

ANALİTİK GEOMETRİ

ÇEMBERİN ANALİTİĞİ

TANIM

Bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri **düzlemde çember** belirtir.

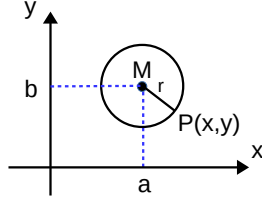
ÇEMBERİN STANDART VE VEKTÖREL DENKLEMİ

$M(a,b)$ ve $P(x,y)$ noktaları arasındaki uzaklık kullanarak çemberin standart denklemi

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

olarak elde edilir.

$\| \vec{MP} \| = r$ ise M merkezli ve r yarıçaplı çemberin vektörel denklemidir.



Örnek...1 :

$M(3,5)$ ve yarıçapı 4 birim olan çemberin standart denklemini yazınız.

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4^2$$

Örnek...2 :

$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 20$ çemberinin merkez ve yarıçapını bulunuz.

$$M(-3,1) \quad r^2 = 20 \\ r = 2\sqrt{5}$$

MERKEZİL ÇEMBER :

Merkezi orijinde olan çemberlere denir. Yani $M(0,0)$ ve yarıçapı r ise çemberin denklemi $x^2 + y^2 = r^2$ biçimindedir.

Örnek...3 :

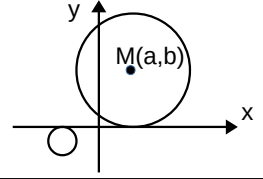
$(2x-1)^2 + (2y+3)^2 = 40$ çemberinin merkez ve yarıçapını bulunuz.

$$\left[2\left(x-\frac{1}{2}\right)\right]^2 + \left[2\left(y+\frac{3}{2}\right)\right]^2 = 40 \\ 4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(y+\frac{3}{2}\right)^2 = 40 \\ \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{3}{2}\right)^2 = 10 \quad M\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right) \quad r = \sqrt{10}$$

EKSENLERE TEĞET ÇEMBERLER :

x eksenine teğet çemberler :

$|b| = r$ dir.



Örnek...4 :

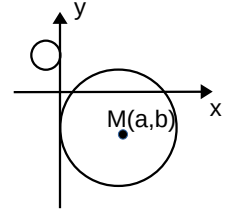
$M(4,-6)$ merkezli ve x eksenine teğet çemberin denklemini yazınız

$$r = |-6| = 6 \\ (x-4)^2 + (y+6)^2 = 36$$

Y EKSENİNE TEĞET ÇEMBERLER :

y eksenine teğet çemberler :

$|a| = r$ dir.



Örnek...5 :

$M(4,-6)$ merkezli ve y eksenine teğet çemberin denklemini yazınız?

$$r = |4| = 4 \\ (x-4)^2 + (y+6)^2 = 16$$

UYARI

Bir çember her iki eksene teğet ise merkezi 1. veya 2. açıortay doğrusu üzerindedir. (Bu önermenin karşıtı doğru değildir.)

Her iki eksene teğet çemberde $M(a,b)$ merkez ise $|b| = |a| = r$ dir.

Örnek...6 :

$(x+5)^2 + (y-p)^2 = r$ çemberi her iki eksene de teğetse p 'en az kaçtır?

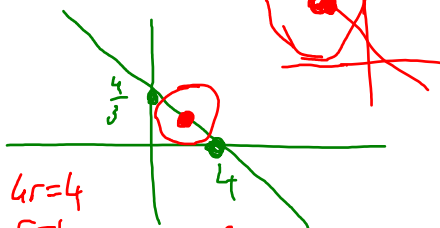
$$M(-5,p) \quad R = |-5| = |p| \quad p = \pm 5 \\ R^2 = 5^2 = 25 = r \\ p \cdot r = -125 \text{ (min)}$$

ANALİTİK GEOMETRİ

ÇEMBERİN ANALİTİĞİ

Örnek...7 :

Merkezi $3y+x=4$ doğrusu üzerinde bulunan ve her iki eksene teğet olan çemberlerin merkezlerini ve yarıçaplarını bulunuz? Bu çemberler arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?



