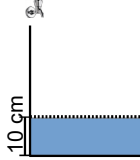


**İKİ NİCELİK ARASINDAKİ İLİŞKİ**

$y=f(x)$  fonksiyonunda  $x'$  e bağımsız değişken,  $y'$  ye ise bağımlı değişken denir.  
Örneğin zamana göre bir hareketlinin  $V$  hızı ile aldığı yol fonksiyonu  $S(t)=V.t$  ise buradaki  $t$  (süre) bağımsız,  $S$  (alınan yol) bağımlı değişkendir.

**Örnek...1 :**

Bir depoda 10 cm yüksekliğinde su vardır. Deponun üstündeki musluktan akan su her saatte su yüksekliğini 7 cm arttırmaktadır.  $x$  saat sonra depodaki suyun yüksekliği  $h(x)$  olduğuna göre,  $h(x)$  fonksiyonunu yazınız?



**Örnek...2 :**

Bir oto kiralama şirketi müşterilerinden kira ücreti olarak 1. gün 60 lira ve daha sonraki her bir gün için 40 lira ücret talep etmektedir. Buna göre ödenen ücreti, kiralama süresinin (gün) bir fonksiyonu olarak yazıp 1 haftalık kira ücretinin kaç lira olduğunu bulalım.

**Örnek...3 :**

Isıtılan bir cismin ölçülen sıcaklığının zamana göre değişimi tabloda verilmiştir.

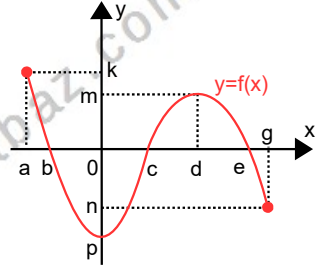
zaman(dakika)	0	1	2	3
sıcaklık(°C)	22	25	28	31

Değişimin aynı şekilde devam edeceğini varsayarak

- koordinat düzleminde sıcaklık zaman ikililerini gösteriniz
- cismin sıcaklığını zamanın bir fonksiyonu olarak ifade ediniz
- bu cismin sıcaklığı 11. dakikada kaç derece olur?

**FONKSİYONUN EKSENLERİ KESİM NOKTALARI**

$y=f(x)$  fonksiyonunun  $x$  eksenini kestiği noktaların apsisi  $b, c, e$  dir. Bu noktalar  $f(x)=0$  denkleminin kökleridir.  $y=f(x)$  in  $y$  eksenini kestiği nokta ise  $(0,p)$  noktasıdır.

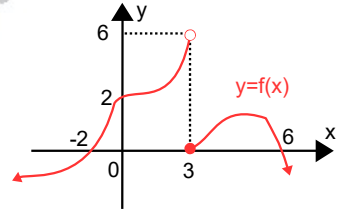


**Örnek...4 :**

$f(x)=\frac{mx+n}{3x+2}$  fonksiyonunun grafiği  $Oy$  eksenini ordinatı 3 olan noktada,  $Ox$  eksenini de apsisi -1 olan noktada kesmektedir. Buna göre  $f(2)$  kaçtır?

**Örnek...5 :**

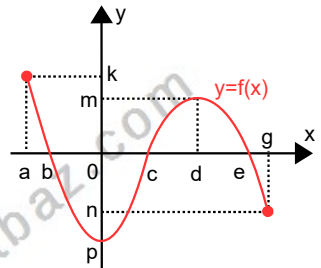
$y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre  $(f \circ f)(x+2)=2$  denklemini sağlayan  $x$  değerleri toplamı kaçtır?



**FONKSİYONUN POZİTİF NEGATİF OLDUĞU ARALIKLAR**

Analitik düzlemde grafiği verilen  $y=f(x)$  fonksiyonu,  $x$  ekseninin üst tarafında pozitif değerler alırken,  $x$  ekseninin alt tarafında negatif değerler alır.

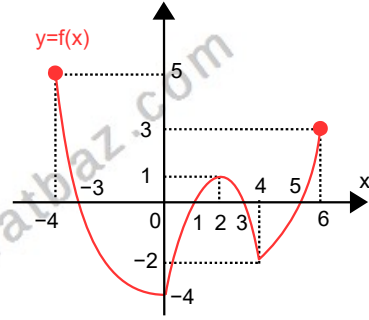
$f: [a, g] \rightarrow [p, k]$  tanımlanan  $y=f(x)$  fonksiyonu  $[a, b) \cup (c, e)$  aralığında pozitif değerler,  $(b, c) \cup (e, g)$  aralığında ise negatif değerler alır.



