplamı kaç farklı değer alır?

a	b	c	a+b+c
1	24	36	61
2	12	18	32
3	8	12	23
4	6	9	19
6	4	6	16
12	2	3	17

6 farklı değer

Örnek...7 :

1 den 99 a kadar olan tamsayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak

$$a = 123...91011...9899$$

şeklinde 189 basamaklı bir a sayısı oluşturuluyor.

Buna göre, a nın sağdan 126. rakamı kaçtır?

$$1\ 2\ 3\ \dots\ 9\ 10\ 11\ \dots\ 98\ 99$$

sağdan 2'li gruplara ayırırsak her 2 rakam harcadıkça 1 sayı geçeriz. 126 rakam harcanak sağdan $\frac{126}{2} = 63$. sayıyı bulmamızı gerektirir.

$$\sqrt[1]{99} \quad \sqrt[2]{98} \quad \sqrt[3]{97} \quad \dots \quad \sqrt[63]{37}$$

Delayıyla 63. sayı 37 dir, ve cevap 37 dir.

(2 satırdaki toplamların 100 yaptığını görünüz!) 3 tan.

UYARI Doğal sayıların iki alt kümesi asal sayılar $A = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ ve sayma sayıları $S = \{1, 2, 3, \dots\}$ kümesi sıklıkla karşımıza çıkar.

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPMANIN ÖZELLİKLERİ)

Örnek...8 :

a ve b doğal sayıları için $5a+b=17$ olduğuna göre,

- a ve b asal sayıdır.
- a çiftse b de çifttir.
- a ve b nin her ikisinde pozitifdir.

ifadelerinden hangisi veya hangileri daima doğrudur?

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6 \\ 0 & 17 \rightarrow \text{i) YANLIŞ} \quad \text{iii) YANLIŞ} \\ 1 & 12 \\ 2 & 7 \rightarrow \text{ii) YANLIŞ} \\ 3 & 2 \end{array} \quad \text{DAİMA DOĞRU YOKTUR!}$$

TAM SAYILAR

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, Z, \dots\}$
kümeye tam sayılar kümesi denir.

UYARI

Z kümesinin
 $Z_c = \{x: x=2k, k \in Z\} = \{\dots, -2, 0, 2, \dots\}$ ve
 $Z_f = \{x: x=2k+1, k \in Z\} = \{\dots, -1, 1, 3, \dots\}$
alt kümeleri sıklıkla karşımıza çıkar.

Örnek...9 :

x tek bir tamsayı ise kaç tanesi daima çifttir?

- $x+1 \rightarrow T+G$
- $x-1 \rightarrow T-G$
- $8x+6$

Not $x \in \mathbb{Z}$

$$\begin{array}{l} 2x, 4x, 16x = G \\ x^2 + x = x(x+1) = G \\ \text{iv) } x^2 + 1 \\ \quad T^2 + 1 \\ \quad T + 1 = G \\ \text{v) } x^2 + x^3 \\ \quad \downarrow \\ \quad T^2 + T^3 \\ \quad T + T = G \end{array}$$

Örnek...10 :

$$12-6:3+2.5-7.3+1=?$$

$$12 - 2 + 10 - 21 + 1 = 10 - 11 + 1 = 0 //$$

Örnek...11 :

$$a - \{[a-3(b-2a) - (a-3b)] + a - 2(2b-a)\} = ?$$

$$a - \{a - 3b + 6a - a + 3b + a - 4b + 2a\}$$

$$a - \{9a - 4b\} = -8a + 4b = 4(b-2a) //$$

Örnek...12 :

a, b, c tam sayılar olmak üzere,
 $a.b=60$, $a.c=48$ ise $a+b+c$ nin toplamı en az kaç olur?

$$\begin{array}{r|l} a & b & c & a+b+c \\ -1 & -60 & -48 & -109 \rightarrow \text{cevap} \\ -2 & -30 & -24 & -56 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

Örnek...13 :

A ve B farklı rakamlar ve AB ve BA iki basamaklı sayılar olmak üzere,
 $AB+BA+BB+AA$ toplamı en az ve en çok kaçtır?