I. bölgede (r, r) $4r=4$
 $r=1 \rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

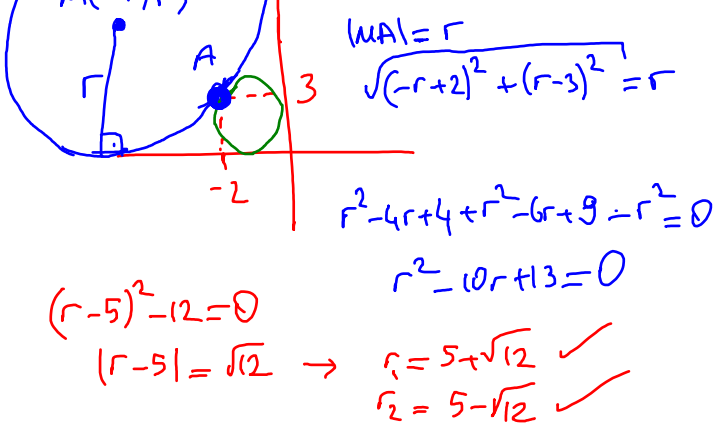
II. bölgede $(-r, r)$ $x-r=4$
 $r=2 \rightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

III. bölgede $(r, -r)$ $-3r+r=4 \rightarrow r=-2$ (olmaz)

$M_1(1,1)$ $r_1=1$
 $M_2(-2,2)$ $r_2=2$
 $|M_1M_2| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

Örnek...8 :

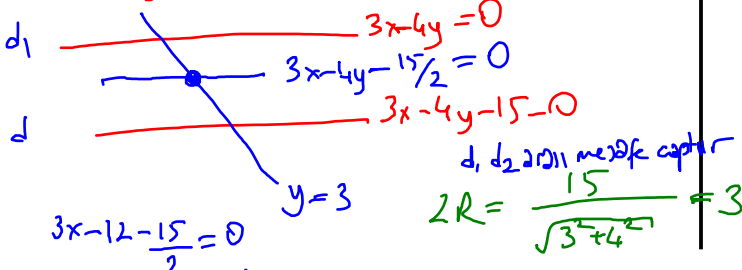
A(-2,3) noktasından geçen ve iki eksene de teğet olan çemberin yarıçapı kaç olabilir?



Örnek...9 :

$3x-4y=0$ ile $4y-3x+15=0$ doğrularına teğet çemberin ve merkezi $y=3$ doğrusu üzerinde olan çemberin denklemi nedir?

$3x-4y=0$
 $3x-4y-15=0$ > paralel doğrular



$x = 13/2$
 $y = 3$

12. Sınıf Matematik Konu Anlatımı

$$\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = \frac{9}{4}$$

ÇEMBERİN GENEL DENKLEMİ

$M(a, b)$ merkezli ve r yarıçaplı çemberin denklemi $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ idi.

Bu denklemi açıp düzenlersek

$$x^2 + y^2 - 2.a.x - 2.b.y + a^2 + b^2 - r^2 = 0 \text{ olur.}$$

$$-2.a=A \quad -2.b=B \quad \text{ve} \quad a^2 + b^2 - r^2 = C \text{ diyelim.}$$

$$x^2 + y^2 + A.x + B.y + C = 0$$

Buradan şu eşitlikleri elde ederiz :

$$M(a, b) = M\left(\frac{-A}{2}, \frac{-B}{2}\right)$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{A^2 + B^2 - 4.C} \quad \Delta = A^2 + B^2 - 4.C \text{ (Delta)}$$

Uyarı: Çember denkleminde yukarıdaki bağıntıların kullanılabilmesi için

- x^2 ve y^2 li terimlerin katsayısı 1 olmalı
- denkleminde $x.y$ li terim bulunmamalı
- $\Delta = A^2 + B^2 - 4C > 0$ olmalıdır.

$\Delta = A^2 + B^2 - 4C > 0$ ise bir çember belirtir.

$\Delta = A^2 + B^2 - 4C = 0$ ise bir nokta belirtir.

$\Delta = A^2 + B^2 - 4C < 0$ ise çember belirtmez.

