

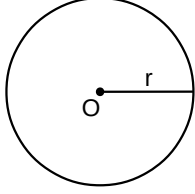
ÇEMBERİN ÇEVRESİ VE DAİRENİN ALANI

O merkezli bir çemberin çevresi,

$$\text{Çevre} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

O merkezli bir dairenin alanı,

$$\text{Alan} = \pi \cdot r^2 \text{ dir.}$$



Örnek...1 :

Çapı 4 birim olan bir dairenin yarı çevresi ve alanının sayısal değerleri toplamı kaçtır?

$$2R = 4 \quad R = 2 \quad \text{Yarı çevre} = 2\pi \cdot 2 = 4\pi \quad \text{Alan} = \pi R^2 = 4\pi$$

$$2\pi + 4\pi = 6\pi$$

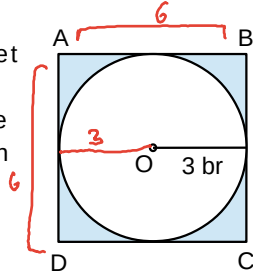
Örnek...2 :

ABCD karesine içten teğet olan O merkezli 3 birim yarıçaplı çember ile kare arasında kalan taralı alan kaç birim karedir?

$$A(\text{ABCD}) = 6 \cdot 6 = 36$$

$$A(\text{daire}) = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$$

$$A(\text{taralı}) = 36 - 9\pi \checkmark$$



Örnek...3 :

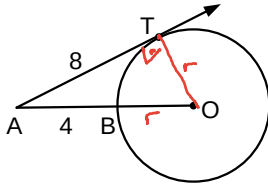
[AT, O merkezli çembere T de teğettir.

$$|AT| = 8 \text{ birim}$$

|AB| = 4 birim Olduğuna göre, çemberin çevresi kaç birimdir?

$$(r+4)^2 = r^2 + 8^2 \Rightarrow r = 6$$

$$C = 2\pi r = 2\pi \cdot 6 = 12\pi \checkmark$$



DAİRE DİLİMİ ALANI VE YAY UZUNLUĞU

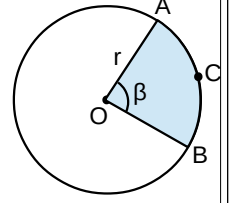
O merkezli r yarıçaplı

dairede $m(\widehat{AOB}) = \beta^\circ$ olacak şekilde taralı daire diliminin alanı,

$$\text{Daire Dilim Alanı} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\beta}{360^\circ}$$

ACB çember yayının uzunluğu,

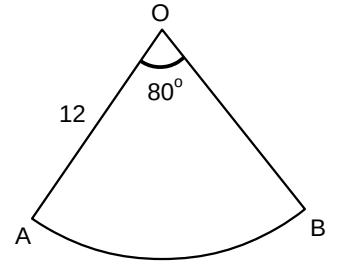
$$|\widehat{ACB}| = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \text{ dir.}$$



Örnek...4 :

O merkezli 12 cm yarıçaplı 80° lik daire diliminin çevresi kaç cm dir?

$$\pi \cdot 12 \cdot \frac{80}{360} = 32\pi$$

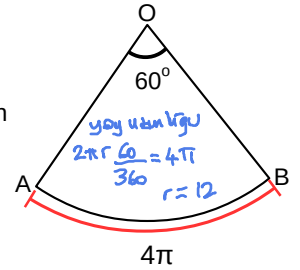


Örnek...5 :

O merkezli 60° lik daire diliminde $|\widehat{AB}| = 4 \cdot \pi$ daire diliminin alanı kaç cm^2 dir?

$$A = \frac{4\pi \cdot 12}{2} = 24\pi$$

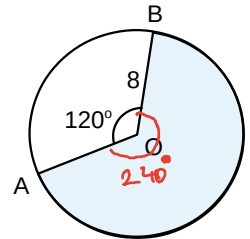
$$\pi \cdot 12^2 \cdot \frac{60}{360} = 24\pi$$



Örnek...6 :

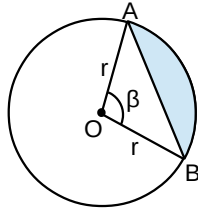
M merkezli 8 birim yarıçaplı çemberde $m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$ ise taralı daire diliminin alanı kaç birim karedir?

$$T_A = \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{120}{360} = \frac{128\pi}{3}$$



