

Dışbükey çokgenler; kenar, açı, simetri ve alan özellikleriyle doğada ve tasarımda önemli bir yer tutar. Mimari ve mühendislikte verimli alanlar oluştururken, süsleme sanatlarında estetik ve düzen sağlar. Eşit kenar ve açılara sahip düzgün çokgenler ise dayanıklılık ve görsel uyum sunar. Alan özelliklerini anlamak, etkili ve estetik çözümler üretmeyi sağlar.

Örnek...1 :

Tabloyu doldurarak dışbükey çokgenlerin bir köşesinden kaç köşegen çizilebileceğine ve bir köşeden çizilen köşegenlerle çokgenin kaç üçgene ayrılacağına dair genellemeye ulaşınız.

	Çokgen	Bir köşesinden çizilen köşegen sayısı	Çizilen köşegenlerle oluşan üçgen sayısı	İç açı toplamı
K e n a r s a y ı s ı	3			
	4			
	5			
	6			
	7			
	8			

Örnek...2 :

n kenarlı dışbükey bir çokgen için
a) Çokgenin herhangi bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısı ve çizilen köşegenlerle oluşacak üçgen sayısını bularak bunu iç açı toplamı ile ilişkilendiriniz.
b) Çokgenin dış açı ölçüleri toplamı sabit midir? Eğer sabitse değeri açıklayarak bulunuz.

Örnek...3 :

Bir öğrencinin "İç açıları toplamı arttıkça çokgen büyür." yorumunu değerlendiriniz.

Özetlersek: Dışbükey bir çokgende

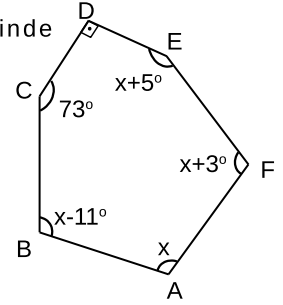
1. Bir köşesinden diğer köşelere çizilen köşegenler çokgeni $n-2$ tane üçgene ayırır.

2. Çokgenin iç açıları toplamı $(n-2) \cdot 180^\circ$ dir.

3. Çokgenin dış açıları toplamı 360° dir

Örnek...4 :

Şekildeki ABCDEF altıgeninde verilen açı ölçülerine göre x kaçtır?



Örnek...5 :

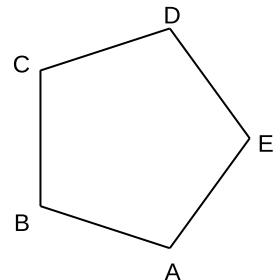
Bir mimar, dışbükey çokgen şeklinde bir sergi alanı tasarlıyor. Alanın dört köşesinin dış cephe açıları sırasıyla 9° , 11° , 15° ve 21° olacak şekilde projelendirilmiştir. Diğer tüm köşelerin dış cephe açıları eşit ve 8° olacaktır. Alana girişler her kenarda bulunan bir kapıdan yapılacaktır. En çok kaç giriş kapısı yapılabilir?

Örnek...6 :

Üç iç açısı 70° , 100° ve 110° derece olan bir çokgenin diğer iç açıları eşit olup 160° derecedir. Buna göre çokgen kaç kenarlıdır?

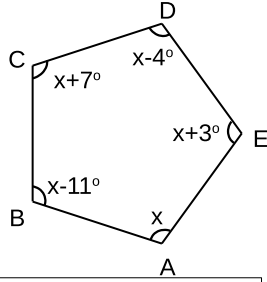
Örnek...7 :

ABCDE bir beşgen ve tüm iç açıları tamsayı ve birbirinden farklıdır. Buna göre en büyük açının alabileceği en küçük değer kaçtır?



Örnek...8 :

ABCDE bir beşgendir. Verilen açı ölçülerine göre bu beşgenin en büyük dış açısı kaç derecedir.



Tüm kenar uzunlukları ve tüm iç açıların ölçüleri eşit olan çokgene düzgün çokgen denir. Bir düzgün çokgenin iç açıların ölçüleri birbirine eşit olduğundan dış açıların ölçüleri de birbirine eşittir. Eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen ilk aklı gelen düzgün çokgenlere örnektir.

