KÜME KAVRAMI

Küme matematiğin tanımsız bir kavramıdır.
Ancak kümeyi, iyi tanımlanmış kavram veya nesneler topluluğu diye tarif edebiliriz. Kümeler A, B, X, K, ... gibi büyük harflerle gösterilir.
Bir kümeyi oluşturan nesnelerin herbirine bu kümenin elemanı (öğesi) denir.
Kümede her eleman bir kez yazılır.

Örnek...1 :

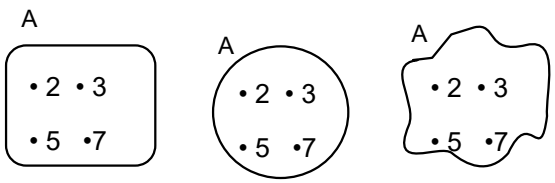
A={Bazı kızlar} Küme değil (iyi tanımlanmamış)
K={Güzel renkler} Küme değil (iyi tanımlanmamış)

Aşağıdakiler de küme örneğidir.
B={Tek tamsayılar}

C={Asal negatif tamsayılar}

LİSTE, ORTAK ÖZELLİK VE ŞEMA YÖNTEMİ

LİSTE YÖNTEMİ : A={2, 3, 5, 7} = {5, 3, 2, 7}
Elemanların farklı sırada yazılması yeni küme oluşturmaz.
ŞEMA YÖNTEMİ (VENN ŞEMASI):



ORTAK ÖZELLİK YÖNTEMİ :
A = {x : x<8 ve x asal sayı}
= {x | x, rakam olan asal sayı} = {2, 3, 5, 7}

Örnek...2 :

P = {x| x, MATEMATİK kelimesinin harfleri} kümesini liste biçiminde yazıp şema ile gösteriniz.

Örnek...3 :

N={−2, −1, 1, 2} kümesini ortak özellik yöntemiyle yazınız.

Örnek...4 :

0,6 ile $\sqrt{19}$ arasında olan doğal sayılar kümesini ortak özellik yöntemiyle yazınız.

www.matbaz.com

ELEMAN SAYISI

A kümesinin eleman sayısı s(A) ile gösterilir.
Bir a elemanı A kümesine ait ise $a \in A$ yazılır ve "a eleman A" diye okunur.
Bir b elemanı A kümesine ait değilse $b \notin A$ yazılır ve "b eleman değil A" diye okunur.

Örnek...5 :

P={x : x^3<200 ve x asal sayı} kümesinin eleman sayısı kaçtır?

BOŞ KÜME

Hiç elemanı olmayan kümeye boş küme denir ve Ø (fi) ya da { } sembollerinden birisi ile gösterilir.

Örnek...6 :

A = {x : x^2<0 ve x gerçek sayı} kümesi için s(A) kaçtır?

UYARI

{ Ø } gösterimi boş küme belirtmez.

UYARI

{ Ø } gösterimi boş küme belirtmez.

ALT KÜME

A' nın her bir elemanı B' nin de bir ele—manı oluyorsa " A kümesine B kümesinin alt kümesi " denir ve $A \subset B$ biçiminde gösterilir.
$A \subset B$ gösterimi, "A, B' nin alt kümesidir" diye okunur.
$B \supset A$ gösterimi ise "B, A' yı kapsar" diye okunur.

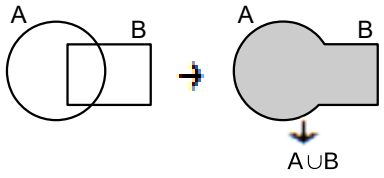
Örnek...7 :

K={ 1, 2,3} kümesinin iki elemanlı alt kümelerini yazınız.

İKİ KÜMENİN BİRLEŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A' ya veya B' ye ait olan elemanlardan oluşan yeni kümeye A ile B' nin birleşimi denir ve **AUB** ile gösterilir. Bu gösterim "A birleşim B" diye okunur. Yani

AUB = { x : x ∈ A veya x ∈ B } dir.



Örnek...8 :

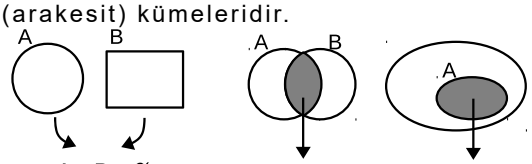
A = { a, {a}, b, c, {b, d}, d },
B = { {a}, {c, d}, c, d, x, Δ }
kümeleri için s(AUB) kaçtır?

