TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

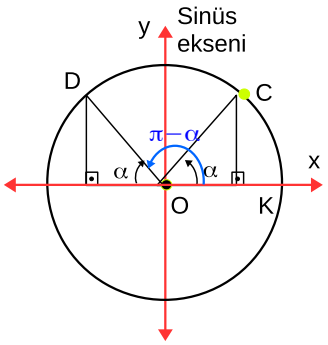
İçinde bilinmeyenin trigonometrik fonksiyonları bulunan, bilinmeyenin bazı değerleri için doğru olan eşitliklere, trigonometrik denklem denir. Denklemi sağlayan değerlere, denklemin kökleri; köklerin oluşturduğu kümeye de çözüm kümesi denir. Çözüm kümesini bulmak için yapılan işlemlere de denklemi çözme denir.

A) $\sin(x)=\sin\alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda α radyanlık yayın bitim noktası C, $\pi-\alpha$ radyanlık yayın bitim noktası D olsun. Şekli inceleyiniz.

$\sin x=\sin\alpha$

ise k bir tam sayı olmak üzere, denklemin çözüm kümesi aşağıdaki gibi bulunur.



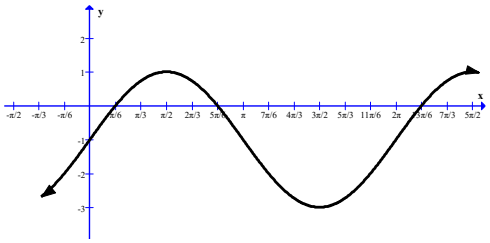
Ç={x: x= α + k.2π veya x= π − α + k.2π }

GENEL OLARAK

$$\sin(f(x))=\sin(g(x)) \rightarrow \begin{cases} f(x)=g(x)+k.2\pi \\ f(x)=\pi-g(x)+k.2\pi \end{cases}$$

Verilen ölçü birimine göre tam devirleri 2π radyan ya da 360° seçmeyi unutmayınız.

Örnek...1 :



Grafik y=2sinx−1 fonksiyonuna aittir. Buna göre

a) Grafikten yararlanarak 2sinx−1=0 denkleminin [0,2π)aralığındaki çözüm sayısını tahmin ediniz.

b) Cebirsel olarak çözümleri bulunuz.

c) Bulduğunuz çözümlerin grafik üzerindeki karşılıklarını gösteriniz.

Örnek...2 :

$\sqrt{2}\sin x-1=0$ denklemini $0\le x<2\pi$ aralığında çözünüz.

Çözümünüzü hem **birim çember** hem de **grafik yorumu** ile açıklayınız

Örnek...3 :

$\sin(5x-120)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...4 :

$\sin(x)=-1$

denkleminin (0,360) aralığında kaç farklı çözümü vardır?

Örnek...5 :

$\sin(4x)=0,3$

denkleminin (0,360) aralığında kaç farklı çözümü olduğunu grafik temsillerinden yararlanarak bulunuz.

(qr bağlantısıyla çözümünü merak ettiğiniz denklemleri grafiksel yolla inceleyebilirsiniz)

www.matbaz.com

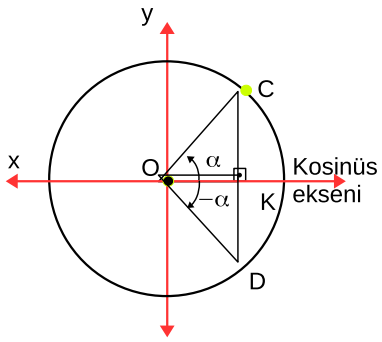
Örnek...6 :

$\sin(2x+40)=-\sin x$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

B) $\cos(x)=\cos\alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda α radyanlık yayın bitim noktası C, $-\alpha$ radyanlık yayın bitim noktası D olsun. Şekli inceleyiniz.