DAİRE KESMESİ ALANI

O merkezli r yarıçaplı dairede $\widehat{m}(\text{AOB}) = \beta^\circ$ olacak şekilde taralı daire kesmesinin alanı, diliminin alanından AOB üçgen alanı çıkarılmasıyla bulunur



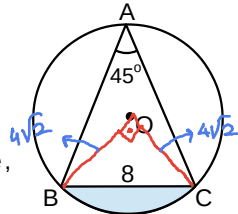
$$\text{Daire Kesmesi Alanı} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\beta}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \beta$$

Örnek...7 :

ABC üçgeninin çevrel çemberi çizilmiştir.

$$\widehat{m}(\text{BAC}) = 45^\circ$$

$|\text{BC}| = 8$ br olduğuna göre, taralı alan kaç birim karedir?

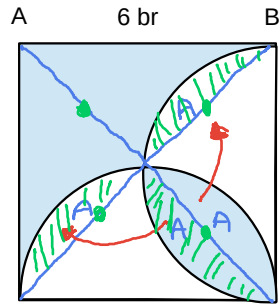


$$T_A = \pi \cdot (4\sqrt{2})^2 \cdot \frac{90}{360} - \frac{(4\sqrt{2})^2}{2} = 8\pi - 16$$

Örnek...8 :

ABCD karesinin içine [CD] ve [BC] çaplı yarım çemberler çizilmiştir.

$|\text{AB}| = 6$ br olduğuna göre, taralı alanlar toplamı kaç birim karedir?

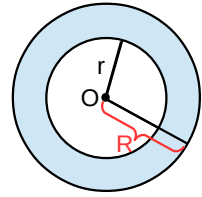


$$\text{Taralı Alan} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$$

Köşegen parçaları 2,5'tir A ile gösterilen alanlar eş.

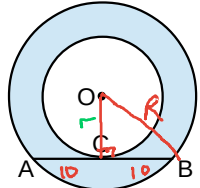
DAİRE HALKASININ ALANI

O merkezli r ve R yarıçaplı iki çember arasında kalan daire halkasının alanı, Halka Alanı $= \pi \cdot (R^2 - r^2)$ dir.



Örnek...9 :

Merkezleri ortak iki çemberden birine teğet diğerine giriş olan [AB] doğru parçasının uzunluğu 20 birim olduğuna göre halka alanı kaç birim karedir?



$$\text{İstenen } \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2) = \pi \cdot 10^2 = 100\pi$$

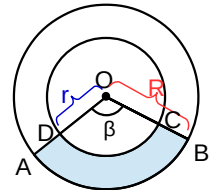
HALKA DİLİMİNİN ALANI

O merkezli r ve R yarıçaplı iki çember arasında kalan daire halkasının diliminin alanı,

$$\frac{|\text{CD}|}{|\text{AB}|} = \frac{r}{R}$$

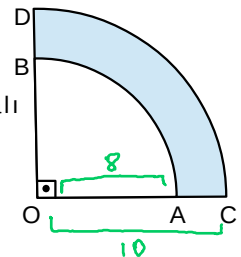
$$\text{Taralı Alan} = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \frac{\beta}{360^\circ}$$

$$\text{Taralı Alan} = \frac{|\text{AB}| + |\text{CD}|}{2} \cdot (R - r) \text{ dir.}$$



Örnek...10 :

O merkezli iki çeyrek dairenin yarı çapları 8 br ve 10 br dir. Buna göre taralı alan kaç birim karedir?



$$\pi \cdot 10^2 \cdot \frac{90}{360} - \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{90}{360}$$

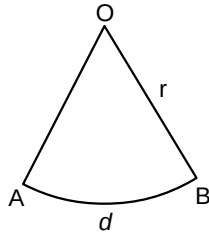
$$= \pi \cdot \frac{90}{360} \cdot 36 = \frac{9\pi}{2}$$

DAİRE DİLİMİNİN ALANI – 2

O merkezli r yarıçaplı daire dilimde

$|\widehat{AB}| = d$ ise

Dilim Alanı $= \frac{d \cdot r}{2}$ dir.



