

LOGARİTMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

ÖZELLİK 1

$$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, \log_a 1 = 0$$

İSPAT

Örnek...1 :

$$\log_x 1 = ?$$

Örnek...2 :

$\log_{2x-3}(4a+5) = 0$ ise $a+x$ tam sayı olarak en az kaçtır?

ÖZELLİK 2

$$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, \log_a a = 1$$

İSPAT

Örnek...3 :

$$\log_{20} 20 + \log_{21} 21 + \dots + \log_{57} 57 = ?$$

ÖZELLİK 3

$$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, x, y \in \mathbb{R}^+ \text{ olmak üzere,}$$
$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

Örnek...4 :

$$\log 2 + \log 5 = ?$$

Örnek...5 :

$$\log_{36} 2 + \log_{36} 3 + \log_{36} 6 = ?$$

Örnek...6 :

$\log 2 = a, \log 3 = b$ ise $\log 6$ sayısının a ve b türünden eşiti nedir?

Örnek...7 :

$\log 2 = m$ ve $\log 13 = n$ ise $\log 1040$ sayısının m ve n türünden eşiti nedir?

Örnek...8 :

$\log 2 = a, \log 60 = b$ ise $\log 3$ sayısının a ve b türünden eşiti nedir?

Örnek...9 :

$\log 2 = k$ ise $\log 5$ sayısının k türünden eşiti nedir?

LOGARİTMA-2 ÖZELLİKLER

Örnek...10 :

$\log_2 31! = k$ $\log_2 32!$ ifadesinin k türünden eşiti nedir?

Örnek...11 :

$\log_2 \sin x + \log_2 \cos x = -1$ eşitliğini sağlayan pozitif en küçük x açısı kaç derecedir?

UYARI

özellik 3 ün sonucu olarak $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$

Örnek...12 :

$\log 2400 = a$ ve $\log 3 = b$ ise $\log 2$ sayısının a ve b türünden eşiti nedir?

Örnek...13 :

$$\log_2 \sqrt[7]{16} + \log_3 \sqrt[5]{9} + \log_5 \frac{1}{25} = ?$$

Örnek...14 :

$$\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \log \frac{999}{1000} = ?$$

Örnek...15 :

$$\log_{\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\dots}}}} \sqrt{56+\sqrt{56+\sqrt{56+\dots}}}$$

Örnek...16 :

$a^n = b^x$ ise $\frac{n}{m} = \frac{x}{y}$ olduğunu gösteriniz?
 $a^m = b^y$

Örnek...17 :

$$2^{x+1} = 5^{3+y} \text{ ise } y-5x \text{ kaçtır?}$$
$$25^{y-2} = 4^x$$

ÖZELLİK 4

$$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\} \quad x, y \in \mathbb{R}^+ \quad \log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

Örnek...18 :

$\log \left(\frac{a \cdot b}{c} \right)$ ifadesinin a, b ve c nin logaritmaları türünden eşiti nedir?

LOGARİTMA-2 ÖZELLİKLER

Örnek...19 :

$\log \frac{m}{n \cdot \sqrt{k}}$ İfadesini m, n ve k nin logaritmaları türünden eşiti nedir?

Örnek...20 :

$3\log m + 2\log n - 4\log k$ ifadesini tek bir sayının logaritması türünden yazınız.

Örnek...21 :

$\log m - \log n = 2$ ise m sayısının n türünden eşiti nedir?

Örnek...22 :

$3^x = 7$ ve $3^y = 63$ ise $y - x$ nedir?

2

ÖZELLİK 5 (TABAN DEĞİŞTİRME ÖZELLİĞİ)

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log_d b}{\log_d a} = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\ln b}{\ln a} = \dots$$

Örnek...23 :

$\log_2 3$ sayısını 3 farklı tabanda yazınız.

