

İNTEGRAL-4

BELİRLİ İNTEGRAL

BELİRLİ İNTEGRAL KURALLARI

$$1. \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$2. \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$3. \int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx$$

$$4. \int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

$$5. \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \quad c < b$$

$$6. (b-a) \cdot \min[f(x)] \leq \int_a^b f(x)dx \leq (b-a) \cdot \max[f(x)]$$

7. $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli bir fonksiyon ve $\frac{d}{dx}(F(x)) = f(x)$ ise $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ olur.

Örnek...1 :

$$\int_2^3 f(x)dx = 4 \text{ ve } \int_3^7 f(x)dx = 9 \text{ ise } \int_7^2 f(x)dx = ?$$

Örnek...2 :

Uygun koşullarda $\int_2^5 f(x)dx = 4$ ve $\int_4^7 f(x)dx = 9$ ve $\int_2^7 f(x) = 21$ ise $\int_4^5 f(x) = ?$

Örnek...3 :

$$\int_1^2 x dx = ?$$

Örnek...4 :

$$\int_{-1}^0 (x^3 + 5x^2 - 7x + 4)dx = ?$$

Örnek...5 :

$$\int_0^2 \left(3x^2 + \frac{x}{3}\right)dx = ?$$

UYARI

Değişken değiştirme yapıldığında yeni değişkene göre sınırlar tekrar hesaplanırsa eski değişkene dönülmeden integral hesaplanabilir

Örnek...6 :

$$\int_2^3 (x-2)^2 dx = ?$$

Örnek...7 :

$$\int_0^1 (x^2 + 5x + 1)^2 (2x + 5) dx = ?$$

İNTEGRAL-4

BELİRLİ İNTEGRAL

Örnek...8 :

$$\int_{-2}^2 x^5 + x^3 dx = ?$$

Örnek...9 :

$$\int_{-3}^3 \frac{x^{15}}{1+x^4} dx = ?$$

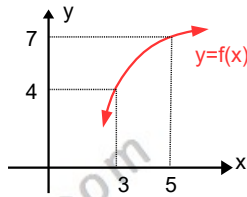
Örnek...10 :

$$\int_0^1 x(x^2+1)^3 dx = ?$$

Örnek...11 :

Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğine

göre $\int_3^5 (f(x) + x \cdot f'(x)) dx = ?$



Örnek...12 :

$$\int_2^3 f(x) dx = 5 \text{ ise } \int_2^3 (7-f(x)) dx = ?$$

Örnek...13 :

$$\int_0^2 f(4x) dx = 60 \text{ ise } \int_0^8 (1-f(x)) dx = ?$$

Örnek...14 :

$\int_1^{256} \frac{\sqrt[6]{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}} dx$ integralinde $x=u^{12}$ dönüşümü yaparak tekrar integrali yazınız ($u>0$)

İNTEGRAL-4

BELİRLİ İNTEGRAL

Örnek...15 :

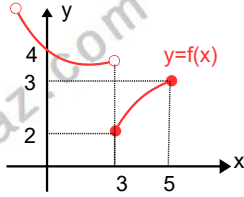
$y=f(x)$ fonksiyonu reel sayılarda türevli ve $x=2$ noktasındaki teğeti x eksenine pozitif yönde 45° lik açı yapıyorsa ve $x=3$ ekstremum noktalarından birinin apisi ise

$$\int_2^3 \frac{x \cdot f''(x) - f'(x)}{x^2} dx \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Örnek...16 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir

$$\int_3^5 f(x) + x \cdot f'(x) dx \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$



Örnek...17 :

$\int_0^t (x^2 - 4x - 5) dx$ integralinin alacağı sonuç en küçük değer kaçtır?

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN İNTEGRALI

İntegranda parçalı fonksiyon veya mutlak değerli fonksiyon içeren integraller integralin alındığı sınırlar içerisinde kritik nokta içeriyorsa göre parçalanarak integralleri alınır.

