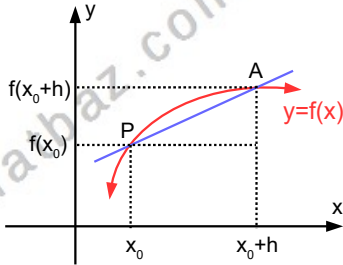


TÜREV -7

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y=f(x)$ fonksiyonuna düzlemde karşılık gelen eğri yanda ki gibi olsun. Eğrinin $P(x_0, f(x_0))$ noktasındaki teğetlerini



araştıralım. Bunun için $P(x_0, f(x_0))$ noktasının sağda veya solundaki $A(x_0+h, f(x_0+h))$ noktasını alıp A ve P den geçen keseni çizelim. Dikkat edilirse kesenin eğiminin $m = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ olduğu görülür. Şimdi P noktasından geçen teğeti bulmak için A noktasını eğri üzerinde kaydırarak P noktasına yaklaştıralım. Bu işlemi yapmakla h değerini 0 a yaklaştırmak aynı şey olacaktır. Bu halde teğetin eğimi $h \rightarrow 0$ için $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ in alacağı limit değeri olacaktır.

EĞİM, TEĞET DOĞRU VE NORMAL DOĞRU

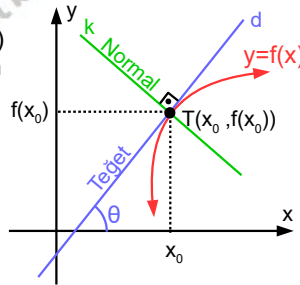
$y=f(x)$ fonksiyonun üzerindeki $(x_0, f(x_0))$ noktasından çizilen teğet doğrunun eğimi m_d ise

$$m_d = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

olur.

Ayrıca $m_d = \tan \theta$ dir.

T noktasında d teğet doğrusuna dik olan k doğrusuna ise $y=f(x)$ in T noktasındaki **normali** denir.



HATIRLATMA

Eğimi m ve (x_0, y_0) noktasından geçen doğrunun denklemi $y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$ olur.

Dik doğruların eğimleri çarpımı -1 dir. Yani, $m_d \cdot m_k = -1$ dir.

TEĞET DOĞRU DENKLEMİ

$$y - y_0 = m_d \cdot (x - x_0)$$

NORMAL DOĞRU DENKLEMİ

$$y - y_0 = \frac{-1}{m_d} \cdot (x - x_0)$$

Örnek...1 :

$y=f(x)=x^2-4x+3$ fonksiyonun $x=3$ noktasındaki teğetin eğimini bulunuz?

Örnek...2 :

$y=f(x)=x^3-x$ fonksiyonun $x=2$ noktasındaki normalinin eğimini bulunuz?

Örnek...3 :

$y=f(x)=x^2-7x$ fonksiyonun üzerindeki $P(1, f(1))$ noktasından geçen teğetin denklemini bulunuz?

Örnek...4 :

$y=f(x)=4x^2$ fonksiyonun $x=2$ noktasındaki teğetin denklemini bulunuz?

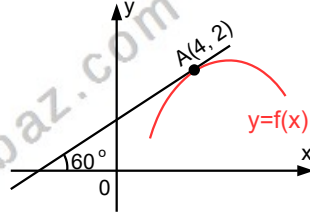
TÜREV -7

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

Örnek...5 :

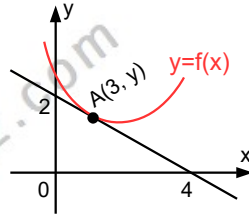
$y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x)=f^2(x)-\frac{5}{f(x)}$ ise g fonksiyonunun $x=4$ deki teğetinin eğimi kaçtır?



Örnek...6 :

$y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir. $h(x)=f^2(3x)$ ise h fonksiyonunun $x=1$ deki teğetinin eğimi kaçtır?



Örnek...7 :

$g(x)=\frac{x^3}{3}-3x+a$ ile $f(x)=2+x$ fonksiyonu teğetse a sayısının negatif değeri kaçtır?

Örnek...8 :

$f(x)=3x^2-6x+5$ ve $g(x)=mx^2+(n-2)x-3$ fonksiyonlarının her x için teğetleri paralelse m ve n yi bulunuz.

Örnek...9 :

$f(x)=x^2-3$ fonksiyonuna $A(4,0)$ noktasından çizilen teğetlerin değme noktalarının apsiler toplamını bulunuz?

Örnek...10 :

$f(x)=x^2+2$ fonksiyonuna üzerindeki $A(1,y)$ noktasından çizilen normal eğriyi başka hangi noktada keser?