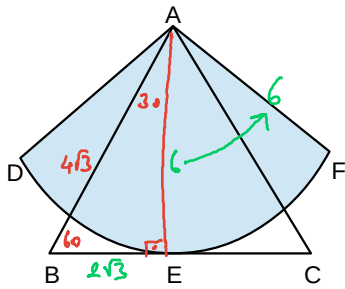
Örnek...11 :

A merkezli daire dilimine ABC eşkenar üçgeni E noktasında teğettir.

$|AB| = 4\sqrt{3}$ br ve DEF yayının uzunluğu 12

birim olduğuna göre, daire diliminin alanı kaç birim karedir?

$$\text{dilimin alanı} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36 \text{ br}^2$$



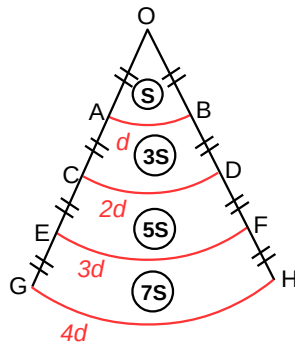
DAİREDE BENZERLİK

O merkezli daire diliminin $|OG|$ uzunluğunu eşit olarak bölen yay parçaları ile benzer daire dilimleri elde edilir.

$|OA| = |AC| = |CE| = |EG|$ ise

$|\widehat{AB}| = d$ $|\widehat{CD}| = 2d$ $|\widehat{EF}| = 3d$ $|\widehat{GH}| = 4d$ olur.

Alanlar ise S, 3S, 5S, 7S, şeklinde oluşur.



Örnek...12 :

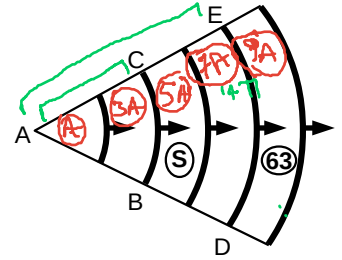
A noktasından yayılan bir ses dalgası modeli şekilde verilmiştir.

$|\widehat{ED}| = 14\pi$ m ve 63 m^2

lik alan içinde bulunduğu halka diliminin alanı olmak üzere, S alanı ve $|\widehat{BC}|$ yay uzunluğu kaçtır? (iki dalga arası mesafe eşittir.)

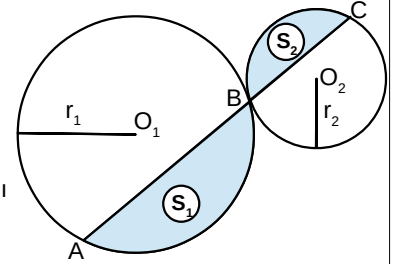
$$|\widehat{BC}| = 7\pi \quad \left[\frac{1}{2} \text{ oranına dikkat} \right]$$

$$9A = 63 \Rightarrow 5A = 35 //$$



O_1 ve O_2 merkezli çemberler B noktasında dıştan teğettir. $[AC]$ doğru parçası ile oluşan S_1 ve S_2 alanlı daire kesimleri benzer olup şöyle kıyaslanırlar.

$$\text{a) } \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{b) } \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$



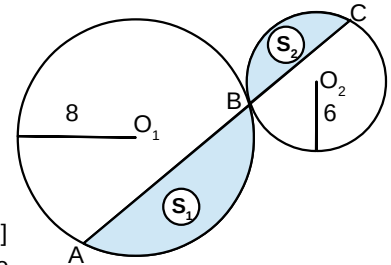
Örnek...13 :

O_1 ve O_2 merkezli çemberler B noktasında dıştan teğettir. Yarıçapları sırasıyla 8 cm ve 6 cm dir. $[AC]$ doğru parçası ile

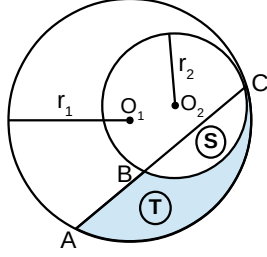
oluşan S_1 ve S_2 alanları içlerinde bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere,

$\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

$$\text{benzerlik oranı } \left(\frac{8}{6} \right)^2 = \frac{16}{9} = \frac{S_1}{S_2}$$



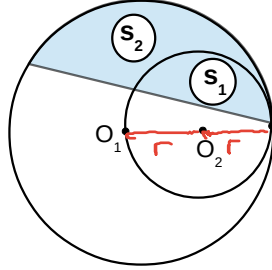
O_1 ve O_2 merkezli çemberler C noktasında içten teğettir. [AC] doğru parçası ile oluşan S ve T alanlı daire kismeleri benzer olup şöyle kıyaslanırlar.



