

## DİZİLER-1

### DİZİ KAVRAMI

#### DİZİLER

Tanım kümesi pozitif tam sayılar kümesi olan her fonksiyona dizi denir.  
Örneğin  $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(n)=n^2$  ifadesi bir dizi belirtir.  
Diziler değer kümelerine göre adlandırılırlar.

Dizinin değer kümesi reel sayılar ise, diziye reel sayı dizisi denir.  
Dizi genel olarak  $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere, tanım kümesi;  $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$  ve görüntü kümesi;  
 $f(\mathbb{Z}^+) = \{f(1), f(2), f(3), f(n), \dots\}$  dir.

Diziler genellikle,  $f(n)$  yerine  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(x_n)$  şeklinde gösterilir.

Örneğin  $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(n)=n^2$  dizisini  $(a_n)=(n^2)$  biçiminde veya  $(a_n)=(1,4,9,\dots,n^2,\dots)$  olarak yazılabilir.

Bu dizide bazı terimler  
 $a_1=1$ ,  $a_3=9$ ,  $a_{10}=100$

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$   
şeklinde yazıldığında,  
 $a_1$  dizinin birinci terimi  
 $a_2$  dizinin ikinci terimi  
 $a_3$  dizinin üçüncü terimi  
 $a_n$  dizinin n inci terimi veya genel terimidir.  
(kısaca  $f(n)=a_n$  düşünülür)

#### Örnek...1 :

Genel terimi;  $a_n = \frac{1}{n+1}$  olan dizi

$(a_n) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n+1}, \dots\right)$  şeklinde yazılabilir.

#### Örnek...2 :

$(a_n) = \left(\frac{1}{n-781}\right)$  ifadesi bir dizi belirtmez çünkü bu ifadeyi tanım kümesi pozitif tamsayılar kümesi değildir.

#### Örnek...3 :

Aşağıdaki ifadelerden hangileri bir dizinin genel terimi olabilir?

$$a_n = \frac{1}{n^2-200}$$

$$b_n = \tan(n^\circ)$$

$$c_n = \frac{1}{n^3-n}$$

$$d_n = \log_2(100-n)$$

$$e_n = \frac{\sqrt{600-n}}{n^2+1}$$

$$f_n = \sqrt[3]{n-20}$$

#### Örnek...4 :

Genel terimi  $w_n = n^2+1$  olan dizinin üçüncü terimi kaçtır?

#### Örnek...5 :

Genel terimi  $r_n = n^3 - n + 2$  olan dizi için ilk üç terim toplamı nedir?

#### Örnek...6 :

Genel terimi  $u_n = n!$  olan dizide 10.terim 8. terimin kaç katıdır?

## DİZİLER-1

### DİZİ KAVRAMI

#### Örnek...7 :

Genel terimi  $a_n = \begin{cases} n+2 & n < 10 \\ n-2 & n \geq 10 \end{cases}$  olan dizi için  $a_9 + a_8 - a_{10}$  kaçtır?

#### Örnek...8 :

Genel terimi  $a_n = \begin{cases} 2n-3 & n \equiv 1 \pmod{2} \\ n^2+1 & n \equiv 0 \pmod{2} \end{cases}$  olan dizi için  $a_9 + a_8 - a_{10}$  kaçtır?

#### Örnek...9 :

Genel terimi  $a_n = 2+4+6+\dots+2n$  olan dizi için  
a)  $a_5 = ?$

b)  $a_{10} - a_9 = ?$

#### Örnek...10 :

Genel terimi  $a_n = 1.2.3 \dots n$  olan dizi için  $a_{25}$  teriminin sondan kaç basamağı 0 dır?

#### Örnek...11 :

Genel terimi  $x_n = \frac{2n-3}{n+1}$  dizisinin kaçınıcı terimi  $\frac{7}{4}$  olur?

#### Örnek...12 :

$(a_n) = \left( \frac{19n-n^2}{n^2+13n} \right)$  dizisinin kaç terimi pozitiftir?

#### Örnek...13 :

$(c_n) = \left( \frac{n^2+5n+10}{n+1} \right)$  dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

## DİZİLER-1

### DİZİ KAVRAMI

#### Örnek...14 :

$(p_n) = \left( \frac{n^2 - 3n + 1}{n + 1} \right)$  dizisinin kaç terimi  $\left( \frac{1}{2} \right)$  den küçüktür?

#### Örnek...15 :

$(b_n) = (n^2 - 4n + 13)$  dizisinin en küçük terimi nedir?

#### Örnek...16 :

$(b_n) = (9 - n^2 - 7n)$  dizisinin en büyük terimi nedir?

#### Örnek...17 :

$(b_n) = (13 - n^2)$  dizisinin en çok kaç terimi  $(-20, 20)$  arasındadır?