$\cos x=\cos\alpha$ ise k bir tam sayı olmak üzere, denklemin çözüm kümesi aşağıdaki gibi bulunur.

$$Ç=\{x: x=\alpha+k.2\pi \text{ veya } x=-\alpha+k.2\pi\}$$

GENEL OLARAK

$$\cos(f(x))=\cos(g(x)) \rightarrow \begin{cases} f(x)=g(x)+k.2\pi \\ f(x)=-g(x)+k.2\pi \end{cases}$$

Örnek...7 :

$0\le x<2\pi$ olmak üzere $\cos(2x)=1/2$ denklemini cebirsel olarak çözünüz. Ardından çözümleri grafikte gösteriniz.

Örnek...8 :

$\cos(2x+40)=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...9 :

$\cos(4x-60)=\cos(2x)$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...10 :

$\sin(6x-40)=\cos(2x+20)$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...11 :

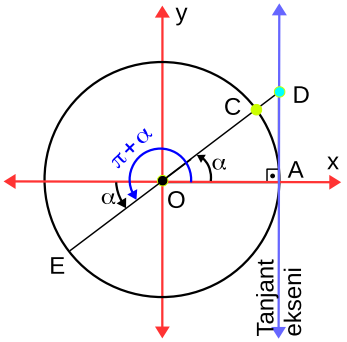
$\cos(4x)=\sin 2x+0{,}4$

denkleminin (0,360) aralığında kaç farklı çözümü olduğunu grafik temsillerinden yararlanarak bulunuz.

www.matbaz.com

C) $\tan(x)=\tan\alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Birim çember üzerinde standart pozisyonda α radyanlık yayın bitim noktası C, $\pi+\alpha$ radyanlık yayın bitim noktası E olsun. x=1 doğrusuna tanjant ekseni dendiğini öğrenmiştik. Orijinden ve C (ve E) noktasından geçen doğrunun tanjant eksenini kestiği nokta D olsun. İnceleyiniz.



tanx=tan α

ise k bir tam sayı olmak üzere

Ç={x: x= α + k.π }

GENEL OLARAK

$\tan(f(x))=\tan(g(x)) \rightarrow f(x)=g(x)+k.\pi$

Örnek...12 :

$\tan(x)=\sqrt{3}$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...13 :

$0\le x<2\pi$ aralığında $\tan(x-\pi/4)=1$ denklemini çözünüz.

Çözümden hareketle $\tan(x-\alpha)=1$ denklemine ilişkin genel çözümü yazınız.

Örnek...14 :

$\tan(5x-20^\circ)=\tan(3x+30^\circ)$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

www.matbaz.com

Örnek...15 :

k bir gerçek sayı olmak üzere tan(x)=k denkleminin $(-10\pi,21\pi)$ aralığında çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

D) $\cot(x)=\cot\alpha$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

cotx=cot α ise k bir tam sayı olmak üzere

Ç={x: x= α + k.π }

GENEL OLARAK

$\cot(f(x))=\cot(g(x)) \rightarrow f(x)=g(x)+k.\pi$

Örnek...16 :

cot(3x)=−1 denkleminin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...17 :

Cot(3x)=tan(2x) denkleminin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...18 :

Cot(3x)·tan(2x)=1 denkleminin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...19 :

f(x)=2Cot(3x)+4 fonksiyonunun (-2π,2π) arasında sıfırlarının sayısını grafik temsilinden yararlanarak bulunuz.

Örnek...20 :

Bir rüzgâr türbininin ürettiği alternatif akımın gerilimi
V(t)=220sin(100πt)
fonksiyonu ile modellenmektedir.
Burada t saniye, V volt cinsindendir.
Sorular
a) Fonksiyonun genliğini ve periyodunu belirleyiniz.
b) İlk 0,04 saniyelik grafiğini çiziniz.
c) Gerilimin ilk kez **110 volt** olduğu zamanı bulunuz.
d) Bulduğunuz sonucu grafik üzerinde gösteriniz.
e) Gerilimin neden negatif değerler alabildiğini fiziksel olarak açıklayınız.

www.matbaz.com