

DİZİLER-3

GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

GEOMETRİK DİZİ

Bir (a_n) dizisinin ardışık terimleri arasındaki oranı aynı sabit sayı ise, bu diziye geometrik dizi denir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+, \frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ ise, (a_n) ortak çarpanı r olan geometrik dizidir.

Örnek...1 :

$(a_n) = (2 \cdot 3^n)$ dizisinin geometrik dizi olup olmadığını inceleyelim.

GEOMETRİK DİZİNİN ÖZELLİKLERİ

(a_n) ortak farkı r olan bir aritmetik dizi olsun

özellik 1

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_3 + r = a_1 + 3r$$

⋮

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Örnek...2 :

$(a_n) = (2, 10, 50, \dots)$ geometrik dizisinde 5. terim kaçtır ?

Örnek...3 :

İlk terimi 3, ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin 6. terimi kaçtır?

Örnek...4 :

Pozitif terimli ve ilk terimi $\frac{1}{250}$ olan bir geometrik dizinin 7. terimi $\frac{125}{2}$ ise ortak çarpanı kaçtır?

Örnek...5 :

Ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan bir geometrik dizinin 8. terimi 512 ise ilk terimi kaçtır?

Özellik 2

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ ise } \frac{a_n}{a_1} = r^{n-1} \text{ veya daha genel}$$

$$\text{olarak } \frac{a_x}{a_y} = r^{x-y}$$

Örnek...6 :

Bir (a_n) geometrik dizisinin ilk terimi $\frac{1}{2}$ ve ortak çarpanı $\sqrt[5]{2}$ olan dizinin 16. terimini bulalım.

Örnek...7 :

Bir (a_n) pozitif terimli geometrik dizide, $a_2 = 4$ ve $a_7 = 128$ olduğuna göre, a)5. terimi b) genel terimini bulunuz.

DİZİLER-3

GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

Örnek...8 :

2/3 ile 1/48 arasına bu sayılar hariç 4 sayı yerleştirilerek 6 terimli azalan bir geometrik dizi elde ediliyor. Bu dizinin 2. terimi kaçtır?

Özellik 3

Bir geometrik dizide $a_p^2 = a_{p-k} \cdot a_{p+k}$ yani geometrik bir dizide bir terim kendisine eşit uzaklıktaki terimlerin geometrik ortalamasıdır.

Örnek...9 :

Onuncu terimi 8 olan bir geometrik dizinin 7. ve 13. terimleri çarpımı kaçtır?

Örnek...10 :

Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi $x-1, x, x+3$ ise göre x kaçtır?

Özellik 4

Sonlu bir geometrik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki herhangi iki terimin çarpımı aynı sabit sayıya eşittir.

(a_n) sonlu geometrik dizi olsun.

$(a_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = \dots = a_k \cdot a_{n-k+1} = \dots$

Örnek...11 :

Üçüncü terimi 20 olan bir geometrik dizinin ilk 5 terimi çarpımı kaçtır?

Örnek...12 :

Bir geometrik dizide, $a_{37} \cdot a_{43} = A$ olduğuna göre, a_{40} , A türünden nedir? ($A \geq 0$)

Örnek...13 :

Bir geometrik dizinin ardışık üç teriminin toplamı 26, çarpımı 216'dır. Bu üç terimden en küçük olanı nedir?

Örnek...14 :

Bir (a_n) geometrik dizisinde $a_7 = \log_5 125$, $a_{17} = 1 + \log_5 2$ ise a_{12} kaç olabilir?

DİZİLER-3

GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

Örnek...15 :

Bir geometrik dizinin ardışık altı terimi sırasıyla $x, y, 60, 1/3, z, t$ olduğuna göre, $x.y.z.t$ çarpımının değeri kaçtır?

Örnek...16 :

$(a, 2a-2, b-4)$ sonlu dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi olduğuna göre, $a.b$ nin değeri kaç olur?

Özellik 5

(x_n) geometrik dizi ise ,bu geometrik dizinin ilk n terim toplamı $S_n = x_1 \cdot \left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$
Burada $r \geq 1$ için toplam sınırsız olarak büyür. $0 < r < 1$ ise toplam bir gerçek sayıya yaklaşır.

Örnek...17 :

Bir (a_n) geometrik dizisinde, $a_1 = 4$ ve ortak çarpan 2 ise ilk on terim toplamını bulunuz.

Örnek...18 :

Bir pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde, $a_4 = 3$, $a_6 = 147$ ise ilk 4 terim toplamını bulunuz.

Örnek...19 :

İlk n terim toplamı $S_n = 1 - 2^{-n}$ olan bir geometrik dizinin beşinci terimi kaç olur?

Özellik 6

(a_n) geometrik dizi ise ,bu geometrik ilk n terim çarpımı $\prod_{n=1}^n a_n = \sqrt[n]{a_n \cdot a_1^n}$

Örnek...20 :

Bir (a_n) geometrik dizisinde, $a_1 = 2$ ve ortak çarpan 8 ise ilk altı terim çarpımını bulunuz.

Örnek...21 :

Email yoluyla yayılan bir bilgisayar virüsü belli bir anda bir miktar kullanıcıya yollanıyor. Virüs bir kişiye bulaştıktan bir gün sonra, bulaştığı kişinin listesinde kayıtlı 2 kişiye kendini mail yoluyla bulaştırmaktadır. virüsün bulaştığı kişi sayısı 10.günde 10230 kişi olduğuna göre, virüs başlangıçta kaç kişiye bulaştırılmıştır? (farklı kişilerden aynı kişilere mail gitmediği ve kişilerin listelerinde 2 den fazla kişi olduğu varsayılacaktır)

DİZİLER-3

GEOMETRİK DİZİ-TOPLAM SEMBOLÜ

DEĞERLENDİRME

1) $(x_n) = \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right)$ ise a_3 kaçtır?

2) Bir geometrik dizinin terimleri için $a_8 + a_{13} = 162$, $a_4 + a_9 = 2$ ise bu dizinin ortak çarpan kaçtır?

3) Bir (a_n) geometrik dizisinin ilk terimi 1 ve ortak çarpanı $\sqrt[8]{2}$ olan dizinin 65. terimi kaçtır?

4) Bir (a_n) geometrik dizisinin ilk terimi $1/256$ ve ortak çarpanı 2 ise bu dizinin ilk 20 terimi çarpımı kaçtır?

5) $(x, y, x^2 - x)$ sonlu dizisi hem aritmetik hem geometrik diziye $x+y$ en çok kaçtır?

6) Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde ilk 7 terim çarpımı $e^{21 \ln 6}$ olduğuna göre, dizinin 4. terimi kaçtır?

7) Bir geometrik dizinin ilk 8 terim toplamının ilk 4 terim toplamına oranı 626 ise , bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?