İKİ KÜMENİN KESİŞİMİ

A ve B gibi iki kümeden, A' ya ve aynı zamanda B' ye de ait olan elemenlardan oluşan kümeye A ile B' nin kesişimi (ara kesiti) denir ve **A∩B** ile gösterilir. Bu gösterim " A kesişim B " diye okunur. Yani

A∩B = { x : x ∈ A ve x ∈ B } dir.

Şemada taralı olan bölgeler kesişim (arakesit) kümeleridir.



Kesişimi boş olan Kümelere AYRIK Küme denir.

Örnek...9 :

A = { –2, 0, 1, 2, 3 },
B = { x : 0 ≤ x < 5, x ∈ Z }
C = { x : 3 < x ≤ 7, x ∈ Z }
kümeleri için A∩B, A∩C, B∩C ve A∩B∩C kümelerini bulunuz.

www.matbaz.com

BİRLEŞİM VE KESİŞİMİN ÖZELİKLERİ

1) AUØ = A 2) A∩Ø= Ø

3) **Tek kuvvet özeliği**
A∪A=A
A∩A=A

4) **Değişme özeliği**
A∪B=B∪A
A∩B=B∩A

5) **Birleşme özeliği**
A∪(B∪C)=(A∪B)∪C A∩(B∩C)=(A∩B)∩C

6) Dağılma özeliği
A∪(B∩C)=(A∪B)∩(A∪C)
A∩(B∪C)=(A∩B)∪(A∩C)

7) s(AUB) = s(A)+s(B)–s(A∩B)

Örnek...10 :

A = {x | 10<x<200, x=3k, k ∈ N}
B = {x | 10<x<200, x=4k, k ∈ N}
s(AUB) kaçtır?

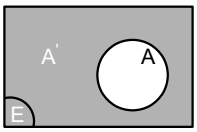
EVRENSEL KÜME

Bütün kümeleri kapsayan ve üzerinde işlem yapılan kümeye **evrensel küme** denir. Evrensel kümeyi genellikle E ile gösteririz.

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

A ⊂ E olmak üzere, E evrensel kümesinde olup, A da bulunmayan elemanların kümesine A kümesinin **tümleyeni** denir ve **A′** veya **A^t** ile gösterilir.

A′ = { x : x ∉ A ve x ∈ E}
yazılır.



Örnek...11 :

E =Rakamlar evrensel kümesinde
A = Tek rakamlar kümesi için A′ kümesini liste yöntemi ve ortak özellik yöntemiyle yazınız.

Gerçek sayılar kümesi R , Doğal Sayılar N , , Tam Sayılar Z , Rasyonel sayılar Q ,İrrasyonel sayılar Q' kümelerini kapsayan en geniş kümedir. Verilen sayı kümeleri için gerçek sayılar kümesi, evrensel küme olarak ifade edilebilir.

Sayı kümeleri için
$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}, \mathbb{Q}'\subset\mathbb{R}$ yazabiliriz.

DOĞAL SAYILAR

$N=\{0,1,2,3...,n,...\}$
kümesine doğal sayılar kümesi denir.

TAM SAYILAR

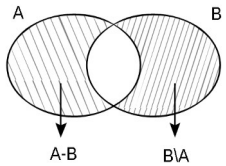
$Z=\{...,-2,-1,0,1,2,...,z,...\}$
kümesine tam sayılar kümesi denir.

RASYONEL SAYILAR

a ve b tamsayılar ve $b\neq0$ koşuluyla $q=\frac{a}{b}$ sayısına rasyonel sayı denir.
Rasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}$ ile gösterilir ve $\mathbb{Q}=\{\frac{a}{b}:a\in\mathbb{Z},\ b\in\mathbb{Z},\ b\neq0\}$ biçiminde yazılır. Rasyonel sayı olarak yazılamayan sayılara irrasyonel sayılar denir. irrasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}'$ ile gösterilir.