$$AB = 10A+B \quad (\text{gözömlene})$$

$$AB + BA + BB + AA = 10A+B + 10B+A + 10B+B + 10A+A$$

$$= 22A + 22B = 22(A+B)$$

$$22(A+B) \begin{cases} 22 \cdot (1+2) = 66 \quad (\text{EN AZ}) \\ 22 \cdot (8+9) = 374 \quad (\text{EN ÇOK}) \end{cases}$$

Örnek...14 :

Herbiri en az iki basamaklı 8 sayının her birinin birler basamağındaki rakam sayısal değer olarak 3 azaltılır, onlar basamağındaki rakam sayısal değer olarak 2 arttırılırsa sonuç nasıl değişir?

Birler basamağı 3 azaltılırsa 1 sayı 3 azalır.
8 sayı 24 azalır.

Onlar basamağı 2 arttırılırsa 1 sayı 20 arttır.
8 sayı 160 arttır.

$$-24 + 160 = 136 \quad (\text{artır})$$

Örnek...15 :

Ardışık 5 tam sayının toplamı -245 ise en büyük sayı kaçtır?

1.401 En küçük sayı x

$$\frac{I}{x} \quad \frac{II}{x+1} \quad \frac{III}{x+2} \quad \frac{IV}{x+3} \quad \frac{V}{x+4}$$

$$\text{Toplam } 5x + 10 = -245 \quad 5x = -255$$

$$x = -51$$

$$\text{ve cevap } -51 + 4 = -47 //$$

2.401 Ardışık aritmetik bir toplam

Terim sayısı x Ort Terim

$$\frac{5}{\downarrow} \times \text{Ort} = -245$$

$$\text{Ort} = -49$$

$$\leftarrow 1 \rightarrow$$

$$-50 \quad -49 \quad -48 \quad \underline{\underline{-47}} \quad (\text{EN BÜYÜK})$$

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPMANIN ÖZELLİKLERİ)

DEĞERLENDİRME - 1

- 1) Sayı doğrusunda işaretlenmiş a, b, c, d sayılarının toplamı 67 dir. Bu sayılardan en küçüğü a olmak üzere, a'nın diğer sayılara uzaklıkları toplamı 31 ise a kaçtır?

$$a+b+c+d=67 \quad d-a+b-a+c-a=31$$

$$b+c+d-3a=31$$

$$67-a-3a=31$$

$$4a=36 \Rightarrow a=9$$

uzaklık $|b-a|=d-a$

- 2) n bir doğal sayı olmak üzere, 1 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı x, 7 dan n ye kadar olan doğal sayıların toplamı y ile gösteriliyor. $x+y=251$ olduğuna göre, x in değeri kaçtır?

$$1+2+\dots+n=x$$

$$7+8+\dots+n=y$$

$$x-y=1+2+3+4+5+6$$

$$x+y=251$$

$$x-y=21$$

$$2x=272$$

$$x=136$$

- 3) Bir öğrenciden verilen bir x sayısını 45 ile çarpması istenmiş ve öğrenci cevabı 15 930 bulmuştur. Fakat işlemi kontrol ederken verilen x sayısının 2 olan onlar basamağını 5 görmüş olduğunun farkına varan bu öğrencinin bulması gereken doğru sonuç kaçtır? Onlar basamağı 2 yerine 5 görmüşse x yerine x+30 sayulmuş çarpmıştır. Doğru cevap $30 \cdot 45$ daha az dikkatli cevap $15930 - 1350 = 14580$

- 4) a ve b doğal sayılar olmak üzere, $a \cdot b = 60$ ise a+b nin en büyük ve en küçük değerleri toplamı kaçtır?

a	b	a+b
1	60	61 → en büyük
2	30	32
3	20	23
...
6	10	16 → en küçük

- 5) Üç basamaklı 9ab sayısı iki basamaklı ab sayısının 61 katıdır. Buna göre, a+b toplamı kaçtır?

$$9ab = 61 \cdot ab$$

$$900 + ab = 61 \cdot ab$$

(çözemedik)

$$900 = 60 \cdot ab$$

$$15 = ab$$

$$9ab = 900 + 10ab$$

ya da yazmak yerine

$$9ab = 900 + ab$$

2 basamaklı sayıdır!

