

KÜMELER - 1

TEMEL KAVRAMLAR

KÜME KAVRAMI

Küme matematiğin tanımsız bir kavramıdır. Ancak kümeyi, iyi tanımlanmış kavram veya nesnel topluluğu diye tarif edebiliriz. Kümeler A, B, X, K, ... gibi büyük harflerle gösterilir. Bir kümeyi oluşturan nesnelere her birine bu kümenin elemanı (ögesi) denir. Kümede her eleman bir kez yazılır.

Örnek...1 :

A={Bazı kızlar} Küme değil (iyi tanımlanmamış)
K={Güzel renkler} Küme değil (iyi tanımlanmamış)

Aşağıdakiler de küme örneğidir.
B={Tek tamsayılar}

C={Asal negatif tamsayılar}

L={x : x ∈ Z , x>0 , 2x+9<0}

M={x: x, 8 sayısının pozitif tamsayı bölenidir}

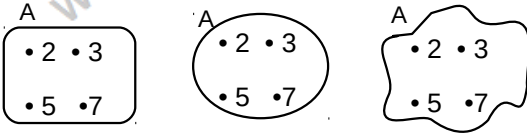
D = { x : x, DROGBA kelimesinin harfleri }

Z= {5 ten fazla harf içeren haftanın günleri}

LİSTE, ORTAK ÖZELLİK VE ŞEMA YÖNTEMİ

LİSTE YÖNTEMİ : A={2, 3, 5, 7} = {5, 3, 2, 7}
Elemanların farklı sırada yazılması yeni küme oluşturmaz.

ŞEMA YÖNTEMİ (VENN ŞEMASI):



ORTAK ÖZELLİK YÖNTEMİ :

A = {x : x<8 ve x asal sayı}
= {x | x, rakam olan asal sayı} = {2, 3, 5, 7}

Örnek...2 :

P = {x|x, MATEMATİK kelimesinin harfleri}
kümelerini liste biçiminde yazıp şema ile gösteriniz.

Örnek...3 :

N={-2, -1, 1, 2} kümesini ortak özellik yöntemiyle yazınız.

ELEMAN SAYISI

A kümesinin eleman sayısı s(A) ile gösterilir.
Bir a elemanı A kümesine ait ise $a \in A$ yazılır ve "a elemanı A" diye okunur.
Bir b elemanı A kümesine ait değilse $b \notin A$ yazılır ve "b elemanı değil A" diye okunur.

Örnek...4 :

A = { a, b, c, d, {a}, {b,c} } kümesi veriliyor.
Aşağıdakilerin doğru mu yanlış mı olduğunu yazınız.

.....	{a} ∈ A	{b, d} ∈ A
.....	{b, c} ∉ A	d ∈ A
.....	{b, c} ∈ A	b ∈ {b, c}
.....	{d} ∈ A	s(A) = 6
.....	{{a}, b} ∉ A	A'nın eleman sayısı 7 dir.

BOŞ KÜME

Hiç elemanı olmayan kümeye boş küme denir ve \emptyset (fi) ya da { } sembollerinden birisi ile gösterilir.

UYARI

{ \emptyset } gösterimi boş küme belirtmez.

SONLU KÜME VE SONSUZ KÜME

Bir A kümesinin öğeleri sayısı (nicelik sayısı) bir doğal sayı ise, A'ya sonlu küme denir.

S = {Sesli harfler}

C = {Yeryüzündeki tüm canlılar kümesi}

Sonlu olmayan bir kümeye de sonsuz küme denir.

N = {0, 1, 2, 3,}

$[-2, 3) = \{x : -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\}$

$(a, a+1) = \{x : a < x \leq a+1, a \in \mathbb{R}\}$

KÜMELER - 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...5 :

Aşağıdaki kümelerin boş, sonlu ve sonsuz olanlarını belirtiniz.

	Boş	Sonlu	Sonsuz
A={Rakamların kümesi}			
B={Türkiyenin C harfi ile başlayan il isimleri}			
C={Sayı doğrusu üzerindeki noktalar}			
D={Haftanın günleri}			
E={1, 2, 3, ...}			
F={Asal sayılar}			

ALT KÜME

A' nın her bir elemanı B' nin de bir elemanı oluyorsa " A kümesine B kümesinin alt kümesi " denir ve $A \subset B$ biçiminde gösterilir.
 $A \subset B$ gösterimi, "A, B' nin alt kümesidir" diye okunur.
 $B \supset A$ gösterimi ise "B, A' yı kapsar" diye okunur.