Bunu sanal çember belirtir şeklinde de söyleriz.

Örnek...10 :

$x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0$ çemberinin merkezini ve yarıçapını bulunuz.

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 - 9 - 1 - 5 = 0$$

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 15$$

$$M(3, -1) \quad r = \sqrt{15}$$

Örnek...11 :

$3x^2 + 3y^2 + 12x - 8y - 5 = 0$ çemberinin merkezini bulunuz.

$$x^2 + y^2 + 4x - \frac{8y}{3} - \frac{5}{3} = 0$$

$$M\left(-2, \frac{4}{3}\right)$$

ANALİTİK GEOMETRİ

ÇEMBERİN ANALİTİĞİ

Örnek...12 :

$(2m-1)x^2 + (m+1)y^2 - (n-6)x \cdot y + 6nx - n - 9 = 0$ denklemini bir çember belirtiyor ise bu çemberin merkezini ve yarıçapını bulunuz.

$$\begin{cases} 2m-1=m+1 \\ n-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=6 \end{cases}$$

$$3x^2 + 3y^2 + 36x - 15 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 12x - 5 = 0$$

$$(x+6)^2 + y^2 - 36 - 5 = 0$$

$$(x+6)^2 + y^2 = 41 \rightarrow M(-6, 0), r = \sqrt{41}$$

Örnek...13 :

$(m-2)x^2 + (4-m)y^2 + (n-5)xy + 2mx - ny - mn = 0$ denklemini bir çember belirttiğine göre merkezini ve yarıçapını bulunuz.

$$\begin{cases} m-2=4-m \\ n-5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=5 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 5y - 15 = 0$$

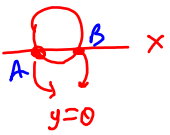
$$(x+3)^2 + (y-\frac{5}{2})^2 - 9 - \frac{25}{4} - 15 = 0$$

$$(x+3)^2 + (y-\frac{5}{2})^2 = \frac{121}{4}$$

$$M(-3, \frac{5}{2}) \quad r = \frac{11}{2}$$

Örnek...14 :

$x^2 + y^2 - 8x + 9y - 20 = 0$ çemberinin x-ekseninden ayırdığı kirişin uzunluğu kaç birimdir?



$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

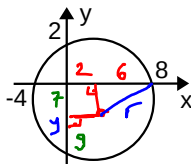
$$(x-10)(x+2) = 0$$

$$x_1 = 10 \quad x_2 = -2$$

$$|AB| = |10 - (-2)| = 12$$

Örnek...15 :

Şekilde verilen çemberin denklemini yazınız.



$$2y = 4.8$$

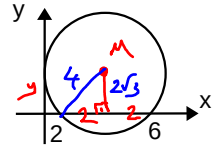
$$y = 16$$

$$r^2 = 7^2 + 6^2 \quad r = \sqrt{85}$$

$$M(2, -7) \quad (x-2)^2 + (y+7)^2 = 85$$

Örnek...16 :

Şekilde verilen y-eksenine teğet çemberin denklemini yazınız.



$$y^2 = 2.6$$

$$y = 2\sqrt{3}$$

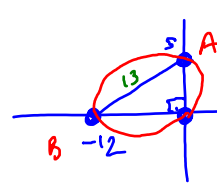
$$M(4, 2\sqrt{3})$$

$$r = 4$$

$$(x-4)^2 + (y-2\sqrt{3})^2 = 16$$

Örnek...17 :

A(0,5) B(-12,0) ve K(0,0) noktalarından geçen çemberin denklemini nedir?

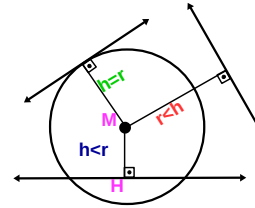


[AB] çap

$$M(-6, \frac{5}{2}) \quad r = \frac{13}{2}$$

$$(x+6)^2 + (y-\frac{5}{2})^2 = \frac{169}{4}$$

ÇEMBER İLE DOĞRUNUN DURUMLARI :



Çember ve doğrunun kesişim kesişmediğine karar verilirken merkezin doğruya uzaklığı ile yarıçap karşılaştırılır:

Durum 1) $|MH| > r$ doğru çemberi kesmez

Durum 2) $|MH| = r$ doğru çember teğettir

Durum 3) $|MH| < r$ doğru çember iki noktada kesişir.

