

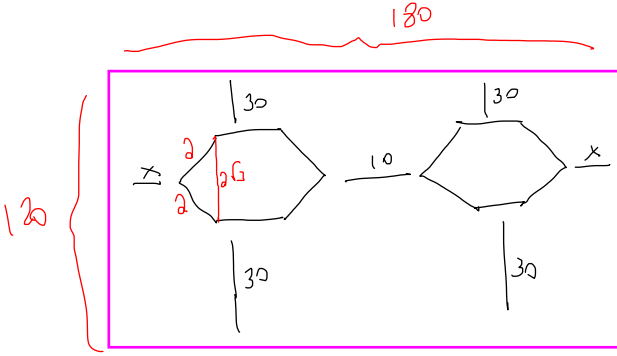
Çokgenler günlük yaşamda önemli bir rol oynar. Örneğin, bal peteği yapısında en az malzemeye en geniş alanı sağladığı için altıgen tercih edilir. Benzer biçimde, inşaatta da alanın en verimli şekilde kullanılabilmesi için dışbükey çokgenlerden yararlanılır. Bu tür çokgenler, hem tasarımların kullanım verimliliğini artırır hem de süsleme sanatlarında önemli bir yer tutar.

Örnek...1 :

Modern bir ofis duvarına, boyutları 120 cm x 180 cm olan dikdörtgen bir pano üzerine iki adet özdeş düzgün altıgen tablo yerleştirilecektir.

- Altıgen tabloların panonun uzun kenarlarına olan uzaklıkları 30'ar cm'dir.
- İki tablo arasındaki mesafe 10 cm'dir.
- Tabloların panonun kısa kenarlarına olan uzaklıkları birbirine eşittir.

Buna göre, bir altıgen tablonun bir kenar uzunluğu kaç santimetredir?



$$2\sqrt{3} + 30 + 30 = 120 \Rightarrow 2\sqrt{3} = 60 \\ a = 20\sqrt{3}$$

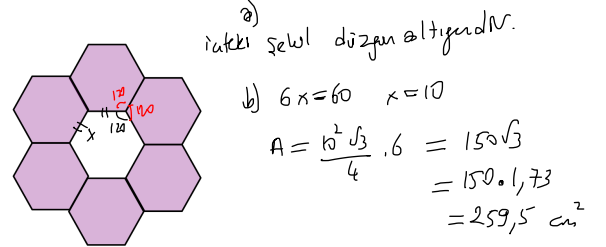
Örnek...2 :

Gül Hanım, torunu için ördüğü yandaki şekilde bir kısmı görünen yatak örtüsünün ortasında düzgün altıgen şeklindeki motifleri yan yana getirerek halka şeklinde bir süsleme yapmak istiyor. Motifleri, yan yana gelen her iki altıgenin birer kenarı tamamen çakışacak ve ortada kapalı bir boşluk kalacak şekilde dairesel bir düzenle diziyor.



Buna göre:

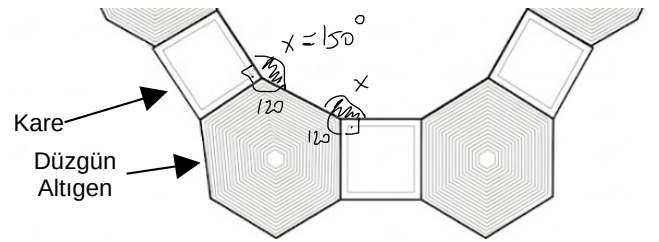
- Motifler tamamlanıp şekil kapalı hâle getirildiğinde, motiflerin iç kısmında (merkezinde) oluşan boşluğun kaç kenarlı bir düzgün çokgen olduğunu bulunuz.
- Merkezde oluşan bu çokgenin çevresi 60 cm olduğuna göre, bu çokgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz. ($\tan(60^\circ) = 1,73$)



Örnek...3 :

Kenar uzunlukları birbirine eşit olan düzgün altıgenler ve kareler, kenarları çakışacak şekilde aşağıdaki gibi yan yana dizilerek bir iç bölge oluşturuyor.

Bu dizilim kapandığında iç kısımda yeni bir düzgün çokgen oluşmaktadır.



- Her bir karenin bir kenarı, bir düzgün altıgenin bir kenarı ile tam çakışmaktadır.
- Şekiller dizilirken bir altıgen, bir kare, bir altıgen, bir kare şeklinde ilerlemektedir.

