AÇIK ÖNERMELER

İçerisinde değişken olan ve değişkenin değerlerine göre doğru ya da yanlış olabilen önermelere açık önerme denir.

Açık önermeler değişkenine göre P(x),q(a),k(x,y) biçimleriyle gösterilebilirler.

Denklemler ve eşitsizlikler açık önermelerdir

Örnek...1 :

P(x): “x bir tamsayı ve $x^2 \leqslant 10$” önermesi x=-1,3 için doğru x=5 için yanlıştır.

Doğruluk Kümesi : Açık önermeyi doğru yapan değerlerin kümesine doğruluk kümesi denir.
Bir a değeri , p(x) açık önermesinin doğruluk kümesinin elemanı ise $p(a)\equiv1$,değil ise $p(a)\equiv0$ dır.

Örnek...2 :

P(x): “x bir tamsayı ve $x^2 \leqslant 10$” önermesinin doğruluk kümesi D ise bu kümeyi bulunuz.

Örnek...3 :

P(x): x bir tamsayı ,(x-2)(x-1)(2x+3)=0 önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.

Örnek...4 :

P(x,y): x,y birer doğal sayı ,3x+2y=30 önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.

Örnek...5 :

P(x,y): x,y birer doğal sayı , x+5y=20 önermesi için P(10,k) $\equiv$ 1 ise k kaçtır?

NİCELEYİCİLER

Kesin olarak doğru veya yanlış hüküm içeren ifadelere önerme denir. Matematikte “bazı”, “her”, “bir tek” gibi niceleyicilerle de yapılan önermeler de vardır.

Örnek...6 :

p:” Bazı doğal sayılar asaldır.”
q:” Her reel sayının karesi 0'dan büyüktür”

“Bazı” niceleyicisi ile yapılan önermelerin doğruluğunu gösterebilmek için en az bir doğru örnek gösterilebilmesi ; “her” niceleyicisi ile yapılan önermelerin doğru olmadığını gösterebilmek için bir tane yanlış örnek göstermek yeterlidir.

Örnek...7 :

p: Bazı Doğal sayılar tektir.
q: her reel sayı çifttir.
r: her sayı 15’e kalansız olarak bölünebilir.
önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz

Matematikte varlıksal niceleyici denen bazı sözcüğü sembolü ile $\exists$; evrensel niceleyici denilen her sözcüğü ise $\forall$ sembolü ile ; bir tek niceleyicisi ise $\exists!$ veya $\exists^*$ sembolü ile belirtilirler.

Bazı niceleyicisinin olumsuzu her niceleyicisi ; her niceleyicisinin olumsuzu ise bazı niceleyicisidir.

Örnek...8 :

p: “Bazı sayılar asaldır” , önermesinin olumsuzu
p' : “Her sayı asal değildir” , önermesidir.

Her bütün ve tamamı sözcükleri aynı anlamda kullanılabilmektedir

Verilen bir önermeyi q(x) ve bu önermenin olumsuzunu q'(x) ile gösteriyorsak
q(x) : “ $\exists$ x : p(x)” önermesin olumsuzu
q'(x) :“ $\forall$ x : p(x) değil” önermesi olur.

Örnek...9 :

Önermelerin değillerini bulunuz

p:” Bazı doğal sayılar asaldır.”

q:” Her tamsayı 5'e kalansız bölünür.”

n: “Bazı günler tatilse her doğal sayı asaldır.”

r: $\exists x \in \mathbb{R} : x^2+x \leqslant 0$

t: $(\exists x \in \mathbb{R} : 4^x \leqslant 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{R} : 2x > 1)$

m: $(\forall x \in \mathbb{R} : 2x \leqslant 0) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R} : x > 1)$

TANIM, AKSİYOM, TEOREM VE İSPAT

Bir terimin kapsamını, niteliklerini belirleme amaçlı açıklamaya tanım denir. Bir terimin belirlenmesi amacıyla tanımlı veya tanımsız terimler kullanılmasına terimi tanımlama deriz.

Aksiyom Doğru olduğu ispatlanmadan kabul edilen önermelere aksiyom denir. Örneğin “iki noktadan bir doğru geçer” önermesi bir geometri aksiyomdur.

Teorem Doğruluğu gösterilen önermelere teorem denir.

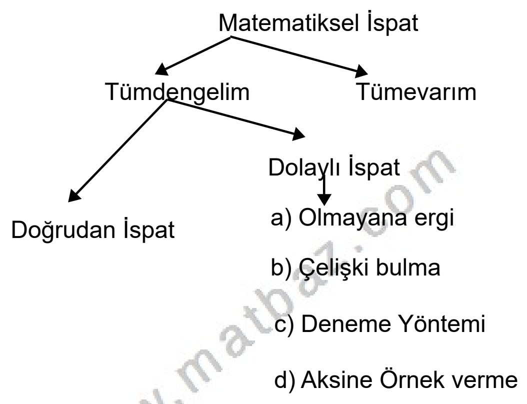
Teoremler p doğru iken p $\Rightarrow$ q içimindeki doğru önermelerdir.

Buradaki p $\Rightarrow$ q önermesine de p ye teoremin hipotezi(varsayım) q ya ise teoremin hükmü (yargı) denir.

Örnek...10 :

p:“a ve b iki tek sayı ise a.b de tektir”. önermesi bir teoremdir. Bu teoremde
hipotez:
hüküm:

Teoremin ispatlanması : Teoremin doğruluğunun gösterilmesi işlemine teoremin ispatlanması denir.



DEĞERLENDİRME

1) t:($\exists\, x \in \mathbb{N}$:$x^x > 1$) önermesinin değilini bulunuz

2) t:($\forall\, x \in \mathbb{Z}$:$4^x \neq 0$) $\Rightarrow$ ($\exists\, x \in \mathbb{N}$:$2-x < 3$) önermesinin karşıt tersi nedir?

n bir doğal sayı olmak üzere, açık önermelerin doğruluk değerini belirtiniz.

3) $\forall n>3, p(n): n! > 3^n$

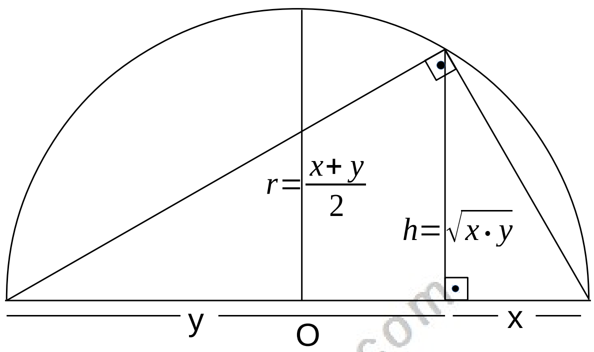
4) $\forall n>0$, p(n): 7^n-1 sayısı 2 ile bölünebilir.

5) $\forall n>0, p(n): n^3-n$ sayısı 3 ile bölünebilir.

6) "a ve b tek tam sayılar ise $a \cdot b$ sayısı da tek bir tam sayıdır " önermesi doğrudan ispat yöntemiyle ispatlanmıştır. Eksikleri tamamlayınız.

a ve b tek tamsayılar olsun. O halde $a=2k+1$ ve $b=2m+1$ olacak şekilde ....
$a \cdot b=$ ....
ve bu ifade .... olarak yazıldığında sonuç .... olarak elde edilir.

Sözsüz İspat örneği



$$\sqrt{x \cdot y} \leq \frac{x+y}{2}$$