NOT

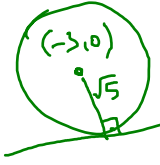
Çember ve doğrunun kesim noktalarını bulmak için ortak çözüm yaparız.

ANALİTİK GEOMETRİ

ÇEMBERİN ANALİTİĞİ

Örnek...18 :

Analitik düzlemde $(x+3)^2+y^2=5$ çemberi ile $y-2x=p$ doğrusu teğet ise p nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?



$$\frac{|6+0-p|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \sqrt{5}$$

$$|p-6| = 5$$

$$p=11$$

$$+ p=1$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

Örnek...19 :

Analitik düzlemde $x^2+y^2=r^2$ çemberi ile $3x-4y=10$ doğrusu teğet ise r kaçtır?

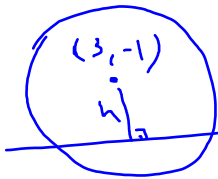


$$\frac{|1-10|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = r$$

$$\frac{10}{5} = r = 2$$

Örnek...20 :

$(x-3)^2+(y+1)^2=16$ çemberi ile $4x-3y+k=0$ doğrusunun iki noktada kesişmesi için k ne olmalıdır?



$$h < r = 4$$

$$\frac{|12+3+k|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} < 4$$

$$|k+15| < 20$$

$$-20 < k+15 < 20 \rightarrow -35 < k < 5$$

Örnek...21 :

$(x+1)^2+(y-1)^2=18$ çemberi ile $y=x-m$ doğrusunun kesişmemesi için m ne olmalıdır?



$$h > r$$

$$\frac{|1+1+m|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} > 3\sqrt{2}$$

$$|m+2| > 6$$

12. Sınıf Matematik Konu Anlatımı

$$m > 4 \vee m < -8$$

$$m \in (-\infty, -8) \cup (4, \infty)$$

Örnek...22 :

$x^2-2x+y^2-6y-8=0$ çemberinin x ekseninde ayırdığı kirişin uzunluğu kaç birimdir?



$$x^2-2x-8=0$$

$$(x-4)(x+2)=0$$

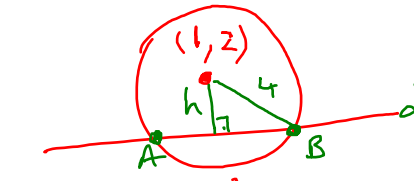
$$A(-2,0)$$

$$B(4,0)$$

$$|AB| = 6 \text{ br}$$

Örnek...23 :

$x^2-2x+y^2-4y-11=0$ çemberinin $y=x+1$ doğrusuyla kesim noktaları A ve B olsun. $|AB|$ kaç birimdir?



$$(x-1)^2+(y-2)^2-1-4-11=0$$

$$(x-1)^2+(y-2)^2=16$$

$$h = \frac{|2-1-1|}{\sqrt{(-1)^2+1^2}} = 0$$

demek ki d
çap üzerindedir

$$|AB| = 2R = 8$$

Örnek...24 :

Analitik düzlemde $x^2+y^2=6$ merkezli çemberi ile $y=3x-1$ doğrusunun kesim noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

$$x^2+(3x-1)^2-6=0$$

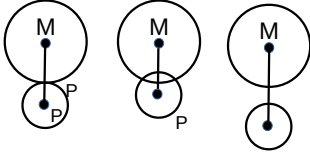
$$10x^2-6x-5=0$$

$$x_1+x_2 = \frac{6}{10}$$

ANALİTİK GEOMETRİ

ÇEMBERİN ANALİTİĞİ

İKİ ÇEMBERİN DURUMLARI



İki çemberin kesişip kesişmediğine karar verilirken merkezler arası doğru ile yarıçap toplamı veya farkı karşılaştırılır.