- 6) abc üç basamaklı sayısı rakamları toplamının x katı, bca 3 basamaklı sayısı rakamları toplamının y katı ise cab 3 basamaklı sayısı rakamları toplamının kaç katıdır?

$$abc = x \cdot (a+b+c)$$

$$bca = y \cdot (a+b+c)$$

$$+ cab = z \cdot (a+b+c)$$

$$abc + bca + cab = (a+b+c)[x+y+z]$$

$$111(a+b+c) = (a+b+c) \cdot [x+y+z]$$

$$111 = x+y+z \Rightarrow z = 111 - (x+y) \checkmark$$

- 7) a, b, c tam sayılar olmak üzere,

$$a \cdot b < 0, \quad a \cdot c > 0, \quad b \cdot c > 0$$

ise a, b, c nin işaretleri sırasıyla nedir?

önce çift kuvvetler taranır (doğru pozitif)

$$b \cdot c > 0 \Rightarrow c > 0 \quad (b \text{ burada bilinememez!})$$

$$c > 0 \text{ ve } a \cdot c > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$a > 0 \text{ ve } a \cdot b < 0 \Rightarrow b < 0$$

$$a \mid b \mid c$$

$$+ \mid - \mid +$$

- 8) $1-2+3-4+\dots-2014=?$
- Her 2'li grup -1 veriyor
- ve $\frac{2014}{2} = 1007$ grup var
- cevap $(-1) \cdot 1007 = -1007$
- (Artık terim olmadığını fark edin!)

- 9) a, b, c negatif tam sayılar olmak üzere, $5a=6b$, $3a=7c$ ise $a+b+c$ nin toplamı en çok kaç olur?

$$5a=6b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{5}$$

$$3a=7c \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{7}{3}$$

a kısmını eşitleyelim!

$$\frac{a}{b} = \frac{42}{35} \quad \frac{a}{c} = \frac{42}{18}$$

$$-42 \mid -35 \mid -18$$

$$a+b+c = -95$$

- 10) İki basamaklı ve birbirinden farklı üç tek sayının toplamı kaç farklı değer alır?

min değer $11+13+15 = 39$

39 dan sonra 41, 43, ... değerlerini alır.

max değer $99+97+95 = 291$

total $39, 41, 43, \dots, 291$ dizisinin terim sayısıdır.

Term sayısı $\frac{291-39}{2} + 1 = 127$

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPIMIN ÖZELLİKLERİ)

RASYONEL SAYI

a ve b tamsayılar ve $b \neq 0$ koşuluyla $q = \frac{a}{b}$ sayısına rasyonel sayı denir.

Rasyonel sayılar kümesi \mathbb{Q} ile gösterilir ve $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ biçiminde yazılır.

KESİR ÇEŞİTLERİ

İşaretlerine bakılmaksızın payı paydasından büyük veya eşit olan kesirlere **bileşik kesir** denir. Pay mutlak değer olarak paydadan küçükse kesir **basit kesir**dir.

Örnek...1 :

$\frac{a}{7}$ kesri basit kesir ise a'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

$$|a| < 7 \Rightarrow a = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 6$$

(pay paydadan mutlak değerce küçük olmalı)

13 değer

Örnek...2 :

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{x-2}}$$

kesirini tanımsız yapan x değerleri toplamı kaçtır? TANIMSUZSA PAYDA 0 OLMALI her payda tek tek incelenir.

$$1) x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ (tanımsız yapar)}$$

$$2) 1 - \frac{1}{x-2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x-2} = 1 \Rightarrow x - 2 = 1, x = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

HATIRLATMA

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $a \cdot d = b \cdot c$ dir. Burada $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ kesrine **denk kesirler** de denir

Örnek...3 :

$$\frac{x-2}{5} = \frac{x+1}{3} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

$$3x - 6 = 5x + 5 \Rightarrow 2x = -11 \Rightarrow x = -11/2$$

RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

$$1) \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{b \cdot d}$$

$$2) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$3) \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Örnek...4 :

$$\frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = ? \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{10 - 20 + 4 + 5}{20} = \frac{-1}{20}$$

Örnek...5 :

$$\left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \dots \dots \left(1 - \frac{1}{400}\right) = ?$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{399}{400} = \frac{4}{400} = \frac{1}{100}$$

(sadelesmenin yolunu gösteriniz!)