#### Örnek...18 :

Genel terimi  $a_n = \begin{cases} 2n & n \text{ tek} \\ 2n-1 & n \text{ çift} \end{cases}$  olan dizi için ilk 4 terim çarpımı kaçtır?

#### Örnek...19 :

Genel terimi  $d_n = 2^n \cdot (n+1)!$  olan dizide ardışık iki terimden biri diğerinin 12 katıdır. Bu terimlerden küçük olanı kaçtır?

### İNDİRGEMELİ DİZİ

Bir terimi kendinden önceki bir veya birkaç terim cinsinden tanımlanan dizilere indirgemeli dizi denir. Bu elemanlar arasındaki bağıntıya da indirgeme bağıntısı denir.

#### Örnek...20 :

Uygun şartlarda tanımlı  $(a_n)$  dizisinin elemanları arasında  $a_{2n+1} - a_{2n-1} = n$  bağıntısı var ve  $a_1 = 9$  ise  $a_7$  kaçtır?

#### Örnek...21 :

Uygun şartlarda tanımlı  $(a_n)$  dizisinin elemanları arasında  $a_{n+1} = \frac{4 \cdot a_n + 5}{4}$  bağıntısı var ve  $a_1 = \frac{1}{4}$  ise  $a_{31}$  kaçtır?

## DİZİLER-1

### DİZİ KAVRAMI

#### DİZİLERİN EŞİTLİĞİ

İki dizinin eşit olması için aynı sıradaki terimleri birbirine eşit olmalıdır.  $(a_n)$  ve  $(b_n)$  iki dizi olmak üzere her pozitif  $n$  tamsayısı için  $a_n = b_n$  ise  $(a_n)$  ve  $(b_n)$  dizilerine eşit diziler denir ve bu eşitlik  $(a_n) = (b_n)$  olarak yazılır.

#### Örnek...22 :

$(p_n) = \left(\frac{3n+12}{n+4}\right)$  dizisi ve  $(k_n) = (3 \cdot \cos 2n\pi)$  dizisi eşit dizilerdir çünkü bu dizilerin genel terimleri eşit ve 3 tür.

#### DİZİLERDE İŞLEMLER

##### 1. Toplama ve Çıkarma

İki diziyi toplamak veya çıkarmak için bu dizilerin genel terimlerinde toplama ve çıkarma yapılır.

$$(a_n) \pm (b_n) = (a_n \pm b_n)$$

##### 2. Çarpma - Bölme

İki diziyi çarpmak için bu dizilerin genel terimleri çarpılır.

$$(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$$

İki diziyi bölmek için de bu iki dizinin genel terimleri bölünür.

$$(a_n) : (b_n) = \left(\frac{a_n}{b_n}\right), b_n \neq 0$$

Bir diziyi sabitle çarpmak için de bu dizinin genel terimini sabitle çarpmak yeterlidir.

$$c(a_n) = (c \cdot a_n)$$

#### Örnek...23 :

$(a_n) = (n+2)$ ,  $(b_n) = \left(3 - \frac{n}{2}\right)$  dizileri için istenen dizileri hesaplayınız.

$$(a_n) + (b_n)$$

$$(a_n) \cdot (b_n)$$

$$(b_n) : (a_n)$$

$$3(a_n) + 2(b_n)$$

#### SONLU DİZİ

$A_p = \{1, 2, 3, \dots, p\}$  kümesi bir  $p$  elemanlı sonlu küme olmak üzere tanım kümesi  $A_p = \{1, 2, 3, \dots, p\}$  olan her diziye bir  $p$  terimli sonlu dizi denir.

#### Örnek...24 :

$A_p = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  f:  $A_p \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(n) = a_n = n^2$  genel terimiyle verilen dizi, 100 terimli sonlu bir dizedir.

#### Örnek...25 :

$(b_n) = (13 - n^2)$  sonlu dizisinin tüm terimleri -100 den büyükse en küçük terimi kaçtır?

#### Örnek...26 :

$(a_n) = (\sqrt{16-n})$  sonlu dizisinin en çok kaç elemanı vardır?

#### Örnek...27 :

$(a_n) = (\tan(n^\circ))$  sonlu dizisinin en çok kaç elemanı vardır

#### SABİT DİZİ

Bütün terimleri birbirine eşit olan dizilere sabit diziler denir.

$(a_n) = (-2, -2, -2, -2, \dots)$  dizisinin her terimi -2 olduğundan sabit dizedir.

## DİZİLER-1

### DİZİ KAVRAMI

#### Uyarı

$(a_n) = (P(n))$  yani polinom tipinde bir dizi sabitse dizide  $n$  içeren terimler varsa bu terimlerin katsayıları 0 olmalıdır.

