

## TRİGONOMETRİ – 2

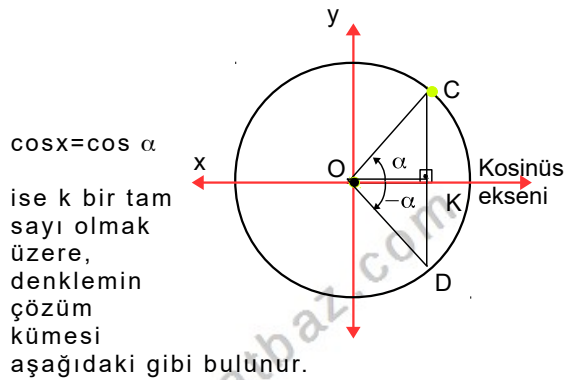
### TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

#### TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

İçinde bilinmeyenin trigonometrik fonksiyonları bulunan, bilinmeyenin bazı değerleri için doğru olan eşitliklere, trigonometrik denklem denir. Denklemi sağlayan değerlere, denklemin kökleri; köklerin oluşturduğu kümeye de çözüm kümesi denir. Çözüm kümesini bulmak için yapılan işlemlere de denklemi çözmeye denir.

#### A) $\cos(x)=\cos \alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda  $\alpha$  radyanlık yayın bitim noktası C,  $-\alpha$  radyanlık yayın bitim noktası D olsun. Şekli inceleyiniz.



$$\mathcal{C} = \{x: x = \alpha + k.2\pi \text{ veya } x = -\alpha + k.2\pi \}$$

#### GENEL OLARAK

$$\cos(f(x)) = \cos(g(x)) \rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k.2\pi \\ f(x) = -g(x) + k.2\pi \end{cases}$$

#### Örnek...1 :

$\cos(4x-60) = \cos(2x)$   
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

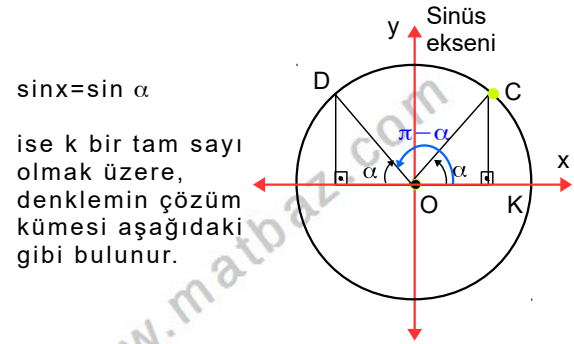
#### Örnek...2 :

$$\cos(2x+40) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz

#### B) $\sin(x)=\sin \alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda  $\alpha$  radyanlık yayın bitim noktası C,  $\pi-\alpha$  radyanlık yayın bitim noktası D olsun. Şekli inceleyiniz.



$$\mathcal{C} = \{x: x = \alpha + k.2\pi \text{ veya } x = \pi - \alpha + k.2\pi \}$$

#### GENEL OLARAK

$$\sin(f(x)) = \sin(g(x)) \rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k.2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k.2\pi \end{cases}$$

#### Örnek...3 :

$\sin(5x-120) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz

## TRİGONOMETRİ – 2

### TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

#### Örnek...4 :

$\sin(6x-40) = \cos(2x+20)$   
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

#### Örnek...5 :

$\sin(2x+40) = -\sin x$   
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

#### Örnek...6 :

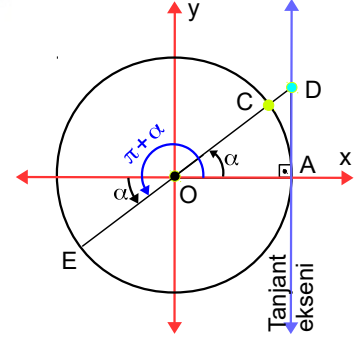
$\sin(x) = -1$   
denkleminin  $(0, 360)$  aralığında kaç farklı çözümü vardır?