Örnek...6 :

payda eşitleyiniz!
A = $\frac{1}{9} + \frac{7}{13} + \frac{11}{7}$ ve B = $\frac{17}{9} + \frac{32}{13} - \frac{4}{7}$ ise B'nin A türünden eşiti nedir?

$$A = \frac{1}{9} + \frac{7}{13} + \frac{11}{7}$$

$$A + B = \frac{18}{9} + \frac{39}{13} + \frac{7}{7} = 6$$

$$B = \frac{17}{9} + \frac{32}{13} - \frac{4}{7}$$

$$A + B = 6 \Rightarrow B = 6 - A$$

HATIRLATMA

x bir tamsayı ve $\frac{a}{b}$ bir kesir olmak üzere,

$x + \frac{a}{b}$ ifadesine bir **tamsayı kesir** denir

ve bu $x \frac{a}{b}$ ile gösterilir. Örneğin;

$$2 \frac{4}{7} = 2 + \frac{4}{7} = \frac{18}{7} \text{ ve } -5 \frac{2}{3} = -(5 + \frac{2}{3}) = -\frac{17}{3} \text{ olur.}$$

Örnek...7 :

$$\left(1 - 3\frac{1}{5}\right) : \left(1 - 2\frac{1}{6}\right) = ?$$

$$\left(1 - \frac{16}{5}\right) : \left(1 - \frac{13}{6}\right) = \frac{-11}{5} \cdot \frac{6}{-7} = \frac{66}{35} \text{ m}$$

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPIMIN ÖZELLİKLERİ)

ONDALIK AÇILIM

$\frac{x}{y}$ rasyonel sayısında x in y ile bölünmesiyle elde edilen sayıya $\frac{x}{y}$ nin **ondalık açılımı** denir.

Örnek...8 :

$\frac{6}{25}$ sayısının ondalık açılımı nedir?

$$\frac{6}{25} = \frac{24}{100} = 0,24$$

Örnek...9 :

$(0,728)^2 - (0,272)^2 = ?$ NOT $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$

$$\frac{(0,728 - 0,272) \cdot (0,728 + 0,272)}{1} = 0,456$$

Örnek...10 :

$\frac{0,46}{0,23} + \frac{4,6}{0,23} + \frac{0,6}{0,03} - \frac{0,48}{0,4-1} = ?$ pay ve paydayı küçülterek kalor virgöl kaydır!

$$\frac{46}{23} + \frac{460}{23} + \frac{60}{3} - \frac{48}{-60} = 2 + 20 + 20 + \frac{48}{60}$$

$$= 42 + \frac{4}{5} = \frac{214}{5}$$

UYARI

Her rasyonel sayı bir devirli ondalık açılım olarak yazılabilir. Eğer virgölün sağında belli bir yerden sonra tekrar eden kısım var ise bu kısım üzerinde devir çizgisi konarak belirtilir. (0 için devir çizgisi yazılmaz)

Örneğin; $\frac{7}{10} = 0,7000\dots = 0,7\bar{0} = 0,7$

$$\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,\bar{3}$$

$$\frac{19}{45} = 0,4222\dots = 0,4\bar{2} \text{ olarak yazılır.}$$

DEVİRLİ ONDALIK SAYININ KESRE ÇEVİRLMESİ

Sayının tamamı için
tüm sayı - devretmeyen kısım
devreden kadar 9 devretmeyen kadar 0
Virgülden sonrası için

Örneğin; $a, b\bar{c}d = \frac{abcd - abc}{900}$

Örnek...11 :

