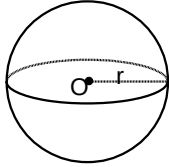


UZAY GEOMETRİ-3

KATI CİSİMLER

KÜRE

Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesine küre yüzeyi, bu yüzey ile sınırlandırılmış noktaların geometrik yerine de küre cismi denir.
Burada sabit nokta kürenin merkezi, eşit uzaklığa ise kürenin yarıçapı denir.



O merkezli ,r yarıçaplı küre verilmiştir

Kürenin yüzey alanı $4\pi r^2$

Kürenin hacmi $\frac{4}{3}\pi r^3$

Örnek...1 :

Yarıçapı 3 birim olan kürenin yüzey alanının hacmine oranı kaçtır?

$$\frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{R \rightarrow 3} \quad \frac{3}{3} = 1$$

Örnek...2 :

Yüzey alanı, hacminin $\frac{1}{3}$ üne eşit olan kürenin yarıçapı kaç cm dir?

$$4\pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$1 = \frac{r}{9} \Rightarrow r = 9 \text{ cm}$$

Örnek...3 :

Yüzey alanı $16\pi \text{ cm}^2$ olan kürenin hacmi kaç cm^3 tür?

$$A = 4\pi r^2 = 16\pi$$

$$r = 4$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$$

Örnek...4 :

Yarıçapı $\frac{1}{2}$ oranında arttırılan kürenin yüzey alanı yüzde kaç artar?

$$r = 5 \Rightarrow 4\pi \cdot 25 = 100\pi$$

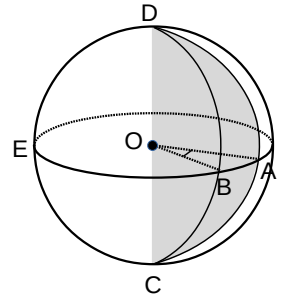
$$r' = 7.5 \Rightarrow 4\pi \cdot (7.5)^2 = 225\pi$$

$$\text{artış } 0\% 125$$

KÜRE DİLİMİ

$|OB|=r, m(\angle AOB)=\theta$
Şekildeki küre diliminin hacmi
 $\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{\theta}{360}$

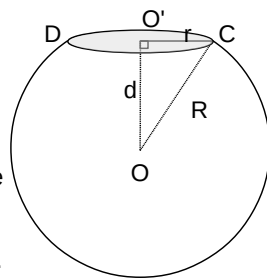
Küre diliminin alanı
 $4\pi r^2 \cdot \frac{\theta}{360} + \pi r^2$



KÜRE KESİTİ

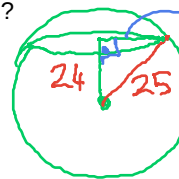
Bir küre merkezinden d uzaklıkta bir düzlem ike kesilirse elde edilen kesit bir daire olur.

$d^2 + r^2 = R^2$ bağıntısı ile kesit yarıçapı ile kürenin yarıçapı birbirine bağlanabilir.



Örnek...5 :

Yarıçapı 25 birim olan bir kürenin merkezinden 24 cm uzaklıkta bir küre kesiti alınır, elde edilen kesitin alanı kaç birim kare olur?



$$25^2 - 24^2 = 7^2$$

$$A_{\text{kesit}} = \pi 7^2 = 49\pi$$

UZAY GEOMETRİ-3

KATI CİSİMLER

Örnek...6 :

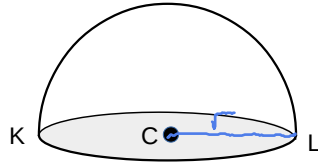
Şekildeki yarım kürenin yüzey alanı $108\pi br^2$ ise hacmi kaçtır?

$$\frac{4\pi r^2}{2} + \pi r^2 = 108\pi$$

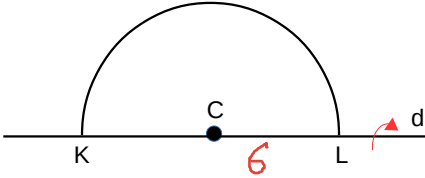
$$r^2 = 36 \quad r = 6$$

$$V = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = 144\pi br^3$$

Alan = yüzey + tabanlık
daire



Örnek...7 :



şekilde C merkezli ve KL çaplı yarım dairenin yarıçapı 6 birimdir. Bu daire şekildedeki d doğrusu etrafında 270° döndürülürse oluşan katı cismin

- a) hacmi kaç birim küptür?
b) yüzey alanı kaç birim karedir?

$$a) \frac{270}{360} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 216\pi$$

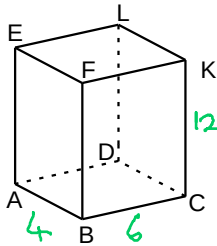
$$b) \frac{270}{360} \cdot 4\pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 6^2 = 144\pi$$

iki yarım
mavi kısım



Örnek...8 :

Şekildeki tahtadan dikdörtgenler prizmasında $|AB|=4br$, $|BC|=6br$ ve $|CK|=12br$ dir. Bu dikdörtgenler prizması yontularak en büyük hacimli küre elde edildiğinde yontulan tahta kaç birim küp olur?



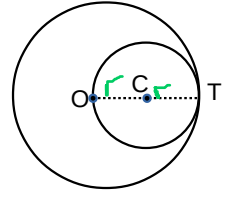
maksimum çap 4 olur
 $r=2$

$$V_{yontulan} = 4 \cdot 6 \cdot 12 - \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3$$

$$= 288 - \frac{32\pi}{3}$$

Örnek...9 :

Şekildeki O merkezli kürenin içinden C merkezli küre çıkartıldığında kalan cismin hacmi $252\pi br^3$ olduğuna göre $|CT|$ kaç birimdir?



$$\frac{4}{3}\pi (2r)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = 252\pi$$

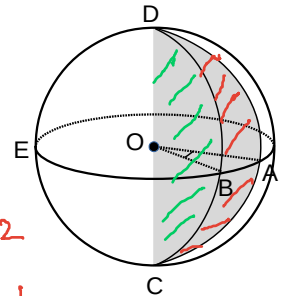
$$\frac{4\pi}{3} \cdot 7r^3 = 252\pi$$

$$r^3 = 27$$

$$r = 3 \Rightarrow |CT| = 3 br$$

Örnek...10 :

$|AO|=12br$, $m(\angle AOB)=40^\circ$
Şekildeki kürede taralı dilim kesilerek çıkartılıyor. Kalan cismin alanı kaç birim karedir?



$$\frac{4\pi \cdot 12^2 \cdot 320}{360} + \pi \cdot 12^2$$

kalan dilim
kısım

$$512\pi + 144\pi = 656\pi$$