a) $\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{r_1}{r_2}$ b) $\frac{S}{S+T} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$

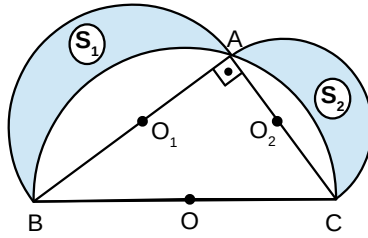
Örnek...14 :

Şekildeki O_2 merkezli çember O_1 merkezli çembere içten teğettir. S_1 ve S_2 içlerinde bulundukları bölgelerin alanları ve $S_1 + S_2 = 36 \text{ br}^2$ ise S_2 alanı kaçtır?



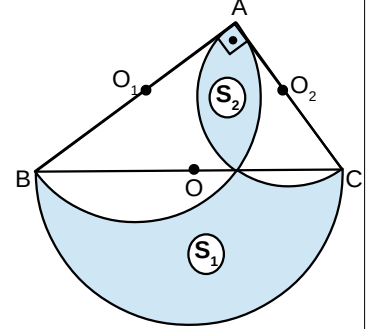
$r_1 = 2r$ $r_2 = r$ $\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{r}{2r}\right)^2 = \frac{1}{4}$
 $S_1 = A$ $S_2 = 3A$ $4A = 36$ $A = 9 \Rightarrow S_2 = 27$

ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O, O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir. $|AB|=c \text{ br}$, $|AC|=b \text{ br}$ ve $|BC|=a \text{ br}$ ise çemberler arasında kalan taralı alanlar toplamı $S_1 + S_2 = \frac{b \cdot c}{2}$ dir.



ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O, O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir.

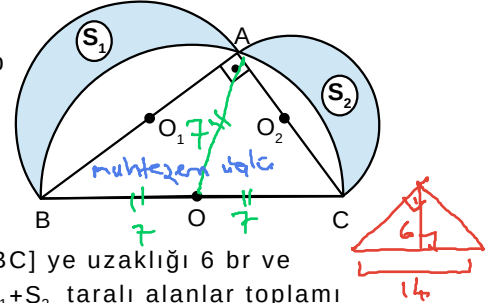
$|AB|=c \text{ br}$,
 $|AC|=b \text{ br}$ ve
 $|BC|=a \text{ br}$ ise çemberler arasında kalan taralı alanlar farkı $S_1 - S_2 = \frac{b \cdot c}{2}$ dir.



Örnek...15 :

ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O, O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir.

A noktasının [BC] ye uzaklığı 6 br ve $|AO|=7 \text{ br}$ ise $S_1 + S_2$ taralı alanlar toplamı kaçtır?

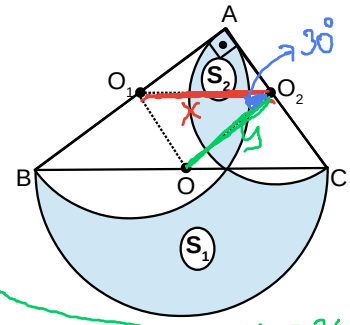


$S_1 + S_2 = A(ABC) = \frac{14 \cdot 6}{2} = 42 \text{ br}^2$

Örnek...16 :

ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O, O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir.

$m(\widehat{O_1 O_2 O}) = 30^\circ$ ve $|O_1 O_2| \cdot |OO_2| = 26 \text{ br}^2$ ise taralı alanlar farkı $S_1 - S_2$ kaçtır?



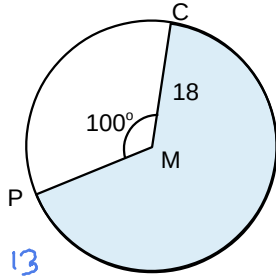
$A(\widehat{O_1 O_2 O}) = \frac{x \cdot y \cdot \sin 30^\circ}{2} = \frac{26 \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{26}{4} = \frac{13}{2} = A(\widehat{AO_2 O})$

$A(ABC) = 4 \cdot A(\widehat{AO_2 O}) = 4 \cdot \frac{13}{2} = 26$

$S_1 - S_2 = A(ABC) = 26$

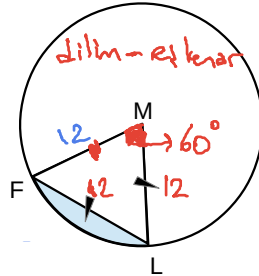
DEĞERLENDİRME - 1

- 1) M merkezli 18 birim yarıçaplı çemberde $m(\widehat{PMC}) = 100^\circ$ ise taralı daire diliminin alanı kaç birim karedir?