#### Örnek...28 :

$(s_n) = ((3-k)n^2 + (2m+1)n - m.k + 5)$  dizisi sabit dizi ise  $s_{189}$  kaçtır?

#### Uyarı

$(a_n) = \left(\frac{P(n)}{Q(n)}\right)$  yani rasyonel ifade tipinde bir dizi sabitse dizide pay ve paydada  $n$  içeren terimlerin eşit dereceli olanlarının katsayıları orantılı olmalıdır.

#### Örnek...29 :

$(p_n) = \left(\frac{3n+15}{n+5}\right)$  dizisi sabit dizidir

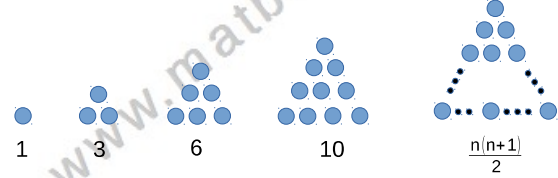
#### Örnek...30 :

$(x_n) = \left(\frac{an+3}{n+7}\right)$  dizisi sabit dizi ise  $a$  kaçtır?

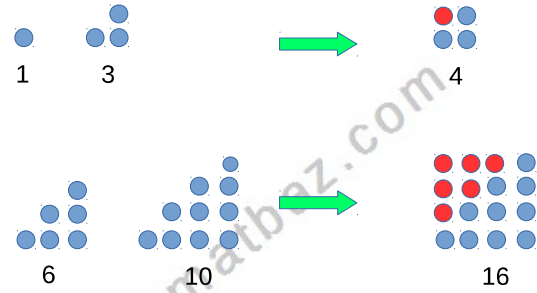
#### Örnek...31 :

$(x_n) = \left(\frac{(a-2)n^2 - 2n + 4}{bn+7}\right)$  dizisi sabit dizi ise  $a + b$  kaçtır?

**Üçgensel sayılar:** 1 den  $n$  ye kadar ardışık sayıların toplamını veren sayılara üçgensel sayılar denir.  
1, 3, 6, 10, ... sayıları üçgensel sayılardır



**Karesel sayılar:** Ardışık 2 üçgensel sayının toplamı bir kare sayıdır.  
 $1+3=4=2^2$   
 $3+6=9=3^2$



**Fibonacci dizisi,** her sayının kendinden öncekiyle toplanması sonucu oluşan bir sayı dizisidir.

$$F_n = \begin{cases} 0 & n=0 \\ 1 & n=1 \\ F(n-1)+F(n-2) & n>1 \end{cases}$$

$F_n = 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

Bu şekilde devam eden bu dizide sayılar birbirleriyle oranlandığında altın oran ortaya çıkar, yani bir sayı kendisinden önceki sayıya bölüldüğünde altın orana  $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$  gittikçe yaklaşan bir dizi elde edilir.

## DİZİLER-1

### DİZİ KAVRAMI

#### DEĞERLENDİRME

1)  $a_n - a_{n+1} = \frac{3}{2}$  ve  $a_6 = -12$  ise  $a_{24}$  kaçtır?

2)  $(c_n) = \left(\frac{n^3}{n+5}\right)$  dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

3)  $(a_n) = \left(\frac{n^3 - 9n^2 - 18n}{2n - 7}\right)$  dizisinin kaç terimi negatiftir?

4)  $(b_n) = (\sec(n^\circ))$  sonlu dizisinin en çok kaç elemanı vardır?

5)  $k$  bir tamsayı olmak üzere, genel terimi  $a_n = \begin{cases} 3n & n=3k \\ 3n+1 & n=3k+1 \\ 2+3n & n=3k+2 \end{cases}$  olan dizisinin ilk üç terimi toplamı kaçtır?

6) Genel terimi  $(a_n) = \left(\frac{1}{n^2 + 3n + 2}\right)$  olan dizisinin ilk 10 terimi toplamı kaçtır?

7)  $(a_n) = ((k+2)n^3 + (2m+1)n^2 - (k.m-p)n + 5)$  dizisi sabit dizi ise  $a_3$  kaçtır?

8)  $(k_n) = \left(\frac{3n-2x}{9-2n}\right)$  dizisi sabit dizi ise  $x$  kaçtır?

9)  $(a_n) = (3n-2)$ ,  $(b_n) = \left(1 + \frac{n}{2}\right)$  dizileri için  $c_n = (a_n - 4.b_n)$  dizisinin ikinci terimi kaçtır?

10)  $(u_n) = (24 - n^2 - 4n)$  dizisinin en büyük terimi nedir?

11)  $(u_n) = (3n^2 - 19n + 7)$  dizisinin en küçük terimi nedir?