Örnek...9 :

Aşağıdaki tabloda boş bırakılan alanları uygun bir şekilde örnekteki gibi doldurunuz.

Düzgün Çokgen Adı	İç açılar toplamı	Dış açılar toplamı	Bir dış açı ölçüsü	Bir iç açı ölçüsü
Beşgen				
Altıgen				
Sekizgen				
Onikigen				
Otuzgen				

www.matbazz.com

DÜZGÜN ÇOKGENİN ÖZELLİKLERİ

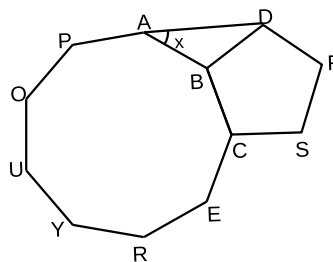
n kenar sayısı olmak üzere

1. Bir dış açısı $\frac{360}{n}$

2. Bir iç açısı $180 - \frac{360}{n}$

Örnek...10 :

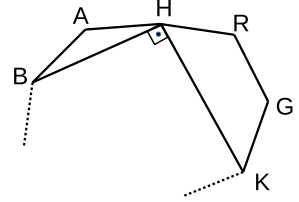
Düzgün dokuzgen ve düzgün beşgen [BC] kenarından yapışıktır. Şekle göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?



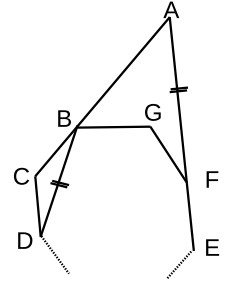
3. Bir köşeden çizilen ardışık köşegenler arasında kalan açının ölçüleri eşittir

Örnek...11 :

Şekilde bir parçası verilmiş düzgün AHRGK.. çokgeninde $(BHK) = 90^\circ$ olduğuna göre bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?

**Örnek...12 :**

D, C, B, G, F, E bir kısmı verilen düzgün çokgenin köşeleri olmak üzere A, B, C ve A, F, E doğrusal noktaldır. $|AF| = |BD|$ olduğuna göre bu çokgen kaç kenarlıdır?

**Örnek...13 :**

Bir telekomünikasyon şirketi, merkezinde bir baz istasyonu bulunan çokgen biçimli bir çalışma alanı tasarlıyor. Alanın sınırları, dış açısının ölçüsü 15° olan düzgün bir çokgen biçiminde planlanmıştır. Baz istasyonunun bulunduğu bir köşeden, alanın sınırlarına doğru iki farklı sinyal hattı (köşegen) çekilecektir. Bu sinyal hatları arasında kalan açının, geniş kapsama alanı sağlayabilmesi için mümkün olan en büyük değere ulaşması istenmektedir. Buna göre, baz istasyonunun bulunduğu köşeden çıkan bu iki sinyal hattı arasındaki açı en çok kaç derecedir?

DÜZGÜN ÇOKGENLERİN KÖŞEĞEN VE SİMETRİ ÖZELLİKLERİ

4. Kenar sayısı çift olan çokgenlerde karşılıklı kenarlar paraleldir

5. n kenarlı düzgün bir çokgenin simetri eksenlerinin sayısı n dir.

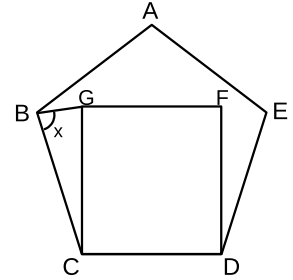
a) n tek ise simetri eksenleri çokgenin bir köşesinden ve kenarlarının birinin orta noktasından geçer.

b) n çift ise, iki türlü simetri eksenidir. Birinci tür karşılıklı köşelerden geçer. (en uzun köşegenler) İkinci tür ise karşılıklı kenarların orta noktalarından geçer.

Kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerde en uzun köşegen aynı zamanda çokgenin iç açıortay doğrusudur.