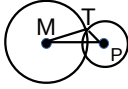
durum 1 $|MP| = r_m + r_p$ çemberler dıştan teğet

durum 2 $|MP| = |r_m - r_p|$ çemberler içten teğet

durum 3 $|r_m - r_p| < |MP| < r_m + r_p$ çemberler iki noktada kesişir

durum 3 $|MP| < |r_m - r_p|$ veya $|MP| > r_m + r_p$ çemberler kesişmezler

Dik kesişen çemberler



Kesim noktalarındaki teğetleri dik olan çemberlere dik kesişiyorlar denir.

Yukarıdaki şekilde merkezler $m(\widehat{MTP}) = 90^\circ$ ise çemberler dik kesişmiştir.

Örnek...25 :

$$(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 225 \text{ ve}$$

$$(x - 7)^2 + (y - k)^2 = 4$$

çemberleri içten teğet ise k kaç olabilir?

$$|M_1 M_2| = |r_1 - r_2|$$

$$M_1(-5, 3) \quad r_1 = 15$$

$$M_2(7, k) \quad r_2 = 2$$

$$\sqrt{(2 + (k-3))^2} = 13$$

$$(k-3)^2 = 5^2 \rightarrow k-3=5 \quad k-3=-5$$

$$k=8 \quad k=-2$$

Örnek...26 :

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 16 \text{ ve}$$

$$(x + 1)^2 + (y - k)^2 = 49$$

çemberleri dıştan teğet ise k değerleri çarpımı kaç olabilir?

$$M_1(3, -1) \quad M_2(-1, k)$$

$$|M_1 M_2| = \sqrt{4^2 + (k+1)^2} = 11$$

$$k = \sqrt{105} - 1$$

$$k = -\sqrt{105} - 1$$

$$k_1 \cdot k_2 = -104$$

Örnek...27 :

$$(x - 3)^2 + y^2 = 16 \text{ ve}$$

$$(x + 1)^2 + (y - m)^2 = 9$$

çemberleri dik kesiştiğine göre m değerleri toplamı kaç olabilir?

$$|M_1 M_2| = 5$$

$$\sqrt{4^2 + m^2} = 5$$

$$m = \pm 3$$

$$\Sigma m = 0$$

ÇEMBER İLE NOKTANIN DURUMLARI

O(a,b) merkezli ve r yarıçaplı $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ çemberi ile çember ile aynı düzlemde bulunan $P(x_0, y_0)$ noktası için $|OP|^2 - r^2$ değerine P noktasının bu çembere göre kuvveti denir.

$|OP|^2 - r^2 = (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 - r^2$ olacağından bu hesaplama çember denklemi $F(x,y)=0$ biçimine getirildikten sonra P noktasının koordinatları $F(x,y)$ kısmında yazılarak hesaplanmalıdır.

Durum 1 $F(x_0, y_0) = 0$ P noktası çemberin üzerindedir

Durum 2 $F(x_0, y_0) > 0$ P noktası çemberin dışındadır

Durum 3 $F(x_0, y_0) < 0$ P noktası çemberin içindedir

Not 1: $F(x_0, y_0) > 0$ ise bu hesaplama sonucu bulunan pozitif sayı çembere P noktasından çizilen teğet uzunluğunun karesidir.

Not 2: Negatif kuvvetin mutlak değeri ise bu noktada ile iki parçaya ayrılan kiris parçalarının sabit olan çarpım değeridir.

ANALİTİK GEOMETRİ

ÇEMBERİN ANALİTİĞİ

Örnek...28 :

P(6, 4) noktasından $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 20 = 0$ çemberine göre kuvvetini bulup kuvveti yorumlayınız.

$$k = 36 + 16 - 24 - 20 + 20 = 28 > 0$$

P çember dışında
P den çembere çizilecek teğet
2√7 birimdir

Örnek...29 :

P(2, -3) noktasından $x^2 + y^2 - 3x - 5y + k = 0$ çemberine çizilen teğetin değme noktası T ve IPTI = 7 ise k =?

$$kuvvet = 49$$

$$4 + 9 - 6 + 15 + k = 49$$

$$k + 22 = 49$$

$$k = 27$$

Örnek...30 :

A(-1, 2) noktasından geçen bir doğru $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 12$ çemberini K ve L noktalarında kesiyor. |AK|. |AL| çarpımı kaçtır?

$$|AK|. |AL| = kuvvet$$

$$k = 3^2 + 3^2 - 12 = 6$$

Örnek...31 :

$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 41$ çemberinin A(1, 2) noktasından geçen en kısa kirişinin uzunluğu kaç birimdir?