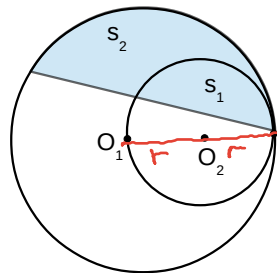
$$T_A = \pi \cdot 18^2 \cdot \frac{100}{360} = \pi \cdot 18 \cdot 13 = 234\pi$$

- 2) Şekildeki M merkezli çemberde $|ML| = |FL|$, $|FM| = 12$ br olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



$$\pi \cdot 12^2 \cdot \frac{60}{360} = 24\pi - 36\sqrt{3}$$

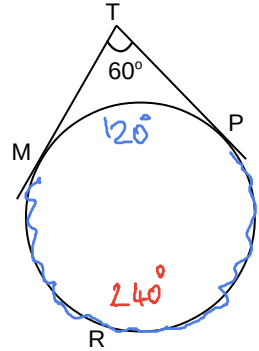
- 3) Şekildeki O_2 merkezli çember O_1 merkezli çembere içten teğettir. S_1 ve S_2 içlerinde bulundukları bölgelerin alanları



olmak üzere, $\frac{S_2}{S_1}$ kaçtır?

$$\begin{aligned} r_1 &= r \\ r_2 &= 2r \quad \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{r}{2r}\right)^2 = \frac{1}{4} \\ S_1 &= A \\ S_2 &= 3A \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3} \checkmark \end{aligned}$$

- 4) Şekildeki çemberde T noktasından çizilen teğetler çembere M ve P noktalarında değmektedir. $m(\widehat{MTP}) = 60^\circ$, $|MRP| = 40\pi$ br ise dairenin alanı kaç birim karedir?

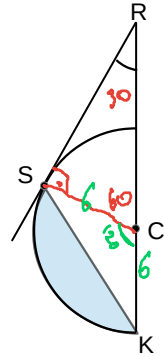


$$2 \cdot \pi R \cdot \frac{240}{360} = 40\pi$$

$$R = 30 \text{ br}$$

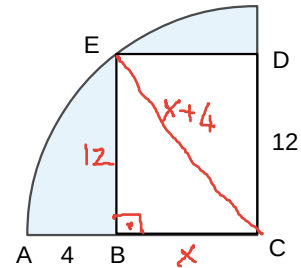
$$\text{Dairenin Alanı} = \pi \cdot 30^2 = 900\pi$$

- 5) Şekildeki C merkezli ve 6 birim yarıçaplı çemberde R noktasından çizilen teğet çembere S noktasında değmektedir. $|MR|$, R açısının açıortayı ise $m(\widehat{SRK}) = 30^\circ$, ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



$$T_A = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 120}{360} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{120}{360} = 12\pi - 6$$

- 6) Şekilde C çeyrek çemberin merkezi BCDE dikdörtgendir. $3 \cdot |AB| = |DC| = 12$ br olduğuna göre taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

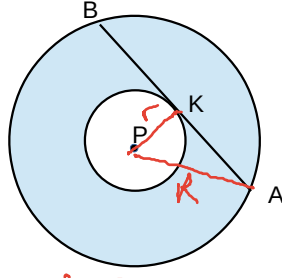


$$(x+4)^2 = 12^2 + x^2 \rightarrow x = 16$$

$$T_{\text{taralı Alan}} = \frac{\pi \cdot 20^2}{4} - 16 \cdot 12 = 100\pi - 192$$

DEĞERLENDİRME - 2

- 1) P iki çemberinde merkezidir. [BA] küçük çembere K noktasında teğet taralı bölgenin alanı 121π ise $|AB|$ kaç birimdir?