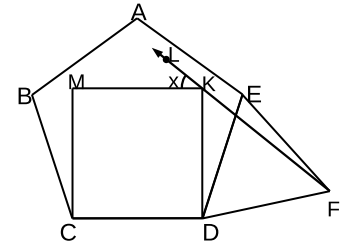
Örnek...14 :

ABCDE düzgün beşgen, CDFG karedir. Şekilde verilenlere göre, $m(\widehat{CBG})=x$ kaç derecedir?



Örnek...15 :

ABCDE düzgün beşgen, CDKM kare ve DEF eşkenar üçgenleri şekildeki gibi veriliyor. $m(\widehat{MKL})=x$ kaç derecedir?



Örnek...16 :

Modern bir müze binasının projesinde, giriş lobisi ABCDE düzgün beşgeni şeklinde planlanmıştır. Mimar, binanın statik dengesini sağlamak için A köşesinden karşı kenar olan [CD] üzerine [AH] şeklinde bir ana taşıyıcı kolon yerleştirmiştir.

Lobi içerisinde, B köşesinden ana kolona doğru uzanan bir güvenlik bariyeri [BF] tasarlanmıştır. Proje çizimlerinde:

- Bariyer ile A köşesi arasındaki görüş açısının $m(\widehat{ABF}) = 80^\circ$ olduğu,
- [AH] kolonunun [CD] kenarına dik yerleştirildiği belirlenmiştir.

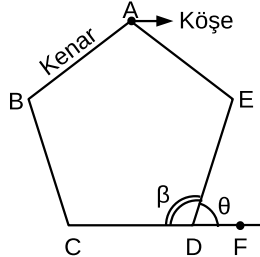
Buna göre, bariyerin ana kolona bağlandığı F noktasındaki görüş açısı $m(\widehat{BFH})$ kaç derecedir?

DÜZGÜN BEŞGEN

TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Kenar sayısı 5 olan düzgün çokgene düzgün beşgen denir.

Düzgün beşgenin; köşeleri A, B, C, D ve E dir, kenarları [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] dır, tüm iç açıları β ve tüm dış açıları θ ölçülüdür. (C, D ve F doğrusaldır.)



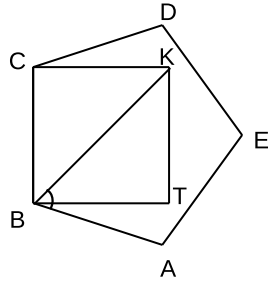
Düzgün beşgenin

bir dış açısının ölçüsü $\theta = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$,

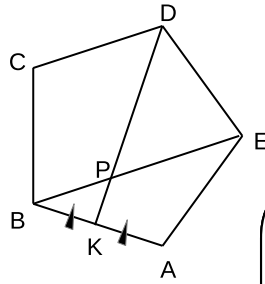
iç açının ölçüsü ise $\beta = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ dir.

Örnek...17 :

ABCDE düzgün bir beşgen ve BTKC karedir. $m(\widehat{KBA})$ kaç derecedir?

**Örnek...18 :**

ABCDE düzgün beşgen ve $|BK|=|KA|$ B,P,E doğrusal noktalar, $[DK] \cap [BE] = \{P\}$ olduğuna göre $m(\widehat{BPD})$ kaç derecedir?

**Örnek...19 :**

Bir şehir parkının çevre düzenlemesi, ABCDE düzgün beşgeni formunda planlanmıştır. Parkın D ve E köşelerini birleştiren sınır hattı üzerine, parkın dışına taşacak şekilde bir K noktası belirlenerek EDK doğrusal bir hat oluşturulmuştur.

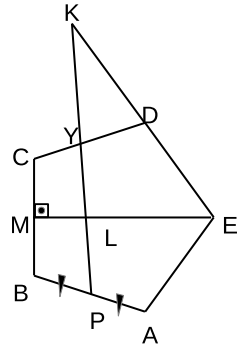
Park yönetimi, parkın içindeki B köşesinden parkın sınır hattı üzerindeki E noktasına bir yürüme yolu, yine D köşesinden dışarıdaki K noktasına ise B ile E arasındaki yürüme yolu ile aynı uzunlukta bir bisiklet yolu inşa etmiştir $|DK| = |BE|$.

