

İNTEGRAL-1

TEMEL İNTEGRAL KAVRAMLARI

BELİRSİZ İNTEGRAL

$f:A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $x \in A$ için türevlenebiliyor ise $\frac{df(x)}{dx} = f'(x)$ olur.

$df(x) = f'(x) \cdot dx$ ifadesine f fonksiyonun diferansiyeli denir

Bu ifade $dy = f'(x) \cdot dx$ olarak da yazılabilir.

Örnek...1 :

$y = x^2 + 3x + 5$ fonksiyonunun diferansiyeli , dy nedir?

Örnek...2 :

$x = (t^2 + 3t - 2)^3$ ise dx nedir?

İntegral alma işlemi türevi veya diferansiyeli belli olan fonksiyonun kendisini (ilkeli) bulmak için yapılan işlemdir.

Türevi $f(x)$ olan $F(x)$ fonksiyonuna , $f(x)$ in belirsiz integrali (ilkeli) denir.

Yani $F'(x) = f(x)$ ise $F(x)$ ye $f(x)$ in ilkeli denir ve bu

$\int f(x) dx = F(x) + c$ ile gösterilir.

İntegral sembolü \int integrand $f(x)$ ilkel $F(x) + c$ İntegral sabiti
İntegral değişkeni dx

Örneğin $\int 2x dx = x^2 + c$

İNTEGRAL ALMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int f(x) dx = \int f(k) dk = \int f(m) dm \dots$$

TEMEL BELİRSİZ İNTEGRAL ALMA KURALLARI

Birçok ilkel türeve ait kuralların tersine çevrilmesiyle elde edilir. Bunların bazıları şöyledir :

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$$

Örnek...3 :

$$\int x^2 dx = ?$$

Örnek...4 :

$$\int dx = ?$$

Örnek...5 :

$$\int \frac{1}{x^3} dx = ?$$

Örnek...6 :

$$\int \sqrt{x} dx = ?$$

Örnek...7 :

$$\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} dx = ?$$

İNTEGRAL-1

TEMEL İNTEGRAL KAVRAMLARI

Örnek...8 :

$$\int \frac{1}{\sqrt[5]{3/2} \sqrt{x}} dx = ?$$

Örnek...9 :

$$\int (x+x^3-4) dx = ?$$

Örnek...10 :

$$\int \left(\sum_{k=0}^2 (k+1)x^k \right) dx = ?$$

Örnek...11 :

$$\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dt = ?$$

Örnek...12 :

Teorem $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$ olduğuna göre

$$\int \frac{2x}{x^2+5} dx \text{ integralini hesaplayınız}$$

TÜREV İNTEGRAL VE DİFERANSİYEL İLİŞKİSİ

$$1 \quad \frac{d}{dx} \left(\int f(x) dx \right) = f(x)$$

$$2 \quad d \left(\int f(x) dx \right) = f(x) dx$$

$$3 \quad \left(\int d(f(x)) \right) = f(x) + c$$

Örnek...13 :

$$\frac{d}{dx} \left(\int x^2 dx \right) = ?$$

Örnek...14 :

$$d \left(\int x^2 dx \right) = ?$$

Örnek...15 :

$$\int d(x^2) = ?$$

Örnek...16 :

$\int d(x^2) + \int d\left(\frac{1}{x} - x^2\right)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Örnek...17 :

$$\int f(x) \cdot x^2 dx = \frac{x^6}{6} - 3x + 1 \text{ ise } f(2) \text{ kaçtır?}$$

İNTEGRAL-1

TEMEL İNTEGRAL KAVRAMLARI

Örnek...18 :

$$f(x) = \int d(x^2 - 2) \text{ ise } f'(9) = ?$$

Örnek...19 :

$f(x) = \int (x^2 - 3x + 1) dx$ ise $f(x)$ fonksiyonun $x=4$ de teğetinin eğimi nedir?

Örnek...20 :

$$\int \left(\frac{x}{x+2} \cdot f(x) \right) dx = 2x^2 - 3x + 2 \text{ ise } f(x) = ?$$

Örnek...21 :

Teorem. İki kez türevlenebilir $y=f(x)$ fonksiyonunda $f'(x)=0$ denkleminin tek katlı köklerine dönüm noktası denir.

$f(x) = \int (4x^2 - 2x + 3) dx$ ise $f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktasının apsisini bulunuz

DEĞERLENDİRME

1) $\int \left(\sum_{k=1}^2 (k+1)x^k \right) dx$

2) $\int \left(\frac{x+1}{2x+2} \right) dx = ?$

3) $\int \left(\frac{8x^3 - 5x^2 + 7}{x^2} \right) dx = ?$

4) $\int 6x^2 \left(x^2 - \frac{1}{3}x + 2 \right) dx = ?$

İNTEGRAL-1

TEMEL İNTEGRAL KAVRAMLARI

- 5) f fonksiyonunun $A(2,3)$ noktasındaki teğeti x eksenine pozitif yönde 45 derecelik açı yapıyor ve $f'(x)=2x-3$ ise $f(0)$ kaçtır?

- 6) $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x=1$ noktasında çizilen teğetin eğimi 4 , $f''(x) = 6x + 2$ ve $f(1) = 2$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- 7) $y=f(x)$ fonksiyonunun her x gerçel sayısı için birinci türevi $(8x^2-6x)$ dir. $A(1,2) \in f$ ise $\int \left(\frac{f(x)}{x^2}\right) dx = ?$

- 8) Teorem. İki kez türevlenebilir $y=f(x)$ fonksiyonunda $f''(x)=0$ denkleminin tek katlı köklerine dönüm noktası denir.

$\int (f''(x)) dx = mx^2 + nx$ veriliyor. f fonksiyonunun dönüm noktası $A\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$ dir. Bu fonksiyonun $x=1$ deki teğeti x eksenine pozitif yönde 45° yapmaktadır. Fonksiyon $x = -2$ de minimum değerine sahip olduğuna göre $(m+n)$ kaçtır?

- 9) $P(x)$ bir polinom fonksiyon ve $P(x) \int P(x) dx = 2x^3 + 9x^2 + 11x + 3$ ise bu polinomun katsayılar toplamı kaç olabilir?

- 10) $\int \left(\frac{d(x^3)}{x^2}\right) = ?$

- 11) $\int (d(x^3 + 4x + \sqrt{21})) = ?$

- 12) $\int (x^2 - 1) \cdot f(x) dx = \frac{x^5}{5} - x$ veriliyor. Buna göre $y=f(x)$ fonksiyonuna üzerindeki $A\left(\frac{1}{2}, y_0\right)$ noktasından çizilen teğet x eksenine pozitif yönde kaç derecelik açı yapar ?