A kümesinin bir alt kümesini oluşturmak için A' nın elemanlarından en az sıfır ve en çok A' nın eleman sayısı kadar eleman seçer ve yeni küme oluştururuz.

Örnek...6 :

$A=\{1,2\}$ kümesinin tüm alt kümelerini kurunuz.

0 elemanlı	1 elemanlı	2 elemanlı

Örnek...7 :

$B = \{ a, b, \{c\} \}$ kümesinin tüm alt kümelerini yazınız.

ALT KÜME ÖZELLİKLERİ

- 1) $A \subset A$ dır.(Her küme kendisinin alt kümesidir.)
- 2) $\emptyset \subset A$ dır. (Boş küme her kümenin alt kümesidir.)

ÖZALT KÜME

Bir kümenin **kendisinden farklı** olan her alt kümesine bu kümenin özalt kümesi denir.

Örnek...8 :

$A = \{ 1, 2, x \}$ kümesinin özalt kümelerini yazınız.

ALT KÜME VE ÖZALT KÜME SAYISI

n elemanlı A kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^n tanedir.
A' nın özalt kümeleri sayısı ise $2^n - 1$ tanedir.

Örnek...9 :

$A = \{ a, b, \{b,c\}, (b,c), d \}$ kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

Örnek...10 :

Bir A kümesinin 256 tane alt kümesi olduğuna göre, A kümesi kaç elemanlıdır?

Örnek...11 :

Bir B kümesinin 511 tane özalt kümesi olduğuna göre, B kümesi kaç elemanlıdır?

KÜMELER - 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...12 :

$A = \{ a, b, c, d, e, f \}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde,

- i) a bulunur?
- ii) a bulunur, f bulunmaz?
- iii) c ve d birlikte bulunur?
- iv) c veya d bulunur?
- v) c ya da d bulunur?
- vi) En az bir sesli harf bulunur?
- vii) En çok bir sesli harf bulunur?

EŞİT KÜME

EŞİT KÜME: Elemanlarının tümü aynı olan kümelere denir ve “=” sembolü ile gösterilir.

($A \subset B$ ve $B \subset A$) ise $A = B$ dir.

Eşit kümelerin eleman sayıları eşittir. Eleman sayıları aynı olan kümeler eşit olmak zorunda değildir

Örnek...13 :

$A = \{x : x^2 = 1, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x : x^2 - 4 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$
 $C = \{x : |x| < 2, x \neq 0, x \in \mathbb{Z}\}$ $D = \{x : |2-x| = 3\}$
kümelerinden hangileri eşit kümelerdir?

Örnek...14 :

"Bir A kümesinin tüm alt kümelerinin oluşturduğu kümeye A kümesinin kuvvet kümesi denir ve genellikle $P(A)$ ile gösterilir." Yukarıda verilen bilgiye göre, $A = \{ a, b, c \}$ kümesinin kuvvet kümesini yazınız.

Örnek...15 :

$A = \{ a, b, c \}$ kümesinin kuvvet kümesi olan kümenin alt küme sayısı kaçtır?

Örnek...16 :

$A = \{ a, b, c, d, e \}$ kümesinin en çok 1 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

Örnek...17 :

Doğal sayıların bir K alt kümesinin en büyük elemanı 100' dür. K kümesinin herhangi bir alt kümesi L olsun. L herhangi iki elemanının toplamını içermediğine göre, L kümesi en çok kaç elemanlıdır?