Parkin geometrik yapısı göz önüne alındığında, D noktasındaki bisiklet yolu başlangıcı ile A köşesi arasındaki açının $(m(\widehat{DKA}))$ kaç derece olduğu hesaplanarak, çevre aydınlatma açısı bu değere göre ayarlanacaktır.

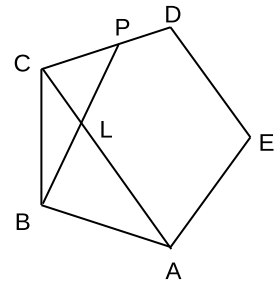
Buna göre, parkın aydınlatma sistemi için gerekli olan $m(\widehat{DKA})$ açısı kaç derecedir?

Örnek...20 :

ABCDE düzgün beşgen ve $|BP|=|PA|$
 $[KP] \cap [ME] = \{L\}$,
 $[KP] \cap [CD] = \{Y\}$,
 $[EM] \perp [CB]$,
 $|EM|=|KD|$
 olduğuna göre $m(\widehat{DKY})$ kaç derecedir?

**Örnek...21 :**

ABCDE düzgün beşgen ve $2 \cdot |BC| = 3 \cdot |CL|$,
 $[BP] \cap [AC] = \{L\}$
 olduğuna göre $\frac{|PL|}{|LB|}$ kaçtır ?

**Örnek...22 :**

Düzgün beşgenin kaç farklı uzunlukta köşegeni vardır?

Örnek...23 :

Düzgün bir beşgenin simetri eksenlerini çizerek gösteriniz.

DÜZGÜN ALTIGEN

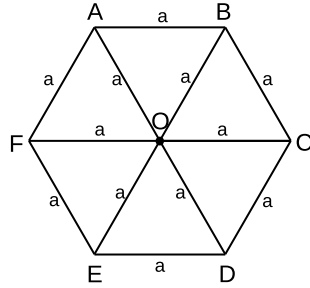
TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Kenar sayısı 6 olan düzgün çokgene düzgün altıgen denir.

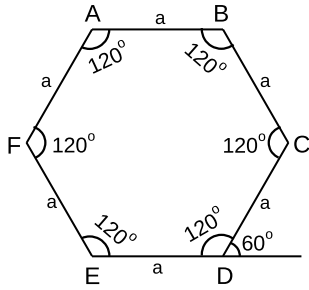
Köşegenler düzgün altıgeni 6 tane eşkenar üçgene ayırır.

ABCD, BCDE, DEFA, ... dörtgenleri ikizkenar yamuklardır.

ABOF, BCDO ve DEFO dörtgenleri ise eşkenar dörtgendir.

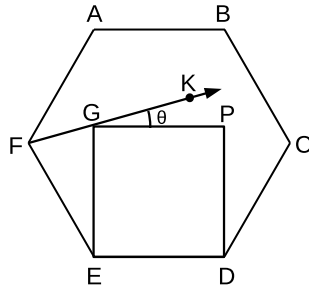


Düzgün altıgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$,
iç açının ölçüsü ise $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ dir.



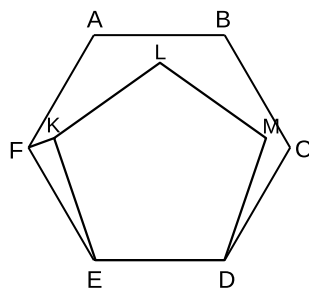
Örnek...24 :

ABCDEF düzgün altıgen ve DEGP karedir. F, G, K doğrusal olduğuna göre, $m(\angle PGK) = \theta$ kaç derecedir?