**Örnek...6 :**

$y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

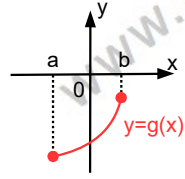
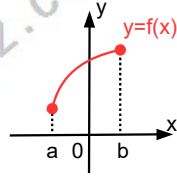
Fonksiyonun pozitif ve negatif olduğu aralıkları yazınız.



**FONKSİYONUN ARTAN AZALAN OLDUĞU ARALIKLAR**  
**ARTAN FONKSİYON**

$f:A\subset\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$  fonksiyonu verilsin. Her  $x_1\in B\subset A$  için  $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonuna  $A$  kümesinde artan fonksiyon denir.

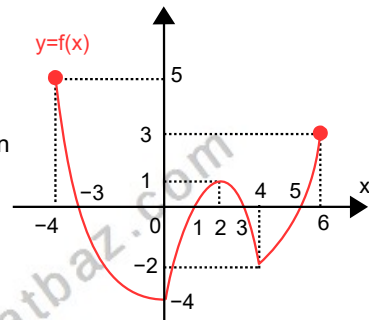
$y=f(x)$  fonksiyonu  $[a,b]$  aralığında pozitif artandır.



$y=g(x)$  fonksiyonu  $[a,b]$  aralığında negatif değerli ve artandır.

**Örnek...7 :**

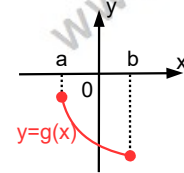
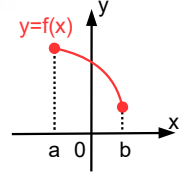
$y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun artan olduğu aralıkları yazınız.



**AZALAN FONKSİYON**

$f:A\subset\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$  fonksiyonu verilsin. Her  $x_1\in B\subset A$   $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu  $B$  kümesinde azalan fonksiyondur denir.

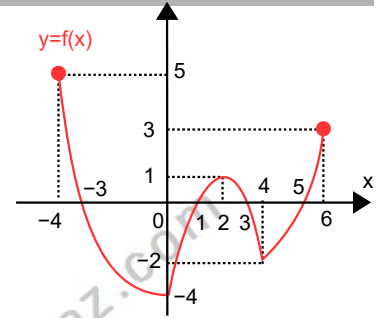
$y=f(x)$  fonksiyonu  $[a,b]$  aralığında pozitif değerli ve azalandır.



$y=g(x)$  fonksiyonu  $[a,b]$  aralığında negatif değerli ve azalandır.

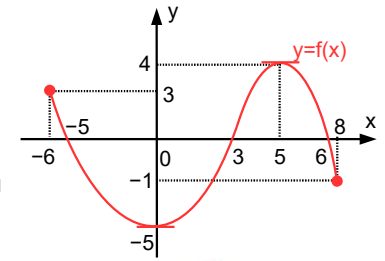
**Örnek...8 :**

$y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun azalan olduğu aralıkları yazınız.



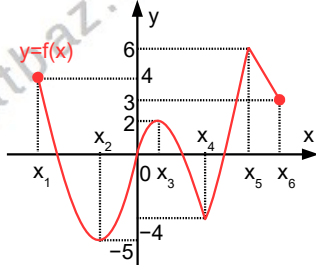
**Örnek...9 :**

$y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun negatif değerli ve azalan olduğu aralığındaki  $x$  tamsayılarının toplamı kaçtır?



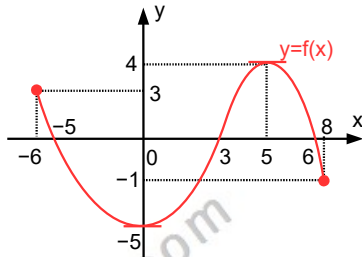
**FONKSİYONUN MAKSİMUM MİNİMUM DEĞERLERİ**