KÜMELER – 1

TEMEL KAVRAMLAR

DEĞERLENDİRME – 1

- 1) Aşağıda verilen cümlelerdeki noktalı yerleri doğru bir şekilde doldurunuz.
- a) Küme matematiğinin bir kavramıdır.
- b) Kümeyi oluşturan nesnelerin her birine denir.
- c) Kümede her eleman yazılır.
- d) x elemanı K kümesine ait ise biçiminde yazılır.
- e) x elemanı K kümesine ait değilse biçiminde yazılır.
- f) Kümeler farklı şekilde gösterilir. Bunların isimleri yöntemi, yöntemi ve yöntemidir.
- g) A kümesinin eleman sayısı biçiminde gösterilir.
- h) Hiç elemanı olmayan kümeye küme denir, ya da şeklinde gösterilir.
- i) Bir A kümesinin eleman sayısı doğal sayı ise, A ya küme denir.
- j) Nicelik sayısı doğal sayı olmayan bir kümeye küme denir.
- k) Yalnızca eleman sayıları birbirine eşit olan kümelere küme denir. A ve B kümeleri ise $A \dots B$ şeklinde yazılır.
- l) Tüm elemanları aynı olan kümelere küme denir. A ve B kümeleri ise $A \dots B$ şeklinde yazılır.
- m) A kümesinin her elemanı B kümesinin de bir elemanı ise kümesi kümesini kapsar denir ve $B \dots A$ şeklinde yazılır.
- n) A kümesinin tüm alt kümelerinin oluşturduğu kümeye A kümesinin kümesi denir ve şeklinde gösterilir.
- o) Bir kümenin kendisinden farklı olan her alt kümesine bu kümenin kümesi denir.

Kullanacağınız kelime listesi

sonlu	sonsuz	\equiv	eşit	B	A	eşit
eleman	liste	boş	denk	$P(A)$	$\{ \}$	3
kuvvet	özalt	$=$	bir defa	B	$x \notin K$	A
$x \in K$	denk	A	ortak özellik	A	B	\supset
\emptyset	tanımsız	$s(A)$	Venn şeması			

- 2) Aşağıdaki tabloda verilen ifadelerin küme belirtenlerini “ \checkmark ”, belirtmeyenlerini “ \times ” ile işaretleyiniz.

Küme Adayı İfade	Küme
Doğal sayılar.	
Güzel filmler.	
Yeryüzünde yaşayan tüm canlılar.	
Ankara Milli Kütüphanedeki bazı kitaplar.	
Uzaydaki tüm yıldızlar yığını.	
Bir çiftlikteki gagalı canlılar topluluğu.	
İki rakamlı negatif tam sayılar topluluğu.	
Ankara Milli Kütüphanedeki tüm kitaplar.	

- 3) Aşağıda verilen bilgilerde noktalı yerlere, doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yazınız.

Bir kümede elemanların yerleri değiştiğinde kümenin ismi değişmez.
Boş kümenin öz alt kümesi yoktur.
Bir kümenin alt küme ve öz alt küme sayıları toplamı daima asaldır.
Boş kümenin alt kümesi yoktur.
Kanatlı insanlar topluluğu küme belirtir.
$A = \{3, 7, 11, 15, \dots, 91\}$ ise $s(A) = 23$ tür.

KÜMELER - 1

TEMEL KAVRAMLAR

- 4) $A = \{1, 2, \{1,2\}, 3, 4, \{3,4\}, 5\}$ kümesine göre, aşağıda verilen bilgilerde noktalı yerlere, doğru ise "D", yanlış ise "Y" yazınız.

.....	$\{1\} \in A$	$\{1,2\} \notin A$
.....	$5 \in A$	$s(A) = 9$
.....	$\{3, 4\} \in A$	$\{1,2\} \subset A$
.....	$\{1,2,5\} \in A$	$2,3,4 \subset A$
.....	$\{1,2\} \in A$	$\{3, 4\} \subset A$
.....	$\{2, \{3,4\}\} \subset A$	$\{\{1,2,5\}\} \subset A$
.....	A'nın eleman sayısı 7 dir.		