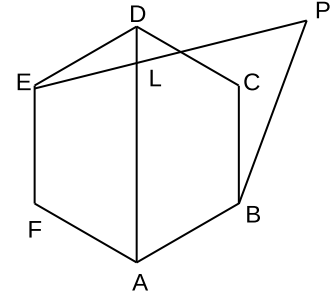
Örnek...25 :

ABCDEF düzgün altıgen ve DEKLM düzgün beşgen olduğuna göre, $m(\angle EKF)$ kaç derecedir?



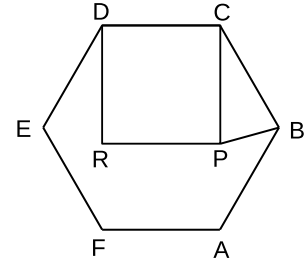
Örnek...26 :

ABCDEF düzgün altıgendir.
 $|EP| = |AD|$
 $m(\angle PBC) = 5^\circ$ olduğuna göre, $m(\angle BPE)$ kaç derecedir?



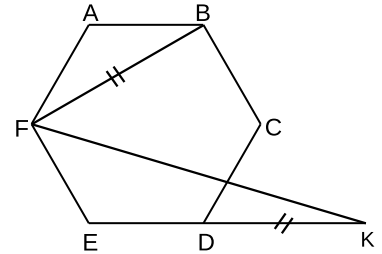
Örnek...27 :

ABCDEF düzgün altıgen ve RPCD karedir.
 $m(\angle PBA)$ kaç derecedir?



Örnek...28 :

ABCDEF düzgün altıgen, E, D, K doğrusal ve $|FB| = |DK|$ olduğuna göre, $m(\angle BFK)$ kaç derecedir?

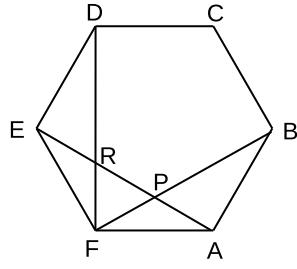


Örnek...29 :

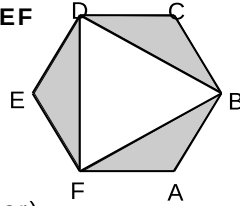
Bir mimarlık ofisi, petek dokusundan ilham alarak ABCDEF altıgeni biçiminde modüler bir sergi alanı tasarlamıştır. Yapının statüğünü güçlendirmek amacıyla, D köşesinden F ve A köşelerine iki ana destek çeliği yerleştirilmiştir ($[DF]$ ve $[DA]$). Sergi alanı projesinin zemin etüdü sırasında, bu destek çeliklerinin uzunlukları arasındaki oran, yapısal denge açısından kritik bir veri olarak belirlenmiştir. Buna göre, modüler yapının güvenli tasarımı için $\frac{|FD|}{|DA|}$ oranı kaçtır?

Örnek...30 :

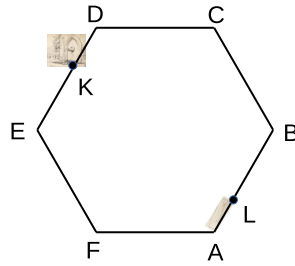
ABCDEF düzgün altıgendir. $|PR|=2\sqrt{3}br$ ise altıgenin alanı kaç birim karedir?

**Örnek...31 :**

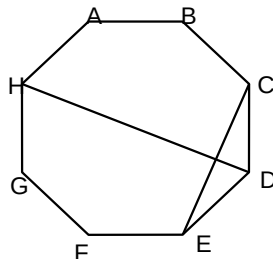
Bir botanik bahçesi, **ABCDEF** düzgün altıgeni biçiminde modüler peyzaj bölmelerine ayrılmıştır. Bahçe mimarı; tasarımın estetiğini artırmak için altıgenin belirli bölümlerini süs bitkileriyle (taralı alanlar), merkezdeki geniş bölümü ise dinlenme alanı (taralı olmayan bölge) olarak düzenlemiştir. Bahçenin geometrik planında, süs bitkileriyle kaplı bölgelerin toplam alanının, merkezdeki dinlenme alanının alanına oranlanarak "yeşil alan verimlilik katsayısı" belirlenecektir. Buna göre, bu bahçe tasarımı için hesaplanması gereken "yeşil alan verimlilik katsayısı" kaçtır?