Buna göre, iç kısımda oluşan bu yeni düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır?

$$\text{Bir kare için } 360 - (120 + 90) = 150^\circ \\ \text{Altıgen için } 30^\circ \\ \text{Kenar sayısı} = \frac{360}{30} = 12$$

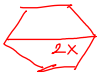
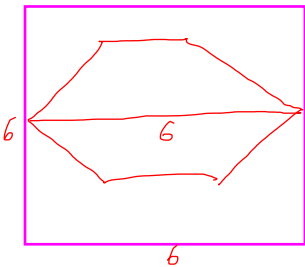
Örnek...4 :



Selçuklu mimarisinden esinlenerek yukarıdaki şekildeki gibi inşa edilecek yeni bir anıt mezarın tabanı, bir kenar uzunluğu 6 metre olan kare biçimindeki bir taş platform üzerine yerleştirilecektir.

Bu platformun üzerine inşa edilebilecek en büyük

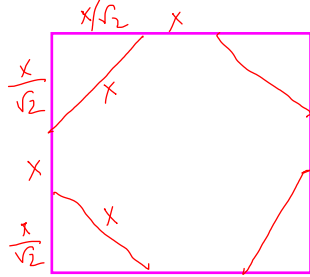
- düzgün altıgen tabanlı kümbetin
 - düzgün sekizgen tabanlı kümbetin
- Modelini oluşturunuz (Altıgenin iki kenarı karenin iki kenarına paralel olacak şekilde).
 - Taban alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.



$$2x=6$$

$$x=3$$

$$\text{Alan} = 6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2$$



$$x + x\sqrt{2} = 6$$

$$x = \frac{6}{1+\sqrt{2}} = 6(\sqrt{2}-1)$$

$$\text{Alan} = 6^2 - 4 \cdot \frac{x^2}{4}$$

$$= 36 - [6(\sqrt{2}-1)]^2$$

$$= 72\sqrt{2} - 72 \text{ m}^2$$

Örnek...5 :

Günlük hayatta gördüğümüz bir yapıda kullanılan dörtgenleri belirleyiniz. Bu dörtgenlerin neden tercih edildiğini matematiksel olarak yorumlayınız.

Günlük hayatta gördüğümüz bir pencerenin çerçevesinde dikdörtgen kullanılmıştır.

Dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit ve paralel, bütün iç açıları 90° olduğundan pencere çerçevesinin düzgün ve simetrik biçimde oluşturulmasını sağlar. Ayrıca dikdörtgenin kenarlarının birbirine paralel olması, camın yerleştirilmesini ve ölçülendirilmesini kolaylaştırır.

Örnek...6 :

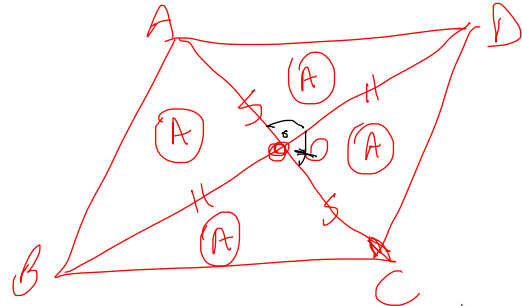
ABCD paralelkenarında köşegenler AC ve BD, O noktasında kesişmektedir. Paralelkenarın köşegenlerinin alanı dört eş parçaya ayırdığını gösteriniz.

Bu sonucu;

- I. Açı özelliklerini kullanarak,
- II. Benzer üçgenlerden yararlanarak,

ayrı ayrı ispatlamaya çalışınız.

Son olarak hangi yöntemin daha kısa, daha genel ve daha öğretici olduğunu gerekçesiyle açıklayınız.



* Alan taban oranından alan eşitlikleri yazılabilir.

O da oluşan bütünler açıların sinüsünü eşitliği kullanılarak eşitlikler elde edilir.

$$A(\triangle OAB) = \frac{1}{2} |OA| \cdot |OB| \sin(\angle AOB)$$

$$A(\triangle OBC) = \frac{1}{2} |OB| \cdot |OC| \sin(\angle BOC)$$

$$A(\triangle OAB) = A(\triangle OBC)$$

* eşitlikler kullanalım

$$\triangle OAB \cong \triangle OBC \text{ ve } \triangle OBC \cong \triangle OCD$$

Alan taban ilişkisiyle köşegenleri oluşturduğunuz 4 bölge aldığınız eşit olduğu görülür.

En Kısa Yöntem: Yöntem (Açı / Trigonometrik Yöntem)

Gerekçe: Köşegenlerin uzunlukları ile açılarının bütünlerlik ilişkisi kurulduktan sonra tek satırlık bir sinüs alan formülüyle tüm alanların eşitliği cebirsel olarak doğrudan gösterilebilir.

Genel Yöntem : İkinci yöntem, trigonometri veya açı ölçüsü bilgisine ihtiyaç duymadan yalnızca temel sentetik geometri prensiplerine benzerlik/tabana-yükseklik ilişkisi dayanır. Bu mantık, üçgenlerin alan parçalanmalarından ağırlık merkezi analizlerine kadar çok daha geniş bir alanda uygulanabilir.