Örnek...24 :

$$\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \dots \cdot \log_{80} 81 = ?$$

Örnek...25 :

$$\log_{\sqrt{2}} 5 \cdot \log_{25} \sqrt[3]{49} \cdot \log_{\frac{7}{5}} 256 = ?$$

UYARI 1:

Taban değiştirme özelliğinin sonucu olarak $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ yazabiliriz.

Örnek...26 :

$$\frac{1}{\log_2 70} + \frac{1}{\log_5 70} + \frac{1}{\log_7 70} = ?$$

Örnek...27 :

$$\log_p x = 4, \log_m x = 5 \text{ ise } \log_{p \cdot m} x = ?$$

LOGARİTMA-2 ÖZELLİKLER

UYARI 2

Taban değiştirme özelliğinin sonucu olarak $\log_a^n b = \frac{1}{n} \log_a b$ yazabiliriz.

Bu ifade daha önceki özelliklerle birleřtirerek daha genel $\log_a^n b^m = \frac{m}{n} \cdot \log_a b$ ifadesi yazılabilir.

Örnek...28 :

$$\log_p r = 2 \text{ ise } \log_{p^2} r^3 + \log_{p^3} r^4 + \log_{\frac{1}{p^5}} \left(\frac{1}{r^2} \right) = ?$$

Örnek...29 :

$$\log_{32} 128 + \log_{0,25} 0,125 = ?$$

Örnek...30 :

$$\sqrt[5]{x^3} = \sqrt[4]{y^7} \text{ ise } \log_x y = ?$$

Örnek...31 :

$\log 7 = x$ ve $\log 11 = y$ ise $\log_{11} 49$ x ve y türünden nedir?

Örnek...32 :

$\log 3 = x$ ve $\log 72 = y$ ise $\log_{12} 6$ x ve y türünden nedir?

Örnek...33 :

$\log_3 5 = x$ ve $\log_5 7 = y$ ise $\log_7 3$ x ve y türünden nedir?

Örnek...34 :

$\log_3 5 = x$ ise $\log_5 675$ x türünden nedir?

Örnek...35 :

$\log_3 30=m$ ve $\log_3 25=n$ ise $\log_6 450$ m ve n türünden nedir?

Örnek...38 :

$$e^{\ln 9} + 3^{2+\log_3 5} = ?$$

ÖZELLİK 6

i) $a^{\log_a b} = b$

ii) $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Örnek...36 :

$$3^{\log_3 4} + 6^{\log_3 7} = ?$$

Örnek...37 :

$$7^{\log_7 5} + 25^{\log_5 2} + \sqrt{7^{\log_7 16}} = ?$$

Örnek...39 :

$$e^{2\ln 5} + 9^{1+\log_3 4} = ?$$

LOGARİTMA-2 ÖZELLİKLER

DEĞERLENDİRME

1) $\ln \tan x + \ln \cot x = ?$

2) $\log_2 \sec x + \log_2 \operatorname{cosec} x = \frac{1}{2}$ eşitliğini sağlayan en küçük pozitif x açısı kaç derecedir?

3) $\log 13 = a$, $\log 2 = b$ ise $\log 1352$ sayısının a ve b türünden eşiti nedir?

4) $\log_{36} 2 \cdot \log_{36} 3 = p$ ise $\log_{36}^2 2 + \log_{36}^2 3$ ifadesinin p türünden eşiti nedir?

5) $\frac{1}{4} \log m + \frac{2}{3} \log n - \log k$ ifadesini tek bir sayının logaritması türünden yazınız

6) $\log 3 = a$ ve $\log 18 = y$ ise $\log_{72} 12$ a ve y türünden nedir?

7) $\sqrt{\log^2 3 + \log 90} = \log x$ ise x kaçtır?

8) $\log_{(\sqrt{x^7} \cdot \sqrt{x^7} \cdot \sqrt{x^7} \dots)} (\sqrt[5]{x^2}) = ?$

9) $\log 3 = x$, $\log 4 = n$ ise $\log_{20} 30$ sayısını x ve n cinsinden ifade ediniz?

10) $e^{2 \ln(2x-3)} = 4$ x kaç olabilir?