- 5) Aşağıda ortak özellik yöntemiyle verilen kümelerin elemanlarını liste yöntemiyle yazınız.

a) $A = \{a : (a-2) \cdot (a-1) \cdot a \cdot (2a+1) \cdot (a+2) = 0, a \in \mathbb{Z}\}$

b) $B = \{b : b, 10 \text{ un katı olan iki basamaklı doğal sayılar}\}$

c) $C = \{c : |c-3|=9, c \in \mathbb{Z}\}$

d) $D = \{d : (d^2-16) \cdot (d^2+9) = 0, d \in \mathbb{Z}\}$

- 6) Aşağıdaki kümelerin eleman sayıları kaçtır?

a) $A = \{x : 2^{x+3} \leq 128, x \in \mathbb{N}\}$

b) $B = \{x : \sqrt{x-2} \leq 3, x \in \mathbb{N}\}$

c) $C = \{x : |x-3| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$

- 7) Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını hesaplayınız.

a) $A = \{x : 13 \leq x \leq 94, x=2k, k \in \mathbb{Z}\}$

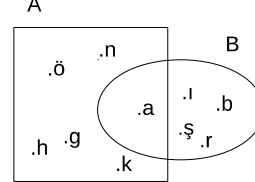
b) $B = \{x : -4 \leq x \leq 105, x=3k, k \in \mathbb{Z}\}$

c) $C = \{x : -40 < x \leq 85, x=5k, k \in \mathbb{Z}\}$

d) $D = \{x : x < 127, x=5k+2, k \in \mathbb{Z}^+\}$

e) $E = \{x : x=4k-1, 5 < k \leq 33, k \in \mathbb{Z}^+\}$

- 8) Aşağıdaki şekilde Venn şeması verilen A ve B kümeleri için;



- a) A ve B kümelerini liste yöntemiyle yazınız.

b) $s(A) \cdot s(B)$ çarpımı kaçtır?

KÜMELER – 1

TEMEL KAVRAMLAR

DEĞERLENDİRME – 2

- 1) $A = \{x : x, 12 \text{ den küçük } 12 \text{ nin pozitif bölenleri}\}$ kümesinin elemanlarını liste yöntemiyle yazınız.
- 2) Aşağıda verilen kümeleri ortak özellik yöntemiyle yazınız.
- a) $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- b) $B = \{\dots -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$
- c) $C = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36\}$
- 3) Aşağıdaki tabloda verilen kümelerin boş küme belirtenlerini "✓", belirtmeyenlerini "x" ile işaretleyiniz.

Küme	Boş Küme
$A = \{x : x, \text{negatif asal sayılar}\}$	
$B = \{x : x^2 + 4 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$	
$C = \{x : x+6=0, x \in \mathbb{Z}\}$	
$D = \{x : x+6=0, x \in \mathbb{N}\}$	
$K = \{\emptyset\}$	

- 4) Aşağıdaki kümelerin hangilerinin sonlu ya da sonsuz olduklarını yazınız.

Küme	Sonlu / Sonsuz
$A = \{\text{Bir yıl içindeki haftalar kümesi}\}$	
$B = \{x : x, 2012 \text{ yılında doğan çocuklar}\}$	
$C = \{x : 3 < x < 4, x \in \mathbb{R}\}$	
Doğru parçası üzerindeki noktalar kümesi.	
$D = \{\}$	
Dünyadaki tüm canlılar kümesi.	
$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$	
$K = \{a, b, c, d, e, f\}$	
$M = \{x \mid x \text{ tamsayı ve } 0 \leq x \leq 500\}$	
$N = \{x \mid x, 5 \text{ ile bölünebilen doğal sayı}\}$	

- 5) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinin 2' yi eleman kabul eden kaç alt kümesi vardır?
- 6) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinin en az 8 elemanlı kaç alt kümesi vardır?
- 7) $A = \{x : x \text{ bir rakamdır}\}$ kümesinin kaç alt kümesinde **en az** bir asal sayı bulunur?
- 8) $B = \{x : |x| < 4, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında 0 veya 1 vardır?
- 9) Asal rakamlar kümesinin, alt kümelerinin kaçında ne 2 ne de 3 vardır?
- 10) Alt kümelerinin sayısı 512 olan A kümesinin iki elemanı 1 ve 2 dir. A kümesinin kaç alt kümesinde 1 eleman olarak bulunurken, 2 bulunmaz?
- 11) Bir kümenin elemanlarını 2 arttırınca alt küme sayısı yüzde kaç artar ?
- 12) 4 elemanlı bir kümenin birbirini kapsamayacak şekilde **en çok** kaç alt kümesi vardır?
- 13) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ veriliyor. $B \subset K \subset A$ koşulunu sağlayan, A ve B den farklı kaç K kümesi yazılabilir?