**Örnek...32 :**

Bir belediye, düzgün altıgen şeklinde bir park (ABCDEF) yapıyor. Parkın çevresi 60 birimdir. Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, **[AB]** kenarı üzerinde **[AL] = 3 br** olacak şekilde bir bank (L noktası) ve **[ED]** kenarı üzerinde **[DK] = 5 br** olacak şekilde bir çeşme (K noktası) yerleştirilmiştir. Bank ile çeşme arasındaki doğrudan yürüyüş yolu **[KL]** kaç birim olmalıdır?"

**Örnek...33 :**

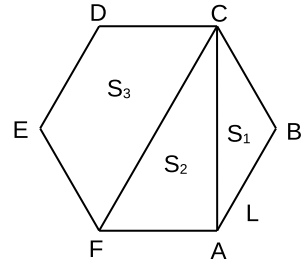
ABCDEFGH düzgün sekizgendir. $|EC|=12br$ olduğuna göre, $|DH|$ alanı kaç birimdir?

**Örnek...34 :**

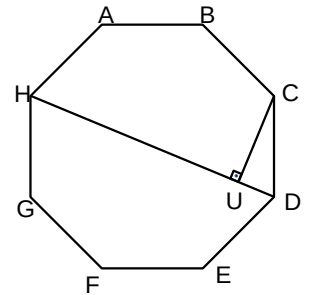
Bir peyzaj mimarı, park projesinde kullanmak üzere düzgün altıgen biçiminde bir dinlenme alanı tasarlamıştır. Bu alanı görseldeki gibi düz çizgilerle (köşegenlerle) üç farklı bölgeye ayırıp her bir bölgeyi farklı zemin malzemeleriyle kaplamaya karar veriyor:

- S_1 bölgesi: Çim alan
- S_2 bölgesi: Yürüyüş yolu (Arnavut kaldırımı)
- S_3 bölgesi: Çocuk oyun alanı (Kauçuk zemin)

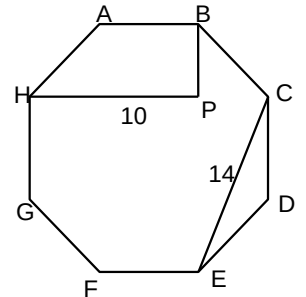
Proje yöneticisi, yürüyüş yolu için ayrılan bütçenin, çim alan ve çocuk oyun alanı için ayrılan toplam bütçeye oranını hesaplamak istiyor. Malzeme maliyetleri alanla doğru orantılı olduğuna göre, peyzaj mimarı bütçe raporuna bu oranı $\frac{S_2}{S_1+S_3}$ kaç olarak yazmalıdır?

**Örnek...35 :**

ABCDEFGH düzgün sekizgendir. $[HD] \perp [UC]$ olduğuna göre, $\frac{|HU|}{|UD|}$ oranı kaçtır?

**Örnek...36 :**

ABCDEFGH düzgün sekizgendir. $|HP|=10br$, $|EC|=14br$ $m(\widehat{AHP})+m(\widehat{ABP})=135^\circ$ olduğuna göre, $|PB|$ kaç birimdir?

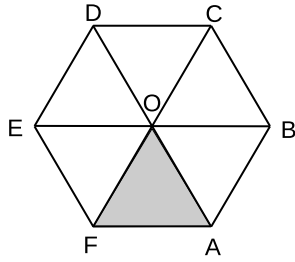
**Örnek...37 :**

Düzgün sekizgen ile düzgün altıgeni simetri bakımından karşılaştırınız.

DÜZGÜN ÇOKGENLERDE ALAN HESABI

Örnek...38 :

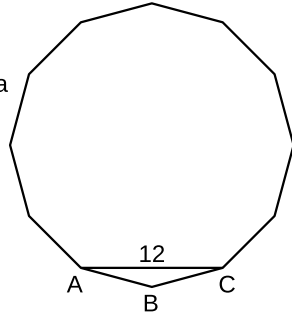
Yandaki düzgün altıgende simetri eksenini olan köşegenleri çizilmiştir. AOB üçgeninin alanı yardımıyla düzgün altıgenin alanının nasıl



hesaplanabileceğini yazınız. Bu yöntemi diğer düzgün çokgenlere genelleştiriniz.

