

İNTEGRAL-2

BASİT DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

BELİRSİZ İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ 1

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME METODU

$\int f(x)dx$ ifadesini hesaplayabilmek için sıklıkla türevde zincir kuralını tersine doğru işletiriz.

Yani $\int f(g(x)).g'(x)dx$ integrali $\int f(u)du$ biçiminde yazılır ve integral alınarak $F(u)+C=F(g(x))+c$ olur.

Değişken değiştirme dediğimiz bu yöntemi kısaca özetlersek.

Adım1 $\int f(g(x)).g'(x)dx$ ifadesinde $u=g(x)$ ve $du=g'(x)dx$ seçilerek $\int f(u).du$ elde edilir. (türevi var olan fonksiyona u der ve du yu hesaplayıp integrali u değişkenine göre tekrar yazarız)

Adım2 u değişkenine göre integral alınır

Adım3 sonuçta u yerine yazılır.

Örnek...1 :

$$\int (x^5+x^2)(5x^4+2x)dx=?$$

$$\begin{aligned} u &= x^5+x^2 \\ du &= (5x^4+2x)dx \\ \int u \cdot du &= \frac{u^2}{2} + C \\ &= \frac{(x^5+x^2)^2}{2} + C \end{aligned}$$

Örnek...2 :

$$\int (x^5+4x+e)^5 \cdot (5x^4+4)dx$$

$$\begin{aligned} u &= x^5+4x+e \\ du &= (5x^4+4)dx \end{aligned}$$

$$\int u^5 du$$

$$\frac{u^6}{6} + C = \frac{(x^5+4x+e)^6}{6} + C$$

Örnek...3 :

$$\int (3x-19)^{23}dx$$

$$\begin{aligned} u &= 3x-19 \\ du &= 3dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int u^{23} \frac{du}{3} &= \frac{u^{24}}{72} + C \\ &= \frac{(3x-19)^{24}}{72} + C \end{aligned}$$

Örnek...4 :

$$\int \frac{1}{(x+2)^{15}}dx$$

$$\begin{aligned} u &= x+2 \\ du &= dx \end{aligned}$$

$$\int u^{-15} du = \frac{u^{-14}}{-14} = -\frac{1}{14(x+2)^{14}} + C$$

Örnek...5 :

$$\int \sqrt{x+2}dx$$

$$\begin{aligned} u &= x+2 \\ du &= dx \end{aligned}$$

$$\int \sqrt{u} du = \frac{u^{3/2}}{3/2} + C = \frac{2}{3}(x+2)\sqrt{x+2} + C$$

Örnek...6 :

$$\int \sqrt{6x-23}dx$$

$$\begin{aligned} u &= 6x-23 \\ du &= 6dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{u} \cdot \frac{du}{6} &= \frac{1}{6} \frac{u^{3/2}}{3/2} + C \\ &= \frac{1}{9}(6x-23)\sqrt{6x-23} + C \end{aligned}$$

İNTEGRAL-2

BASİT DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

Örnek...7 :

$$\int \frac{2x}{\sqrt{8x+3}} dx \quad u = 8x+3 \rightarrow 2x = \frac{u-3}{4}$$
$$du = 8dx$$
$$\int \frac{\left(\frac{u-3}{4}\right) \cdot \frac{du}{8}}{\sqrt{u}} = \frac{1}{32} \int \left(\sqrt{u} - \frac{3}{\sqrt{u}}\right) du$$
$$\frac{1}{32} \left[\frac{u^{3/2}}{3/2} - 3 \cdot \frac{u^{1/2}}{1/2} \right] + C$$
$$\frac{1}{48} (8x+3) \sqrt{8x+3} - 6 \sqrt{8x+3} + C$$

Örnek...8 :

$\int f'(x) \cdot f''(x) dx$ integralinin $f(x)$ türünden eşiti nedir?

$$u = f'(x)$$
$$du = f''(x) dx$$
$$\int u \cdot du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{[f'(x)]^2}{2} + C$$

Örnek...9 :

$\int \left(\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt[3]{3x-1} + \sqrt[4]{3x-1}} \right) dx$ integralinde $\sqrt[12]{3x-1} = t$

değişken değişirmesi uygulanırsa hangi integral elde edilir?

$$\sqrt[12]{3x-1} = t$$
$$3x-1 = t^{12}$$
$$3dx = 12t^{11} dt$$
$$\int \frac{t^6}{t^4 + t^3} \cdot (4t^{11} dt) = 4 \int \left(\frac{t^{14}}{t^4 + t^3} \right) dt$$

DEĞERLENDİRME

1) $\int (4x^3 - 5x)(12x^2 - 5) dx = ?$

$$u = 4x^3 - 5x$$
$$du = (12x^2 - 5) dx$$
$$\int u \cdot du = \frac{u^2}{2} + C$$
$$= \frac{(4x^3 - 5x)^2}{2} + C$$

2) $\int \frac{1}{(6x-5)^{11}} dx = ?$

$$u = 6x-5$$
$$du = 6dx$$

$$\int u^{-11} \frac{du}{6} = \frac{u^{-10}}{-60} + C$$
$$= \frac{(6x-5)^{-10}}{-60} + C$$

3) $\int \left(\frac{3x^2+1}{\sqrt{x^3+x}} \right) dx = ?$

$$u = x^3+x$$
$$du = (3x^2+1) dx$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{u^{1/2}}{1/2} + C$$
$$= 2 \sqrt{x^3+x} + C$$