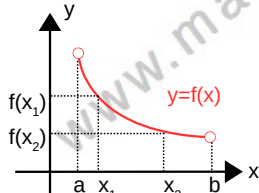


TÜREV -4

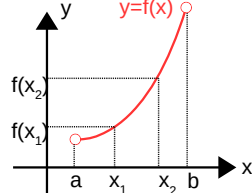
ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

TÜREV VE ARTANLIK AZALANLIK

$f:A\subset\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)$ olsun
her $x_1 < x_2$ için $f(x_1) < f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonu **artan**
her $x_1 < x_2$ için $f(x_1) > f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonu **azalan** fonksiyondur.



Her $x_1 < x_2$ ve $f(x_2) < f(x_1)$ olduğundan $f(x)$ azalandır



Her $x_1 < x_2$ ve $f(x_1) < f(x_2)$ olduğundan $f(x)$ artandır

TEOREM

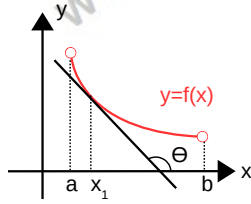
$f:A\subset\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $y=f(x)$ olsun. Türevli $y=f(x)$ fonksiyonunda

$\forall x \in (a, b) \subset A$, $f'(x) > 0$ ise f fonksiyonu (a, b) aralığında artan;

$\forall x \in (a, b) \subset A$, $f'(x) < 0$ ise f fonksiyonu (a, b) aralığında azalan bir fonksiyondur.

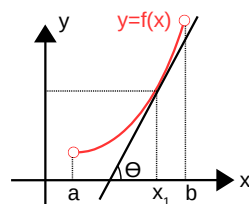
Geometrik yorum: Verilen aralıkta çizilen teğet doğruların eğim açıları ürevin işaretidir

Azalan fonksiyon



$$m = \tan\theta = f'(x_1) < 0$$

Artan fonksiyon



$$m = \tan\theta = f'(x_1) > 0$$

Özet olarak bir fonksiyonun artanlığı ve azanlığı araştırılırken fonksiyonun türevinin işaretine göre yorum yapılır.

İspat $x_0 \in (a, b)$ ve $f'(x_0) > 0$ olsun. Bu durumda $f'(x_0^+) > 0$ olur. Yani

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

limitinin değeri de pozitiftir. $h > 0$ olduğundan $f(x_0+h) - f(x_0) > 0$ veya $f(x_0+h) > f(x_0)$ olmalıdır. $f'(x_0^+) > 0$ olduğu durumu da siz gösteriniz

Örnek...1 :

$f(x) = 2x + 1$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

Örnek...2 :

$f(x) = x^2 + 4x$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

Örnek...3 :

$f(x) = x^3 - x$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

Örnek...4 :

$f(x) = x^3$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

TÜREV -4

ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

Örnek...5 :

$f(x)=\frac{x^3}{3}-mx^2+4x+2$ fonksiyonunun daima artan olması için m nasıl seçilmelidir ?

Örnek...6 :

$y=f(x)$ fonksiyonu $(-5,-1)$ aralığında negatif tanımlı artan bir fonksiyon ise aynı aralıkta aşağıda verilen fonksiyonların artanlık azalanlık durumlarını inceleyiniz

a) $y=f^2(x)$

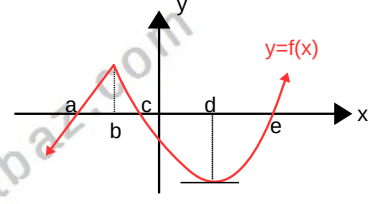
b) $y=\frac{1}{f(x)}$

c) $y=x \cdot f(x)$

d) $y=f(x^3)$ (uygun tanım kümesi için)

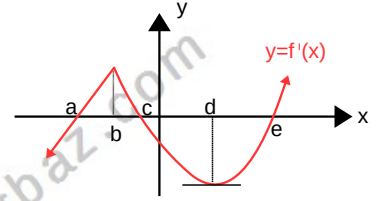
Örnek...7 :

Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



Örnek...8 :

Türevinin grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



TÜREV -4

ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

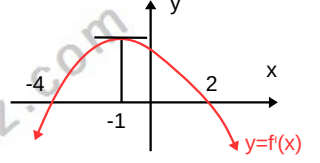
DEĞERLENDİRME

- 1) $y=f(x)=-x^2-3x+1$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık nedir?

- 2) $y=\ln e^{x^2-x+2}$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

- 3) $f(x)=\frac{x^3}{3}-mx^2+mx+2$ fonksiyonunun daima artan olması için m nasıl seçilmelidir ?

- 4) Türevinin grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş açık (a,b) ise a^b kaçtır



- 5) $y=f(x)$ fonksiyonu $(-2,2)$ aralığında pozitif tanımlı azalan bir fonksiyon ise aynı aralıkta aşağıda verilen fonksiyonların artanlık azalanlık durumlarını inceleyiniz

a) $y=f^3(x)$

b) $y=f(-x)$

c) $\frac{1}{f(x)}$