TÜREV -7

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

Örnek...11 :

Tanım: Kesim noktasında teğetleri dik olan eğrilere dik kesişen eğriler denir.

$f(x)=\frac{k}{x}$ ile $g(x)=\frac{x^2}{9}$ eğrileri dik kesişiyor ise k kaçtır?

Örnek...12 :

$f(x)=e^{\ln\sqrt{x}}$ eğrisine üzerinde apsisi e olan noktadan çizilen teğetin x eksenine sınırladığı bölgenin alanı kaç birim karedir?

Örnek...13 :

$f(x)=\sqrt{4x-4}$ eğrisinin orijinden geçen teğetlerinin değme noktasının apsisi nedir?

Örnek...14 :

$y=x-7$ doğrusu üzerinde bulunup $y=x^2-x+5$ parabolüne en yakın noktanın koordinatları nedir?

Örnek...15 :

$f(x)=\frac{x^3}{3}+x^2-3x+1$ fonksiyonun x eksenine paralel teğetlerinin eğriye değdiği noktalar arası mesafe kaç birimdir?

Örnek...16 :

$f(x)=x^2-2x-8$ fonksiyonuna üzerindeki $A(0,k)$ noktasından çizilen teğetin eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?

TÜREV -7

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

DEĞERLENDİRME

- 1) $f(x)=x^2+ax+5$ eğrisinin x eksenini x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetlerin dik olması için a ne olmalıdır?

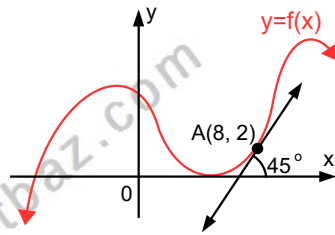
- 2) $y=f(x)=x^2-mx+4$ fonksiyonuna orijinden çizilen teğetler dikse m değeri kaçtır? $m>0$

- 3) $y=f(x)=x^2+2x+7$ fonksiyonunun hangi noktadaki teğeti orijinden geçer?

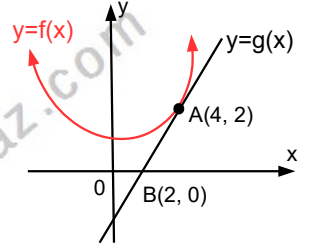
- 4) $y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$$g(x^2)=f^2(x^3)$$

ise $g'(4)=?$



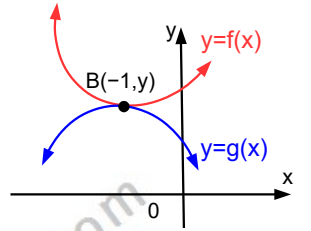
- 5) $y=f(x)$ parabolü ve bu parabolün A noktasındaki teğeti olan $y=g(x)$ doğrusu veriliyor.
- $$h(x)=\frac{k \cdot f(x)}{g(x)+x}$$
- için $h'(4)=1$ ise k kaçtır?



- 6) B noktasında teğet olan $y=f(x)$ ve $y=g(x)$ parabolleri veriliyor.

$$h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$$

için $h'(-1)=?$



- 7) $f(x)=x^2+3$ fonksiyonuna orijinden çizilen teğetlerin değme noktaları arası mesafe kaç birimdir?

- 8) $f(x)=x^2-x$ ve $g(x)=3x-x^2$ eğrilerinin kesim noktalarından f fonksiyonuna çizilen teğetlerin arasındaki açının tanjantı kaç olabilir?

TÜREV -7

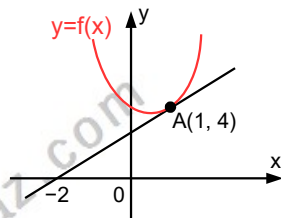
TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

- 9) $y=ax^2+bx+c$ parabolüne orijinden çizilen teğetler dikse a,b,c arası hangi bağıntı vardır?

- 10) $h(x)=x+\frac{4}{2x+3}$ fonksiyonunun x eksenine paralel teğetlerinin değme noktaları apsisi çarpımını kaçtır?

- 11) $f(x)=\frac{1}{x}$ fonksiyonun $x=1$ apsisli noktasından çizilen teğetin eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

- 12) $y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir.
 $h(x)=x^2 \cdot f(x)$ ise h fonksiyonunun $x=1$ deki teğetinin eğimi kaçtır?



- 13) $g(x)=x^2+9$ fonksiyonuna hangi noktalardan çizilen teğetler orijinden geçer?

- 14) $y=x^2+4$ eğrisine $y=x$ doğrusunun en yakın noktasının apsisi kaçtır?

- 15) $y=x^2$ eğrisinin $x=1$ noktasındaki teğeti ve normali ile y eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?