#### C) $\tan(x) = \tan \alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda  $\alpha$  radyanlık yayın bitim noktası C,  $\pi + \alpha$  radyanlık yayın bitim noktası E olsun.  $x=1$  doğrusuna tanjant eksenini dendiğini öğrenmiştik. Orijinden ve C ( ve E) noktasından geçen doğrunun tanjant eksenini kestiği nokta D olsun. İnceleyiniz.

$$\tan x = \tan \alpha$$

ise k bir tam sayı olmak üzere



$$\mathcal{C} = \{x : x = \alpha + k \cdot \pi \}$$

#### GENEL OLARAK

$$\tan(f(x)) = \tan(g(x)) \rightarrow f(x) = g(x) + k \cdot \pi$$

#### Örnek...7 :

$\tan(x) = \sqrt{3}$   
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

#### Örnek...8 :

$\tan(5x-20^\circ) = \tan(3x+30^\circ)$   
denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

## TRİGONOMETRİ – 2

### TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

#### D) $\cot(x)=\cot\alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

$\cot x = \cot \alpha$  ise  $k$  bir tam sayı olmak üzere

$$\mathcal{C} = \{x: x = \alpha + k \cdot \pi\}$$

#### GENEL OLARAK

$$\cot(f(x)) = \cot(g(x)) \rightarrow f(x) = g(x) + k \cdot \pi$$

#### Örnek...9 :

$\cot(3x) = -1$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...10 :

$\cot(3x) = \tan(2x)$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz

#### Örnek...11 :

$\tan 2x + \frac{\sqrt{2} - 2\sin 2x}{\cos 2x} = 1$  denkleminin  $(0, 90)$  arasındaki çözümünü kaçtır?

#### Örnek...12 :

$\tan x + \cot x = 4\cos 2x$  denklemini sağlayan  $x$  in pozitif en küçük değeri kaçtır?

#### Örnek...13 :

$2\cos x < \cot x$  eşitsizliğinin  $(0, 90)$  aralığında çözüm kümesini bulunuz

## TRİGONOMETRİ – 2

### TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

$a \cdot b \neq 0, a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $a \sin x + b \cos x = c$  biçimindeki denklemlere klasik denklemler denir. Bu denklemler  $b$  ye bölünüp  $\frac{a}{b} \sin x + \cos x = \frac{c}{b}$  biçimine getirildikten sonra ( $\cos x$  katsayısı 1 yapıldıktan sonra)  $\tan(\theta) = \frac{a}{b}$  dönüşü ile beraber yay toplam fark bağıntıları kullanılarak çözülür.

**Uyarı**  $f(x) = m \sin x + n \cos x$  fonksiyonu  $x$  in gerçek sayı değerleri için  $[-\sqrt{m^2+n^2}, \sqrt{m^2+n^2}]$  aralığında değerler alır

#### Örnek...14 :

$\sqrt{2} \sin x + \sqrt{3} \cos x = 3$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

#### Örnek...15 :

$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

#### Örnek...16 :

$3 \sin x + 4 \cos x = 5$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$f(\sin x, \cos x) = 0$  denkleminde  $\sin x$  ve  $\cos x$  ifadelerinin dereceleri eşitse bu tür denklemlere homojen trigonometrik denklemler denir. Bu tür denklemlerde eşitliğin her iki yanını  $\cos x$  in uygun kuvvetine bölünerek cebirsel hale getirilebilir

#### Örnek...17 :

$\sin^2 x - 2 \cos x \cdot \sin x - 8 \cos^2 x = 0$  olduğuna göre  $\tan x$  değeri kaçta eşit olabilir?

#### Örnek...18 :

$\sin^2 x + (\sqrt{3} + 1) \cos x \cdot \sin x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## TRİGONOMETRİ – 2

### TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

#### DEĞERLENDİRME

1)  $\cos^2 2x - \sin^2 2x = \sin x$  denkleminin  $(0, 180)$  arasında kaç kökü vardır?

2)  $\tan(4x - 20) \cdot \tan(2x) = 1$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

3)  $\sec x = 2$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

4)  $2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

5)  $\cos^2 x - \sin^2 x = 2\sin 2x - \cos 2x$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

6)  $\sin x - \tan 60 \cdot \cos x = 1$  denkleminin en küçük kökü kaçtır?

7)  $\sin x + \cos x = 1$  denkleminin kökler toplamı kaçtır?

8)  $\frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = \frac{4}{3}$  denkleminin  $(0, 500)$  aralığında kaç kökü vardır?

9)  $\cos^3 x + 2\sin^3 x = 3\cos x \sin^2 x$  denklemini sağlayan dar açı kaç derecedir?

10)  $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = c$  denkleminin çözüm kümesinin boş olmaması için  $a$ ,  $b$  ve  $c$  arasında hangi bağıntı olmalıdır?