

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-1

İKİNCİ DERECEYE DÖNÜŞTÜRÜLEBİLEN DENKLEMLER

a,b,c den en az biri sıfırdan farklı olmak üzere,

$$ax^2+by^2+cxy+dx+ey+f=0$$

biçimindeki denkleme ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem denir. İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini çözmek için genellikle yerine koyma (bir değişkenin diğeri cinsinden elde edilerek denklemin tek değişken türünden tekrar yazılması) yöntemi denenebilir.

Örnek...1 :

$$x^2+y^2=5$$

$$x+y=3$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz?

$$y = 3 - x$$

$$x^2 + (3-x)^2 = 5$$

$$2x^2 - 6x + 9 - 5 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 = (x-2)(x-1)$$

$$x=2 \Rightarrow y=3-2=1$$

$$x=1 \Rightarrow y=3-1=2$$

$$G = \{(2,1), (1,2)\}$$

Örnek...2 :

$$x \cdot y = 8$$

$$x+y=-6$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

$$y = -6 - x$$

$$x \cdot (-6-x) = 8$$

$$-6x - x^2 = 8$$

$$x^2 + 6x + 8 = (x+4)(x+2)$$

$$x_1 = -4 \Rightarrow y_1 = -6 + 4 = -2$$

$$x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = -6 + 2 = -4$$

$$G = \{(-4, -2), (-2, -4)\}$$

Örnek...3 :

$$x^2+xy-4y+5=0$$

$$2x-y=-8$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

$$y = 2x + 8$$

$$x^2 + x(2x+8) - 4(2x+8) + 5 = 0$$

$$3x^2 + 8x - 8x - 32 + 5 = 0$$

$$3x^2 = 27$$

$$x^2 = 9$$

$$x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = 14$$

$$x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = -6 + 8 = 2$$

$$G = \{(3, 14), (-3, 2)\}$$

Örnek...4 :

$$x^2 - y^2 = 10$$

$$+ x^2 + y^2 = 40$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

$$2x^2 = 50 \quad x^2 = 25$$

$$x_1 = 5 \Rightarrow 25 - y^2 = 10 \rightarrow y^2 = 15 \quad y = \pm \sqrt{15}$$

$$x_2 = -5 \Rightarrow 25 - y^2 = 10 \rightarrow y = \pm \sqrt{15}$$

$$G = \{(5, \sqrt{15}), (5, -\sqrt{15}), (-5, \sqrt{15}), (-5, -\sqrt{15})\}$$

Örnek...5 :

Çevresi 20 br ve alanı 20 br² olan bir dikdörtgenin uzun kenarı kaç birimdir?

$$2(x+y) = 20 \quad x+y = 10$$

$$y = 10 - x$$

$$x \cdot y = 20$$

$$x(10-x) = 20$$

$$x^2 - 10x + 20 = 0$$

$$x_1 = \frac{10 + \sqrt{20}}{2}$$

$$x_1 = 5 + \sqrt{5} \rightarrow y = 5 - \sqrt{5}$$

$$x_2 = 5 - \sqrt{5} \rightarrow y = 5 + \sqrt{5}$$

$$\text{uzun kenar } 5 + \sqrt{5}$$

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-1

İKİNCİ DERECEYE DÖNÜŞTÜRÜLEBİLEN DENKLEMLER

DEĞERLENDİRME

- 1) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ x^2+x \cdot y=1 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} y &= 3-3x \\ x^2 + x(3-3x) &= 1 \\ -2x^2 + 3x &= 1 \\ 2x^2 - 3x + 1 &= 0 \\ \begin{matrix} 2x & -1 \\ x & -1 \end{matrix} \\ x_1 &= 1 \rightarrow y_1 = 3-3=0 \\ x_2 &= \frac{1}{2} \rightarrow y_2 = 3-\frac{3}{2} = \frac{3}{2} \\ G &= \left\{ (1,0), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \right\} \end{aligned}$$

- 2) $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2-x \cdot y-y^2=1 \end{cases}$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} y &= -x \\ x^2 - x(-x) - (-x)^2 - 1 &= 0 \\ x^2 + x^2 - x^2 - 1 &= 0 \\ x_1 &= 1 \rightarrow y = -1 \\ x_2 &= -1 \rightarrow y = 1 \\ G &= \{ (-1,1), (1,-1) \} \end{aligned}$$

- 3) $\begin{cases} x^2+y^2=26 \\ x^2-y^2=24 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} 2x^2 &= 50 \\ x_1 &= 5 \rightarrow y = \pm 1 \\ x_2 &= -5 \rightarrow y = \pm 1 \\ G &= \{ (5,1), (5,-1), (-5,1), (-5,-1) \} \end{aligned}$$

- 4) $\begin{cases} x \cdot y=8 \\ \frac{4}{x} + \frac{2}{y}=2 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} y &= \frac{8}{x} \\ \frac{4}{x} + \frac{2}{\frac{8}{x}} &= 2 \\ \frac{4}{x} + \frac{x}{4} - 2 &= 0 \\ \frac{x^2 - 8x + 16}{4x} &= 0 \\ (x-4)^2 &= 0 \\ x &= 4 \Rightarrow y = \frac{8}{4} = 2 \end{aligned}$$