Örnek...39 :

ABC... düzgün onikigendir
|AC|=12br , olduğuna göre, onikigenin alanı kaç birim karedir?

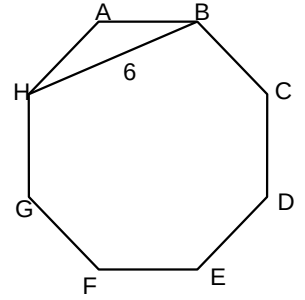


Örnek...40 :

Matbaz Mimarlık tarafından tasarlanan bir güneş enerjisi paneli alanı, ABCDEF düzgün altıgeni formunda planlanmıştır. Panel üzerindeki hücrelerin elektriksel bağlantısı için altıgenin kenarları üzerinde K ve L noktaları belirlenmiştir. $L \in [AB], K \in [EF]$ Panelin verimli çalışması için; $|AL|=|KF|$ olacak şekilde bağlantı noktaları yerleştirilmiştir. Panellerin içindeki bağlantı hattı $|LK|=8$ br birim olarak hesaplanmıştır. Bağlantı hatlarının oranları; $|EK|=|BL|$ ve $|EK|=2|AL|$ koşullarını sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Buna göre, toplam güneş enerjisi paneli alanının büyüklüğü ($A(ABCDEF)$) kaç birim karedir?

Örnek...41 :

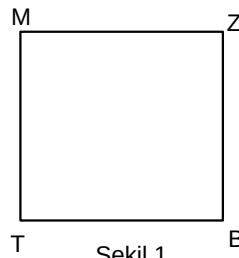
Bir mimar, düzgün sekizgen şeklinde bir avlu tasarlıyor. Avlunun köşeleri A, B, C, D, E, F, G, H ile işaretlenmiş. A ve B komşu köşeler, H ise A'nın diğer komşusu. Mimar, H köşesinden B köşesine kadar olan yürüyüş yolunun uzunluğunu **6 birim** olarak ölçüyor.



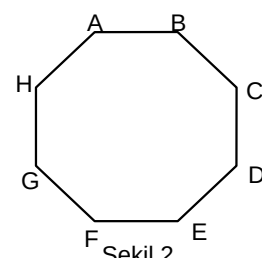
a) Avlunun (sekizgenin) kaplayacağı toplam zemin alanını, sadece bu yürüyüş yolu uzunluğunu kullanarak nasıl hesaplayabilirsiniz?
b) *Düzgün sekizgeni, köşegenlerle 8 tane eşkenar üçgene ayırıp alanı bulabiliriz* yaklaşımı doğru mudur? Nedenini geometrik gerekçeleriyle açıklayın. Eğer yanlışsa, sekizgeni doğru parçalara nasıl ayırırsınız?

Örnek...42 :

Şekil 1'de kare şeklindeki kartonun her köşesinden eş üçgen parçalar kesilerek Şekil 2'deki düzgün sekizgen elde ediliyor. Kesilen üçgenler sebebiyle şeklin alanı 64 birim kare azalmaktadır.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre Şekil 2'de görülen düzgün sekizgenin alanının kaç birim kare olduğunu bulunuz.

Örnek...43 :

Bir şehir meydanında kullanılacak taş döşemesinde neden düzgün altıgen tercih edilmiş olabilir? Matematiksel gerekçeler yazınız.

Örnek...44 :

Aynı çevreye sahip iki dörtgenden hangisinin alanı daha büyük olabilir? Örnekle açıklayınız.

www.matbazz.com

Örnek...45 :

Düzgün çokgenlerin Türk-İslam mimarisindeki kullanımına dair kısa bir araştırma ödevi hazırlayınız. Hazırladığınız ödevden yola çıkarak bir poster yapınız