$4,2\bar{3}$ sayısını kesre çeviriniz,

$$4,2\bar{3} = \frac{423 - 42}{90} = \frac{381}{90} = \frac{127}{30}$$

Örnek...12 :

$x = 3,4\bar{3}$ $y = 3,4\bar{3}$ $z = 3,434343$
sayılarını sıralayınız?

$$x = 3,43333\dots$$

$$y = 3,434343\dots \quad y > z > x$$

$$z = 3,434343000$$

$4,2\bar{3}$ formatı kullandıktan çevirmek için $4,2333\dots$ ifadesi 10'un kuvvetleri ile çarpılıp, taraf taraf çıkarmalar sonucu devreden kurtularak elde edilir.

örneğin $x = 4,233\dots$ olsun!

$$10x = 42,333\dots$$

$$100x = 423,333\dots \quad \text{virgülden sonraki aynı taraf taraf çıkaralım}$$

$$100x - 10x = 423 - 42$$

$$90x = 381 \Rightarrow x = \frac{381}{90}$$

(Not: Burada hem 10 hem 100 le çarpıttık çünkü sadece bir x ve x i kullanıp virgülden sonrasını gösterebiliyoruz.)

Birde bunun seri ile çözümü var ama biraz sıkıcı

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPMANIN ÖZELLİKLERİ)

DEĞERLENDİRME - 2

1) $\frac{a-2}{2} = \frac{3b-2}{4}$ ise $2a-3b+4$ kaçtır?
(Sadeleştir.)

$$2a-4 = 3b-2 \Rightarrow 2a-3b = 2$$

$$2a-3b+4 = 2+4 = 6 \frac{1}{4}$$

2) $1 - \frac{0}{2} + 3(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} + 1) = ?$

$$1 - 0 + 3 \cdot (\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} + 1) = 1 + 3 \cdot (\frac{18}{20} + 1)$$

$$1 + 3 \cdot \frac{19}{10} = 1 + \frac{57}{10} = \frac{67}{10} = 6,7 \frac{1}{10}$$

3) $2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\dots}}}$

işlemi sonsuza kadar devam ediyor.
Bu işlemin sonucu kaçtır?

kapalı bölge içindeki kım x ise
tüm ifadenin de x olacağı açıktır

$$2 + \frac{3}{x} = x \quad (\text{Deneyimle } x=3 \text{ tür})$$

$$2x + 3 = x^2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x=3 \vee x=-1 \quad x=3 \text{ olacaktır!}$$

(Negatif olabilir mi?)

4) $(\frac{12}{6}) : \frac{6}{5} = ?$

$$(\frac{12}{1} \cdot \frac{5}{6}) : (\frac{12}{6} \cdot \frac{1}{5}) = 10 : (\frac{2}{5}) = 10 \cdot \frac{5}{2} = 25 \frac{1}{4}$$

$$(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{15^2})$$

5) $(1 - \frac{1}{9}) \cdot (1 - \frac{1}{16}) \cdot (1 - \frac{1}{25}) \dots (1 - \frac{1}{225}) = ?$

$$(1 - \frac{1}{3}) (1 + \frac{1}{3}) (1 - \frac{1}{4}) (1 + \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{15}) (1 + \frac{1}{15})$$

$$(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{14}{15}) \cdot (\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{16}{15}) = \frac{2}{15} \cdot \frac{16}{3}$$

-ifadeleri + ifadeleri = $\frac{32}{45}$

6) $x = \frac{1}{2} + \frac{7}{15} - \frac{5}{13}$ ise $\frac{1}{2} - \frac{8}{15} - \frac{44}{13}$ sayısının x türünden eşiti nedir?

$$x = \frac{1}{2} + \frac{7}{15} - \frac{5}{13}$$

$$-y = \frac{1}{2} - \frac{8}{15} - \frac{44}{13}$$

$$x - y = \frac{15}{15} + \frac{39}{13} = 4$$

$$x - y = 4 \Rightarrow y = x - 4 \checkmark$$

7) $4 \frac{7}{125}$ sayısının ondalık açılımı nedir?