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$  verilsin.  
Her  $x \in A$  için  $f(x) \leq f(x_0)$  olacak şekilde bir  $x_0 \in A$  sayısı varsa  $(x_0, f(x_0))$  noktasına  $f$  nin (mutlak) maksimum noktası; her  $x \in A$  için  $f(x) \geq f(x_1)$  olacak şekilde bir  $x_1 \in A$  sayısı varsa  $(x_1, f(x_1))$  noktasına  $f$  nin (mutlak) minimum noktası denir. Tanım kümesinin alt aralıklarında benzer karşılaştırmalar kurularak yerel maksimum ya da minimumlar da tanımlanır. Bunu yapabilmek için maksimum ya da minimum olacak noktayı kapsayacak civara (noktayı içine alan herhangi bir aralığa) bakılır. Şekli inceleyiniz.  
 $y=f(x)$  fonksiyonu  $x_1, x_3, x_5$  apsisi noktalarında yerel maksimum değerler,  $x_2, x_4, x_6$  apsisi noktalarda ise yerel minimum değerler alır. Bu değerlere (minimum ya da maksimum ) ekstremum noktaları da denir. Yerel ekstremumların birden fazla olabileceğine dikkat ediniz. (Bu konu türev konusu içerisinde detaylı olarak incelenecektir)



**Örnek...10 :**

$y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun maksimum ve minimum değer aldığı apsilerin toplamı kaçtır?



**ORTALAMA DEĞİŞİM HIZI VE KESENİN EĞİMİ**

Bir nesnede birim zamanda meydana gelen değişime ortalama değişim hızı denir. Yani iki değişkenden birinin değişim miktarının, diğerinin değişim miktarına oranı **değişim hızını** verir.

Örneğin, Ayşe' nin kilosunun yaşına göre değişim hızı,

$$\text{Değişim Hızı} = \frac{\text{Kilo değişim miktarı}}{\text{Yaş değişim miktarı}} \text{ dır.}$$

$y = f(x)$  doğrusal fonksiyonu genellikle,  $f(x)=m \cdot x+n$  biçiminde yazılır. Bu fonksiyonun  $y$  sinin  $x$  ine göre değişim hızına doğrunun eğimi denir. Eğim genellikle "m" harfi ile gösterilir.

$$\text{Değişim Hızı} = \frac{y \text{ deki değişim miktarı}}{x \text{ deki değişim miktarı}} = \text{Eğim}$$

(Doğrusal fonksiyonlarda ortalama değişim hızı sabittir)

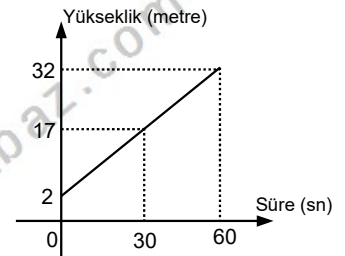
**Örnek...11 :**

Yaş (yıl)	Kilo (kg)
12	33
15	39
20	51

Ayşe' nin yaş – kütle tablosu verilmiştir. Ayşe' nin kütlesinin yaşına göre değişim hızını farklı zaman aralıkları için bulunuz?

**Örnek...12 :**

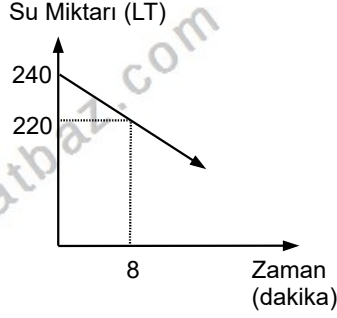
Ali elindeki uçan balonu kaçırıyor. Başlangıçta yerden 2 metre yükseklikte ki balonun yüksekliğinin zamana (saniye) göre değişim grafiği yanda verilmiştir. Balonun yüksekliğinin zamana göre değişim hızı kaçtır?



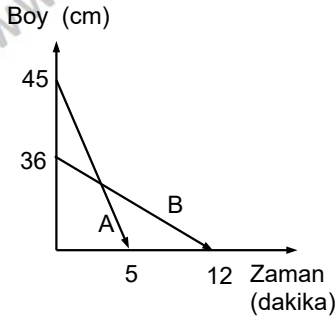


Örnek...18 :

Şekil hacmi 240 litre olan bir havuzun tabanındaki bir musluğun açılmasıyla havuzda kalan su miktarının zamana göre değişimi verilmiştir. Havuz doluyken bu musluğa eş bir musluk havuzu boşaltacak şekilde havuzun tam ortasına konulursa havuz kaç saatte boşalır?



Örnek...19 :



Şekilde aynı anda yakılan mumların boylarının zamana göre değişimi verilmiştir. Buna göre kaçta bir mumun boyu diğerinin iki katı olur?