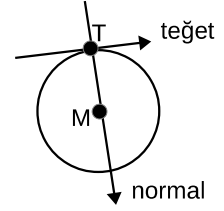
$$|MA| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$$

$$|LA| = \sqrt{41 - 3^2} = 4$$

$$|LB| = 2 \cdot 3 = 6$$

TEĞET VE NORMAL DENKLEMLERİ :

$x^2 + y^2 = r^2$ çemberine üzerindeki $T(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi $x \cdot x_0 + y \cdot y_0 = r^2$ dir.



$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ çemberine üzerindeki $T(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi $(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = r^2$ dir. Bu bağıntıları kullanmak yerine iki noktası bilinen doğru denklemi, diklik koşulu ve standart doğru denklemi kullanarak teğet ve normal denklemlerini bulabiliriz

Örnek...32 :

$(x + 3)^2 + y^2 = 34$ çemberine A(2, -3) noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

$$m_n = \frac{-3 - 0}{2 + 3} = -\frac{3}{5}$$

$$m_t = \frac{5}{3}$$

$$y - (-3) = \frac{5}{3}(x - 2)$$

$$3y + 9 = 5x - 10$$

$$3y - 5x + 19 = 0$$

Örnek...33 :

$x^2 + y^2 + 4x - 2y = 4$ çemberinin A(1, 1) noktasından çizilen teğetin ve normalin denklemleri nedir?

$$m_n = \frac{1 - 1}{1 + 2} = 0$$

$$m_t = \text{tanrımsız}$$

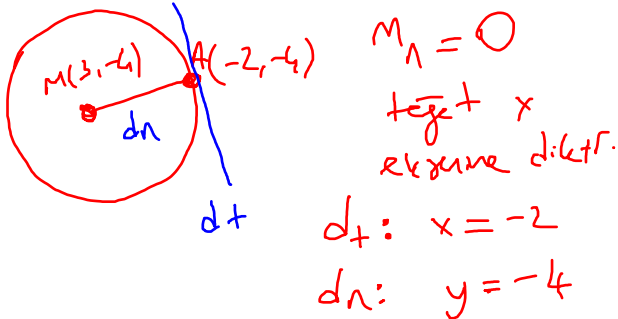
$$\text{teğet } x \text{ eksenine diktir.}$$

$$d_t : x = 1$$

$$d_n : y = 1$$

Örnek...34 :

$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ çemberinin $A(-2, -4)$ noktasından geçen teğetinin denklemini bulunuz?

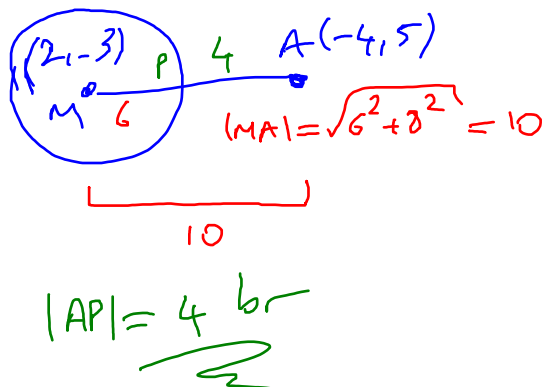


DEĞERLENDİRME

- 1) $(3x - 8)^2 + (3y + 1)^2 = 36$ çemberinin merkez ve yarıçapını bulunuz.

$$9\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + 9\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 36$$
$$\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 4$$
$$M\left(\frac{8}{3}, -\frac{1}{3}\right) \quad r = 2$$

- 2) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 36$ çemberi üzerindeki bir noktanın $A(-4, 5)$ noktasına uzaklığı en az kaç birimdir?