$$4 + \frac{7}{125} = 4 + \frac{56}{1000} = 4 + 0,056 = 4,056$$

8) x pozitif bir ondalıklı kesir olmak üzere, $x + \frac{34}{125}$ bir tamsayı ise x sayısının virgülden sonraki kısmı nedir?

$$x + \frac{34}{125} = x + \frac{272}{1000} = x + 0,272 = \text{tamsayı}$$

$\rightarrow m,728$

9) $\frac{0,ab + a,0b}{a,b} : \frac{0,a0b}{a0b} = ?$

$$\frac{ab}{a0b} + \frac{a0b0}{a0b} = \frac{1}{10} + 10 = \frac{101}{10} \frac{1}{4}$$

10) $0,9 + 1,9 + 2,9 + \dots + 49,9 = ?$

İ.Yol \downarrow
 $1 + 2 + \dots + 50 = \frac{50 \cdot 51}{2} = 1275$

* Gauss Toplamı $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

İ.Yol Terim sayısı x Ort Terim

$$50 \times (\frac{50+1}{2}) = 1275$$

Ort Terim = $\frac{\text{Son Terim} + \text{İlk Terim}}{2}$ (Horahen $\frac{618}{2}$ dış içinde olmayabilir)

Carl Gauss: Matematiklerin kralı olarak bilinen Alman matematikçisi

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPMANIN ÖZELLİKLERİ)

UYARI

$\sqrt{2}$ rasyonel değildir.

İSPAT: Bu ispatta önermenin doğruluğu yerine olumsuzunun yanlışlığı gösterilecektir. Bunun için $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilir varsayalım. $\frac{a}{b}$ en sade hâlde olsun. Eğer değilse sadeleştirip en sade hâl $\frac{a}{b}$ dir diyelim. $\sqrt{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2}$
 $2b^2 = a^2 \Rightarrow a$ çifttir. $a = 2k$ olsun yerine yazalım
 $2b^2 = (2k)^2 \Rightarrow 2b^2 = 4k^2 = b^2 = 2k^2 \Rightarrow b$ çifttir.
Fakat a ve b nm çift olması birtakım ifadeyle çelişir. (a ve b en sade hâlektir!)
Detaylıyla $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ifadesi yanlıştır!

Örnek...13:

$\sqrt{253-x}$ sayısının bir rasyonel sayı belirtmesini sağlayan kaç x doğal sayı değeri vardır?

İfade rasyonel ise kök içi tam karedir.

253 ten küçük tam kareler

$$15^2 = 225 \quad 16^2 = 196 \quad \dots \quad 0^2 = 0$$

($x = 28$ için) ($x = 57$ için) ($x = 253$ için)

16 tam kare için $x = 16$ değer alır !!

$\sqrt{2}$ SAYISINI SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERMEK İSTERSEK:

Dik kenarları 1 er birim olan dik üçgende hipotenüs uzunluğunda pergelimizi açar ve bu açıklığı sayı doğrusunda sivri uç 0'a gelecek şekilde bir yay çizerek bulabiliriz.



$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi = 3,14\dots, e = 2,7\dots$$

gibi devirli ondalık açılıma sahip olmayan sayılara irrasyonel sayı denir.

İrrasyonel sayılar kümesi \mathbb{Q}' ile gösterilir.

Rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar kümelerinin birleşimi reel sayılar kümesini oluşturur.

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$$

REEL SAYILAR KÜMESİ VE TOPLAMA İŞLEMİ

1. KAPALILIK ÖZELLİĞİ:

Her $a, b \in \mathbb{R}$ için $a+b \in \mathbb{R}$ dir.

2. DEĞİŞME ÖZELLİĞİ:

Her $a, b \in \mathbb{R}$ için $a+b = b+a$ dir.

3. BİRLEŞME ÖZELLİĞİ:

Her $a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a+(b+c) = (a+b)+c$ dir.

4. ETKİSİZ ELEMAN ÖZELLİĞİ:

$0 \in \mathbb{R}$ ve her $a \in \mathbb{R}$ için $a+0 = 0+a = a$
(0 toplamanın birim (etkisiz) elemanıdır.)