İKİ KÜMENİN FARKI

A ⊂ E ve B ⊂ E olmak üzere A' da bulunan fakat B' de bulunmayan elemanların kümesine A fark B kümesi denir ve A – B veya A \ B ile gösterilir. Yani
A – B = {x : x ∈ A ve x ∉ B} dir.
Fark kümesinin Venn şeması ise



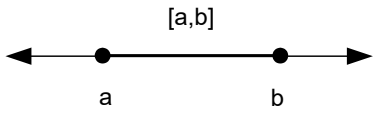
Örnek...12 :
A = {x | 10<x<200, x=3k, k ∈ N}
B = {x | 10<x<200, x=4k, k ∈ N} olduğuna s(A\B) kaçtır?

ARALIK KAVRAMI

1. KAPALI ARALIK

{x: a≤x≤b , x∈ℝ } kümesine a ve b sayılarıyla oluşturulan kapalı aralık denir ve [a,b] ile sembolik olarak gösterilir.

[a,b] kapalı aralığı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterilebilir.



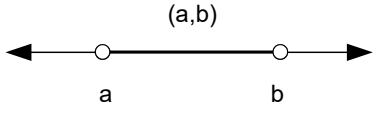
Örnek...13 :
[−2,6] kümesini sayı doğrusunda gösteriniz.

Örnek...14 :
[−1,9] ∩ [1,13] işleminin sonucunu sayı doğrusunda gösteriniz.

2. AÇIK ARALIK

{x: a<x<b , x∈ℝ } kümesine a ve b sayılarıyla oluşturulan açık aralık denir ve (a,b) ile sembolik olarak gösterilir.

(a,b) açık aralığı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Örnek...15 :

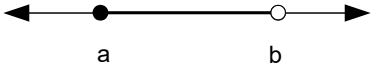
(−5,2) kümesini sayı doğrusunda gösteriniz.

www.matbaz.com

3. YARI AÇIK (KAPALI) ARALIK

{x: a<x≤b , x∈ℝ } veya {x: a≤x<b, x∈ℝ } kümesine a ve b sayılarıyla oluşturulan yarı açık (kapalı) aralık denir.
Sınır aralığa dahil ise köşeli , değilse normal parentezle belirtilir. Şekli inceleyiniz.

[a,b)



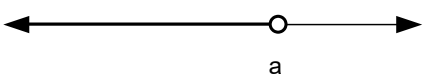
Örnek...16 :
A=[−1,9) ve B= (1,13] kümelerini sayı doğrusunda çizerek aşağıdaki kümeleri bulunuz

a) A∪B b) A∩B c) A\B

UYARI

Bir a reel sayısı ve bu reel sayı ile birlikte bu sayıdan daha büyük olan reel sayıların kümesi
[a,∞) ile gösterilir. Burada ' ∞ ' sembolü sonsuz (veya artı sonsuz) şeklinde okunur.
Benzer şekilde (−∞,a)={x: x<a, x∈ℝ } biçiminde yazılıp şekildeki gibi gösterilebilir.

$(-\infty, a)$



Örnek...17 :
A=(−∞,4) ve B=[−7,∞) kümelerini sayı doğrusunda çizerek aşağıda istenen kümeleri bulunuz.

a) A∪B

b) A∩B

c) A\B

d) A'∩B

e) A'

Örnek...18 :
A=(−3,9) ve B= [1,17) kümeleri veriliyor. (A∪B)∩ℤ kümesinin elemanlarından kaç tanesi çift sayıdır?

Örnek...19 :
Bir araç lastiğinin düzgün çalışabilmesi için lastik basıncının en düşük 26 en yüksek 36 psi arasında basınca sahip olmalıdır. Bu durumu ifade eden aralıkları cebirsel temsil , sayı doğrusu, aralık , küme gösterimi yöntemiyle gösteriniz.

Örnek...20 :
Bir çeşit bilgisayar işlemcisinin sağlıklı çalışabilmesi için hava sıcaklığının en düşük −10 en yüksek 54 derece olmalıdır. Bu durumu ifade eden aralıkları cebirsel temsil, sayı doğrusu, aralık ve küme gösterimi yöntemiyle gösteriniz.

www.matbaz.com

MUTLAK DEĞER

TANIM

Bir x reel sayısına karşılık gelen noktanın sayı doğrusunda 0 (sıfır) a olan uzaklığına x sayısının mutlak değeri denir ve $|x|$ şeklinde yazılır.
Başka bir deyişle

$$|x|=\begin{cases} x & , \ x\geq 0 \\ -x & , \ x<0 \end{cases} \quad \text{dir.}$$

UYARI

Uzaklık kavramı taşıyan mutlak değerin eşiti **ASLA NEGATİF OLAMAZ**.