- 3)** A(2, -1) noktası $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 1 = 0$ çemberinin neresindedir?

$k = 4 + 1 - 6 - 4 + 1 = -4 < 0$
nokta çemberin içindedir.

- 4) B(-2, 1) noktası $x^2 + y^2 - (m+1).x + 4y + 1 = 0$ çemberinin dışında olduğuna göre m' nin alacağı en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} \text{Kuvvet} &> 0 \\ 4 + 1 + 2(m+1) + 4 + 1 &> 0 \\ 2m + 12 &> 0 \\ m &> -6 \end{aligned}$$

- 5) A(3, 12) noktasına uzaklığı B(-5, 1) noktasına uzaklığının yarısı olan noktaların geometrik yerini bulunuz.

$$P(x, y) \quad |AP| = \frac{|PB|}{2}$$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = \frac{\sqrt{(x+5)^2 + (y-1)^2}}{2}$$

$$3x^2 + 3y^2 - 34x - 94y + 586 = 0$$

ANALİTİK GEOMETRİ

ÇEMBERİN ANALİTİĞİ

- 6) A(4, 2) noktasının $2x - m.y + 3 + 8 = 0$ doğrularına göre simetrilerinin geometrik yerini bulunuz.

$$2x - y(m-3) + 8 = 0 \quad (KP) = (KA)$$

$$(x+4)^2 + y^2 = 8^2 + 2^2$$

(Simetrik noktalar P(x,y) olsun)

- 7) Verilen bir A noktasının verilen bir S noktasından geçen doğrulara göre simetrikleri ne belirtir?

$$(SA) = (SA')$$

$$\sqrt{(x-m)^2 + (y-n)^2} = \sqrt{(m-a)^2 + (n-b)^2}$$

$$(x-m)^2 + (y-n)^2 = R^2 \quad (\text{S merkezli Çemberdir!})$$

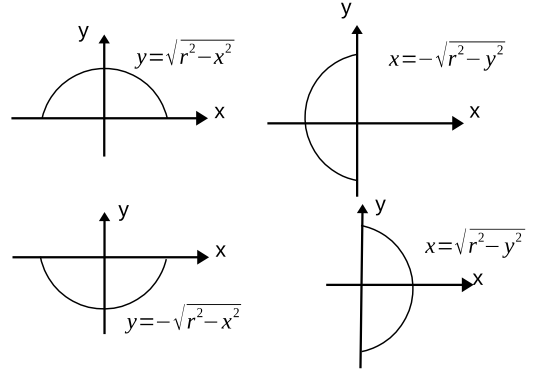
- 8) $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 40$ çemberi içindeki P(2, -2) noktasından geçen kirişlerin orta noktalarının geometrik yer denklemini yazınız.

$$(MP) = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$\left(\sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2} \right)^2 + \left(\sqrt{(x-4)^2 + (y+5)^2} \right)^2 = 13$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 7y + 18 = 0 \quad (\text{denklemi yaz!})$$

- 9) Standart çember denklemini kullanarak aşağıdaki bağıntıları elde ederiz

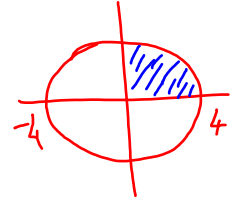


Yukarıda verilenlere göre aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$

$$y = \sqrt{16-x^2}$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

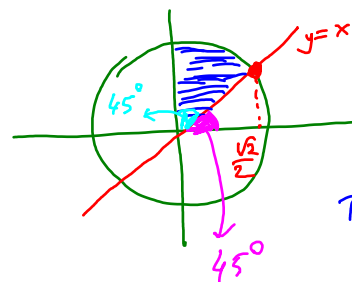


istenen bölge

$$T_A = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 4\pi$$

b) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (\sqrt{1-x^2} - x) dx$

$$y = \sqrt{1-x^2} \rightarrow x^2 + y^2 = 1$$



$$\sqrt{1-x^2} = x$$

$$1-x^2 = x^2$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

istenen bölge

$$T_A = \pi \cdot 1^2 \cdot \frac{45}{360} = \pi/8$$