

## TÜREV - 3

### KURALLAR-2

#### TÜREVDE BİLEŞKE KURALI

$f:A \rightarrow B$  ve  $g:B \rightarrow C$  olmak üzere,  
 $g \circ f:A \rightarrow C$  verilsin.  $f$  fonksiyonu  $x$   
noktasında ;  $g$  fonksiyonu ise  $f(x)$   
noktasında türevlenebiliyorsa  $(g \circ f)(x)$   
fonksiyonu  $x$  noktasında türevlidir ve

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

olarak tanımlanmıştır

#### Örnek...1 :

$f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = x^2 + 1$  olarak veriliyor,

a)  $(f \circ g)'(x) = ?$       b)  $(g \circ f)'(x) = ?$

#### Örnek...2 :

$f(x) = x^2 - 3x$ ,  $g(x) = x^3 + 2$  olarak veriliyor,

a)  $(f \circ g)'(2) = ?$       b)  $(g \circ f)'(2) = ?$

#### Örnek...3 :

$f(x) = 3x^2 - x$  ise  $(f \circ f)'(1) = ?$

#### NOT

$y = u(x)$ ,  $x$  e bağlı bir fonksiyon ise,  
 $y = f(u) \rightarrow y' = f'(u) \cdot u'$  biçimindedir.

Örneğin  $y = f(x^2 + x) \rightarrow y' = f'(x^2 + x) \cdot (2x + 1)$  dir.

#### Örnek...4 :

$f(x^2 - x) = 6x^3 - 2$  ise pozitif  $x$  için  $f'(2) = ?$

#### Örnek...5 :

$f(x^3) = 2x^2 - 5x + 6$  ise  $f'(-8) = ?$

#### BİLEŞKE VE KUVVET KURALININ GENELLEMESİ

$$y = u^n \rightarrow y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

#### Örnek...6 :

$y = f(x) = (x^3 + 8x^2 - 6x + 1)^3$  ise  $\frac{dy}{dx} = ?$

#### Örnek...7 :

$f(x) = (x^2 - x - 1)^8$  ise  $\frac{dy}{dx} = ?$

## TÜREV - 3

### KURALLAR-2

#### Örnek...8 :

$$f(x)=(x^3+x)^3+(4-2x)^2 \text{ ise } f'(0) = ?$$

#### Örnek...9 :

$$g(5)=-3, g'(5)=-2 \text{ ve } f(x)=g^4(x^3-3) \text{ ise } f'(2) = ?$$

#### Örnek...10 :

$$f(x)=\sqrt{x^2+3x+2} \text{ ise } f'(3) = ?$$

#### Örnek...11 :

$$f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}} \text{ ise } f'(1) = ?$$

#### Örnek...12 :

$$g^2(x^3+1)=f^3(x^2+1).h(3x-1) \text{ için}$$

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| $f(2)=3$  | $g(2)=-2$ | $h(2)=-1$ |
| $f'(2)=4$ | $g'(2)=1$ | $h'(2)=?$ |

#### Örnek...13 :

$$f(x)=2x^2-3x \text{ ve } g(x)=x-x^2, h(x)=3x-4 \text{ ise } (hogof)'(2)=?$$

### ZİNCİR KURALI

$$\begin{aligned} y &= f(u) \\ u &= g(t) \\ t &= h(x) \end{aligned} \text{ ise } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

olarak hesaplanır.

#### Örnek...1 :

$$y=u^2-2u, u=x^3-x \text{ ise } \frac{dy}{dx} = ?$$

#### Örnek...2 :

$$y=3x^2-2x, x=\frac{1}{u}, u=n^2-3n+1$$

olduğuna göre,  $\frac{dy}{dn}$   $n=0$  için kaçtır?

#### Örnek...3 :

$y=t^2+5t, t=6u^2, u=2x-3$  ise  $\frac{dy}{dx}$   $x=1$  için kaçtır?

## TÜREV - 3

### KURALLAR-2

#### DEĞERLENDİRME

1)  $f(x)=2x^3+3x$  ,  $g(x)=x^3-4$  ise  $(f \circ g)'(1)=?$

2)  $f(2x^3+3)=6x^2-3x+2$  ise  $f'(1)=?$

3)  $f(x)=(2x^4-3x+1)^5$  ise  $f'(2)=?$

4)  $f^2(x^2-2)=g^2\left(\frac{x^3}{2}-2\right) \cdot h(2x^2-3x)$  için  
 $f(2)=1$ ,  $g(2)=4$ ,  $h(2)=-2$ ,  $f'(2)=-2$  ve  $g'(2)=-3$   
olduğuna göre,  $h'(2)$  kaçtır?

5)  $f(x)=\sqrt[3]{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$  ise  $f'(1)=?$

6)  $y=x^2-2x$  ,  $x=u^3+5u-32$  ise  $\frac{dy}{du}=?$

7)  $y=x^2+3x$  ,  $x=t^3+t$ ,  $t=u^2-3u+1$  ise  $\frac{dy}{du}$   $u=0$   
için kaçtır?

8)  $x=2t$  ve  $y=2t^2+3t$  parametrik eşitlikleri ile verilen  
eğri için  $\frac{dy}{dx}=?$  (Önce  $y=f(x)$  i elde ediniz)

## TÜREV - 3

### KURALLAR-2

9) Fonksiyonların önce terslerini sonra türevlerini bulunuz

a)  $f:(-\infty, -3) \rightarrow (-6, \infty)$  ,  $f(x)=x^2+6x+3$  ise  $(f^{-1})'(x)=?$

b) Uygun şartlarda tanımlı  $f(x)=\sqrt{x+2}$  fonksiyonu için  $(f^{-1})'(x)=?$

c)  $f:\mathbb{R}-\left\{\frac{5}{3}\right\} \rightarrow \mathbb{R}-\left\{\frac{4}{3}\right\}$  ,  $f(x)=\frac{4x-7}{3x-5}$  ise  $(f^{-1})'(x)>0$  eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

d)  $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $f(x)=x^5+2$  ise  $(f^{-1})'(34)=?$