

ÜSTLÜ VE LOGARİTMALİ EŞİTSİZLİKLER

ÜSTLÜ EŞİTSİZLİKLER :

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

1) $a > 1, b < c \Leftrightarrow a^b < a^c$

2) $0 < a < 1, b < c \Leftrightarrow a^b > a^c$ biçimindedir.

UYARI

Taban 0 ile 1 arasındaysa eşitsizliğin yön değiştirdiğine dikkat ediniz.

Örnek...1 :

$$4^{3x-2} > 16^{x+1}$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

Örnek...2 :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+32}$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

Örnek...3 :

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{4-3x} > \left(\frac{1}{625}\right)^{x+1}$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

LOGARİTMALİ EŞİTSİZLİKLER:

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, b, c \in \mathbb{R} \quad f(x) > 0, g(x) > 0$ iki fonksiyon olmak üzere,

1) $a > 1, \log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

2) $0 < a < 1, \log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ biçimindedir.

UYARI

1) Taban 0 ile 1 arasındaysa eşitsizliğin yön değiştirdiğine dikkat ediniz.

2) $\log_a f(x) < g(x)$ türünden eşitsizlikler $\log_a f(x) < \log_a a^{g(x)}$ şeklinde düşünülürse çözüme gidilirken $f(x)$ ve $a^{g(x)}$ karşılaştırması kullanılabilir.

Örnek...4 :

$$\log_5(3x-2) < 2$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

Örnek...5 :

$$\log_{\frac{1}{4}}(5x+4) < -3$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

Örnek...6 :

$$\log_2 \frac{x+4}{x-2} < 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

Örnek...7 :

$\log(x-2) < \log(x^2-2x)$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Örnek...8 :

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) < \log_{\frac{1}{3}}(x^3-x^2)$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Örnek...9 :

$\log_5(x) < \log_{25}(x^2-x)$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Örnek...10 :

$\log(x+1) + \log(x+2) < \log x^2$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Örnek...11 :

$5^{\log_7 x} + x^{\log_7 5} \geq \frac{2}{25}$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Örnek...12 :

$10 \log x < \log x^9$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Örnek...13 :

$$x < \log_2 100 < y$$

eşitsizliğinde x ve y ardışık iki sayı ise x+y kaçtır?

Örnek...14 :

$$x < \log_{\frac{1}{5}} 675 < y$$

eşitsizliğinde x ve y ardışık iki sayı ise x.y kaçtır?

Örnek...15 :

$$a = \log_5 60, \quad b = \log_6 35, \quad c = \log_{\frac{1}{7}} 28 \quad \text{ve} \quad d = \ln 40$$

sayılarını sıralayınız?

UYARI 1

Birden büyük bir sayının 10 luk logaritmasının tam kısmı, sayının ondalık yazılımındaki tam kısmının basamak sayısından 1 eksiktir.

Örneğin $x = \log(3.585.684,2356)$ ise

7 basamak

$x=6, \dots$ biçiminde bir sayıdır. Burada virgülden öncesi hesaplanabilir ama virgülden sonrası için hazır logaritma tabloları vardır.

Genel olarak bir sayının kaç basamaklı olduğunu bulmak istiyorsak sayının logaritmasının tam kısmını bulur ve bu değere 1 ekleriz.

Örnek...16 :

25896,356 sayısının onluk logaritmasının tam kısmı nedir?

Örnek...17 :

$\log 2 = 0,301$ ise 2^{200} sayısı kaç basamaklıdır?

Örnek...18 :

$\log 7 = 0,845$ ise 49^{50} sayısı kaç basamaklıdır?

UYARI 2

0 ile 1 arasında olan bir sayının logaritmasını hesaplamak istiyorsak, bu sayının virgülden sonraki 0 dan farklı ilk rakama kadar olan 0 adetinin sayısı n tane ise logaritması alınan sayının tam kısmı $-n$ olur.

Örneğin, 0,005 sayısının logaritmasını alırsak, $\log(0,005) = -2, \dots$ yazabiliriz.

Ya da 0,005 sayısı, $10^{-3} < 0,005 < 10^{-2}$ aralığında olduğundan

$$\log 10^{-3} < \log(0,005) < \log 10^{-2} \text{ den} \\ -3 < \log(0,005) < -2 \text{ bulunur.}$$

Örnek...19 :

0,0007 sayısının onluk logaritması a ve b ardışık tam sayılar olmak üzere (a,b) aralığında ise $a.b$ kaçtır?

Örnek...20 :

0,00001002 sayısının onluk logaritması a ve b ardışık tam sayılar olmak üzere (a,b) aralığında ise $a.b$ kaçtır?

DEĞERLENDİRME

1) $\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x} > \left(\frac{1}{243}\right)^{x+3}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

2) $\log_2(x-2) < \log_2(x^2-2x)$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

3) $\log_2\left(\frac{3x-2}{x+1}\right) < 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

4) $\log_2\left(\frac{x-2}{x^2-2}\right) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

5) $2 < \log_3(x-2) \leq 5$ eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

6) $\log_{\frac{1}{7}}(x) < \log_{\frac{1}{49}}(x^2-2x-8)$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

LOGARİTMA-4
EŞİTSİZLİKLER

7) $f(x)=\log_2(4-\ln x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi nedir?

8) $x < \log_7 112 < y$ eşitsizliğinde x ve y ardışık iki sayı ise $x-x.y$ kaçtır?

9) 4545,56 sayısının onluk logaritmasının tam kısmı nedir?

10) $\log 7=0,845$ ve $\log 2=0,301$ ise 28^{150} sayısı kaç basamaklıdır?

11) 0,00307 sayısının onluk logaritması a ve b ardışık tam sayılar olmak üzere (a,b) aralığında ise $a.b$ kaçtır?

12) $\log 3 \approx 0,477$ İse 300^{30} sayısı kaç basamaklıdır?