5. TERS ELEMAN ÖZELLİĞİ:

$0 \in \mathbb{R}$ etkisiz eleman olmak üzere, her $a \in \mathbb{R}$ için $a+(-a) = (-a)+a = 0$ olduğundan gerçek sayılar kümesinde her elemanın toplama işlemine göre tersi vardır.

REEL SAYILAR KÜMESİ VE ÇARPMA İŞLEMİ

1. KAPALILIK ÖZELLİĞİ:

Her $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b \in \mathbb{R}$

2. DEĞİŞME ÖZELLİĞİ:

Her $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b = b \cdot a$

3. BİRLEŞME ÖZELLİĞİ:

Her $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

4. ETKİSİZ ELEMAN ÖZELLİĞİ:

$1 \in \mathbb{R}$ ve her $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ (1 çarpmanın birim (etkisiz) elemanıdır)

SAYILAR - 1

(RAKAM - SAYI KÜMELERİ - TOPLAMA VE ÇARPMANIN ÖZELLİKLERİ)

5. YUTAN ELEMAN ÖZELLİĞİ :

$0 \in \mathbb{R}$ ve her $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 0 = 0$, $a = 0$
(0 çarpmanın yutan elemanıdır)

6. TERS ELEMAN ÖZELLİĞİ :

$1 \in \mathbb{R}$, etkisiz eleman olmak üzere ve her $a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$,
 $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$ olduğundan gerçekte sayılar kümesinde her elemanın çarpma işlemine göre tersi vardır.

7. ÇARPMANIN TOPLAMA ÜZERİNE DAĞILMA ÖZELLİĞİ :

Her $a, b, c \in \mathbb{R}$,
 $a \cdot (b+c) = (b+c) \cdot a = a \cdot b + a \cdot c$ olduğundan gerçekte sayılar kümesinde çarpma işlemi toplama üzerine sağdan ve soldan dağılma özelliği vardır.

SAYI DOĞRUSU

Sayı doğrusu ve gerçekte sayılar kümesinin her elemanı, bire bir eşlenebilir. Bu eşlemede her reel sayıya yalnız bir nokta, her noktaya da bir ve yalnız bir reel sayı karşılık gelir.

Gerçekte sayılarla gösterilen herhangi bir sıralı ikili de koordinat sisteminde yine bir noktaya karşılık gelebilir.

Örnek...14 :

Aşağıdaki önermelerin doğru veya yanlışlığını belirtiniz?

Her sayma sayısı bir tamsayıdır.	D
Her tamsayı bir doğal sayıdır.	Y
$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$	
Her irrasyonel sayı bir reel sayıdır.	D
$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \mathbb{C}_R = \emptyset$	
Her denklemin reel sayılarda en az bir çözümü vardır.	Y
Genel Kültür :>	
Gerçekte sayılar ile rasyonel sayılar kümesi bire bir eşlenebilir.	Y

Devirli sayı $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılır.	
Devirli ondalıklı sayıların bazıları irrasyonel sayıdır.	Y
$\sqrt{2} = a/b$?	
Her reel sayı devirli ondalıklı olarak yazılabilir.	Y
$a, b \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a+b}{2} \in \mathbb{Q}$	
iki rasyonel sayı arasında en az bir rasyonel sayı vardır.	D
-1 inde bir tamsayıdır	
Reel sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerine göre tersi tamsayı olan eleman sadece 1 dir.	Y

Örnek...15 :

Reel sayılar kümesinde çarpmanın yutan elemanı $3x-7$ ise $2x+1$ sayısının toplamaya göre tersi nedir?

$$3x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

$$2x + 1 = 2 \cdot \frac{7}{3} + 1 = \frac{14}{3} + 1 = \frac{17}{3}$$

$$\left(\frac{17}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{17}$$

toplamaya göre tersi için yaptım!

Örnek...16 :

A(3), B(0), C(-2) noktalarını sayı doğrusunda; K(1,-3) ve L(5,0) noktalarını ise koordinat sisteminde gösteriniz.