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığındaki bulunan sonlu sayıda $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ sayıları için süreksiz ise bu noktalara göre integral parçalanır.

$$\text{Yani } \int_a^b f(x) dx = \int_a^{a_1} f(x) dx + \int_{a_1}^{a_2} f(x) dx + \dots + \int_{a_{n-1}}^{a_n} f(x) dx$$

Bu parçalamayı genelde parçalı fonksiyonda veya mutlak değer kritik noktasında ihtiyaç duyarsak yaparız

Örnek...18 :

$f(x) = \begin{cases} e^{x^2} & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$ ise $\int_{-4}^{-2} f(x) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...19 :

$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 2 \\ x^3 & 2 < x < 3 \\ x+1 & x \geq 3 \end{cases}$ fonksiyonu için $\int_0^5 f(x) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...20 :

$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 0 \\ 3x^2 & x < 0 \end{cases}$ ise $\int_{-1}^3 f(x) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

İNTEGRAL-4

BELİRLİ İNTEGRAL

Örnek...21 :

$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$ ise $\int_{-3}^1 f(x+2) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...22 :

$\int_0^4 |x+2| dx$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...23 :

$\int_0^2 x^3|x-1| dx$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...24 :

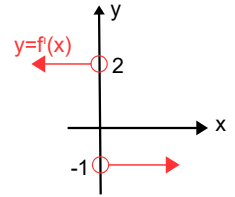
$\int_{-1}^1 (2x-3)|x| dx$

Örnek...25 :

$\int_0^1 \frac{x^2-4}{|x-2|} dx$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...26 :

Reel sayılarda sürekli olan f fonksiyonunun türevinin grafiği veriliyor. $f(3)-f(2)$ işleminin sonucu kaçtır?



İNTEGRAL-4

BELİRLİ İNTEGRAL

DEĞERLENDİRME

1) $\int_2^3 f(x)dx = 10$ ve $\int_2^3 g(x)dx = 8$ ise
 $\left(\int_2^3 (4.f(x) + 3g(x))dx\right) \cdot \left(\int_2^3 (5.f(x) - 4g(x))dx\right)$
işleminin sonucu kaçtır?

2) $\int_{-1}^{15} f(x)dx = 10$, ve $\int_{-1}^{15} g(x)dx = 8$ ise
 $\left(\int_{-1}^{15} f(x) + g(x)dx\right) \cdot \left(\int_{-1}^{15} f(x) - g(x)dx\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

3) $\int_2^3 f(x)dx = -3$ ve $\int_3^7 f(x)dx = 5$ ise $\int_7^2 f(x)dx = ?$

4) $\int_1^2 f(x)dx = 6$ ve $\int_1^2 (5 - 3.f(x))dx = ?$

5) $\int_1^2 \left(\sum_{n=0}^2 \frac{x^n}{n!}\right) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

6) $\int_{-3}^{-4} \frac{1}{(x+5)^4} dx = ?$

7) $\int_{-2}^2 (x^{15} + \sin^9 x) dx = ?$

8) $\int_0^{12} f\left(\frac{x}{3}\right)dx = 36$ ise $\int_0^2 (x+3 - 4.f(2x))dx = ?$

İNTEGRAL-4

BELİRLİ İNTEGRAL

9) $\int_1^4 f(\sqrt{x}) \frac{dx}{\sqrt{x}} = 3$ ise $\int_{\sqrt{2}}^2 5x \cdot f\left(\frac{x^2}{2}\right) dx = ?$

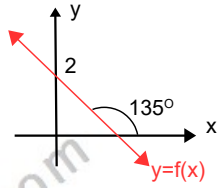
10) $\int_1^{64} \left(\frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ integralinde $x=u^6$ dönüşümü yaparak tekrar integrali yazınız ($u>0$)

11) $y=f(x)$ fonksiyonu reel sayılarda türevli ve $x=1$ noktasındaki teğeti x eksenine paralel ve $x=5$ deki teğeti $y-3x+2=0$ doğrusuna dikse $\int_1^5 \frac{f''(x)}{x} dx + \int_5^1 \frac{f'(x)}{x^2} dx$ işleminin sonucu kaçtır?

12) $y=f(x)$ fonksiyonu n grafiği

şekildeki gibidir

$\int_3^5 f(x) + x \cdot f'(x) dx$ integralinin değerini bulunuz.



13) $f(x) = \begin{cases} 1+x & x < 1 \\ x & 1 \leq x \leq 3 \\ x-1 & x > 3 \end{cases}$ fonksiyonu için $\int_0^4 f(x) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

14) $f(x) = \begin{cases} 1+2x & x \geq 4 \\ 3x & x < 4 \end{cases}$ fonksiyonu için $\int_{-1}^3 f(x+3) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

15) $\int_1^4 |x-2| dx$ işleminin sonucu kaçtır?

16) $\int_{-1}^3 x \cdot |x-2| dx$ işleminin sonucu kaçtır?