FONKSİYON SAYILARI (HATIRLATMA)

$s(A)=a$  ve  $s(B)=b$  olmak üzere A dan B ye

- 1) Toplam fonksiyon sayısı  $b^a$  tanedir.
- 2) Sabit fonksiyon sayısı  $b$  tanedir.
- 3)  $P(b,a)=\frac{b!}{(b-a)!}$  ( $a \leq b$ ) tane birebir fonksiyon tanımlanabilir.

Örnek...20 :

Doğal sayılar kümesinden bir basamaklı asal sayılar kümesine kaç farklı sabit fonksiyon tanımlanır?

Örnek...21 :

$A=\{0,1,2,(3,4),5\}$  kümesinden  $B=\{x:x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 25\}$  kümesine kaç farklı birebir olmayan fonksiyon tanımlanır?

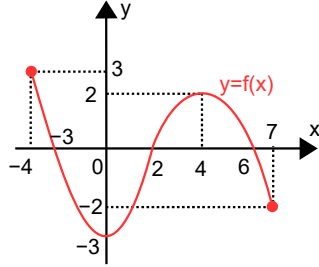
Örnek...22 :

$A=\{1,2,3,4\}$  kümesinden  $B=\{a,b,c,d,e\}$  kümesine  $f(1)=a$  olacak şekilde en çok kaç farklı birebir fonksiyon tanımlanır?

**DEĞERLENDİRME**

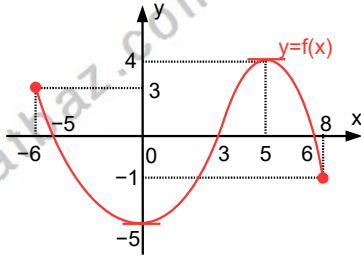
- 1)  $A=\{1,2,3,4\}$  kümesinde tanımlanabilen içine fonksiyon sayısı kaçtır? (A dan A ya)

- 2)  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $f(x)<0$  eşitsizliğini sağlayan tam sayı apsiserin toplamı kaçtır?

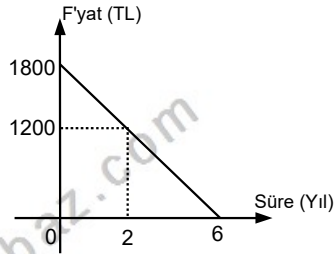


5

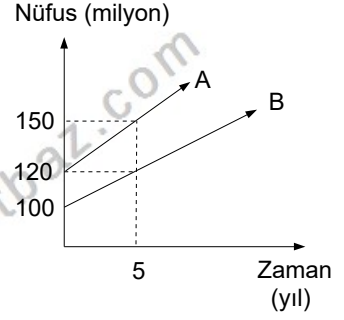
- 3)  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun azalan olduğu aralıktaki  $x$  tamsayılarının toplamı kaçtır?



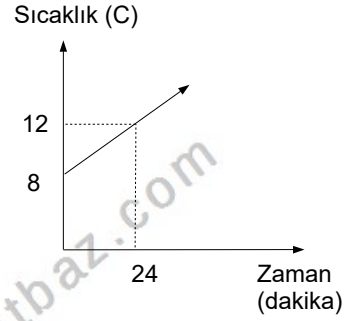
- 4) Bir akıllı telefonun üretildiği tarihten itibaren fiyatında ki değişim grafiği verilmiştir. Akıllı telefonun fiyatının zamana göre değişim hızı kaçtır?



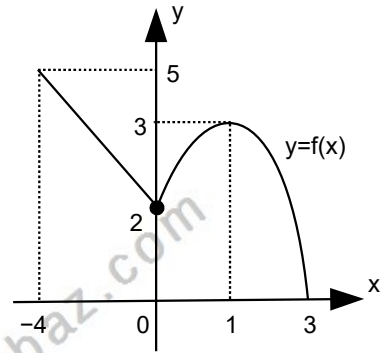
- 5) Şekilde A ve B ülkelerinde nüfusun zaman bağlı değişimi verilmiştir buna göre bu iki ülke nüfusu arasındaki fark 90 milyon olur?



- 6) Şekilde bir A maddesinin sıcaklığının zamana göre değişimi veriliyor. Bu maddenin sıcaklığı kaçınıcı dakıda 38 derece olur?



- 7)  $[-4,3]$  aralığında grafiği şekildeki gibi olan  $y=f(x)$  fonksiyonunun aşağıda verilen aralıklarda ortalama değişim hızını bulunuz?



- a)  $[-4,0]$   
b)  $[0,1]$   
c)  $[-4,3]$