Örnek...21 :
$|3|-|-9|+|-7|-|-6|$ =?

Örnek...22 :
$x<0<y<z$ ise $|x-y|+|x-z|-|z-y|-|3+y|+|8-3x|$ =?

MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER

6) $|x|=a \Rightarrow x=a$ veya $x=-a$

7) $|x|=|y| \Rightarrow x=y$ veya $x=-y$

Örnek...23 :

$$|3x-2|=16$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

8) $|x|<a \Rightarrow -a<x<a$

Örnek...24 :

$$|4x-2|<10$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

9) $|x|>a \Rightarrow x>a$ veya $x<-a$

Örnek...25 :

$$|x-2|>10$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

(a, b) aralığının mutlak değerli eşitsizlik olarak gösterimi $|x-c|<d$

($c=\frac{a+b}{2}$, $d=\frac{b-a}{2}$) biçimindedir.

Buradaki ifadeleri geometrik olarak kafamızda canlandırmak istersek, aralığın orta noktası olan c noktasından kat edebileceğimiz en uzak mesafe (ya da sapma miktarı en çok d) olarak düşünebilliriz.

Örnek...26 :
Bir sebzenin dayanabildiği en düşük ortalama sıcaklık değeri −14 °C, en yüksek ortalama sıcaklık değeri 44 °C dir. Buna göre bu sebzenin sıcağa dayanıklılık aralıklarını mutlak değerli eşitsizlik olarak ifade ediniz.

www.matbaz.com

Örnek...27 :
Bir a gerçek sayısı ile 10 sayısı arasındaki farkın 24 'ten büyük olduğu biliniyor. Bu şartı sağlayan gerçek sayıları mutlak değerli eşitsizlik ve aralık şeklinde ifade ediniz.

Örnek...28 :
Alabalıklar soğuk kanlı balıklardır. İdeal gelişme ısıları 8°C nin altında olmayan ve 18 °C nin üstünde olmayan sıcaklık aralığıdır. Buna göre, ideal olan su sıcaklığı aralığını mutlak değerli eşitsizlik olarak yazınız.

www.matbaz.com

Örnek...29 :
x bir gerçek sayı olmak üzere, aşağıda verilen mutlak değerli eşitsizlikleri aralık gösterimiyle yazınız.

a) $|x-4|<7$ b) $|x+3|>11$ c) $|2x-7|\geq 9$

DEĞERLENDİRME

1) P={x : x^2<1000 ,x=2k+1 , k∈ℕ } kümesinin eleman sayısı kaçtır?

2) 7'ün katı olan 360'dan küçük, pozitif çift sayılar kümesini ortak özellik yöntemiyle olarak yazınız. Bu küme kaç elemanlıdır?

3) K = {x | 150<x<450, x=2k, k ∈ N}
L = {x | 70<x<300, x=3k, k ∈ N}
olduğuna göre, s(L∪K) kaçtır?

4) n bir doğal sayı olmak üzere

$A=\{n:\sqrt{25-3n}\in\mathbb{R},n\in\mathbb{N}\}$

$B=\{n:\frac{1}{(8-n)(2-n)(1+n)}\notin\mathbb{R},n\in\mathbb{N}\}$

olduğuna göre, s(A−B) kaçtır?

5) E=Rakamlar evrensel kümesinde
A_x = {x in asal rakam bölenleri} ve
B_x = {x in bir basamaklı pozitif bölenleri}
olduğuna göre
a) $s(A_{42}\cap B_{30})$ kaçtır? b) A_{60} kümesinin tümleyeni kaç elemanlıdır?

6) A=[−4,11) ve B= (7,16] kümelerini için

a) A∪B b) A∩B c) A \B
kümelerini cebirsel temsil , sayı doğrusu, aralık , küme gösterimi yöntemiyle gösteriniz.

7) Mutlak değerli eşitsizlikleri aralık yöntemiyle yazınız

a) |3x−2|<10 b) |2x+5|>13

8) Verilen aralıkları mutlak değerli eşitsizlik yöntemiyle yazınız

a) (−11,23) b) $[2\sqrt{3}-1,4\sqrt{3}+1]$
c) $(-\infty,-3)\cup(11,\infty)$

www.matbaz.com