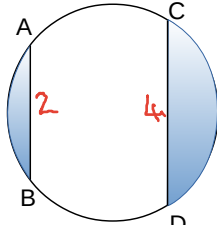


$$\pi R^2 - \pi r^2 = 121\pi \quad R^2 - r^2 = 121$$

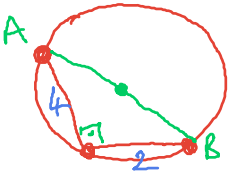
$$|AK| = \sqrt{121}$$

$$|AK| = 11 \Rightarrow |AB| = 22 \text{ br}$$

- 2) Şekildeki dairede $2|AB| = |CD| = 4\text{br}$, $m(\widehat{AB}) + m(\widehat{CD}) = 180^\circ$ olduğuna göre, taralı olmayan bölgenin alanı kaç birimdir?

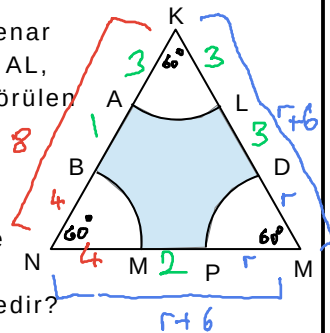


$$|AB| = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5} \quad R = \sqrt{5}$$



$$\frac{\pi \cdot 5}{2} - \frac{4 \cdot 2}{2} = \frac{5\pi}{2} - 4$$

- 3) Şekildeki MKN eşkenar üçgeninin köşeleri AL, BT ve DP yayları görülen dairelerin merkezleridir. $|KL| = |LD| = 3\text{br}$, $|MP| = |AB| + 1 = 2\text{br}$ ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

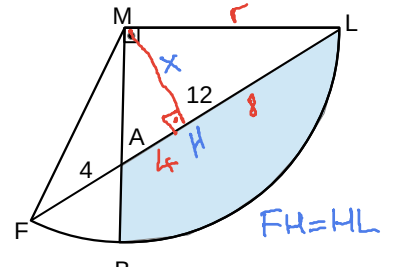


↓ eşkenar - dilimler

$$\frac{8^2\sqrt{3}}{4} - \pi \cdot 3^2 \frac{60}{360} - \pi \cdot 2^2 \frac{60}{360} - \pi \cdot 4^2 \frac{60}{360}$$

$$16\sqrt{3} - \frac{29\pi}{6}$$

- 4) Şekilde [FL] M merkezli çemberin kirişidir. $[MB] \perp [ML]$, $3|FA| = |AL| = 12\text{br}$, ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

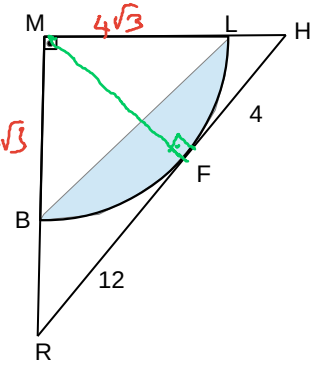


$$r^2 = 8 \cdot 12 \Rightarrow r = 4\sqrt{6} \quad (\text{oklit})$$

$$x^2 = 4 \cdot 8 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Taralı Alan} = \pi \cdot (4\sqrt{6})^2 \frac{90}{360} - \frac{4\sqrt{2} \cdot 12}{2} = 24\pi - 24\sqrt{2}$$

- 5) Şekildeki RH, M merkezli daireye F noktasında teğettir. $3|FH| = |RF| = 12\text{br}$, ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

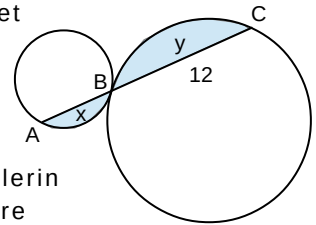


$$|FM| = \sqrt{12 \cdot 4} = 4\sqrt{3} = r$$

$$T_A = \pi \cdot 4\sqrt{3}^2 \frac{90}{360} - \frac{4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 12\pi - 24$$

$$(\text{dilim} - A(\widehat{MBL}))$$

- 6) Şekilde dıştan teğet çemberler verilmiştir. $|BC| = 12\text{br}$, x ve y içlerinde bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere $2y^2 - 5xy - 12x^2 = 0$ eşitliği geçerli olduğuna göre, $|AB|$ kaç birimdir?



$$2y^2 - 5xy - 12x^2 = (2y + 3x)(y - 4x) = 0 \quad y = 4x$$

$$\frac{y}{x} = \left(\frac{12}{|AB|}\right)^2 \Rightarrow 4 = \frac{144}{|AB|^2} \Rightarrow |AB| = \frac{6}{2} \text{ br}$$