

Dışbükey çokgenler; kenar, açı, simetri ve alan özellikleriyle doğada ve tasarımda önemli bir yer tutar. Mimari ve mühendislikte verimli alanlar oluştururken, süsleme sanatlarında estetik ve düzen sağlar. Eşit kenar ve açılara sahip düzgün çokgenler ise dayanıklılık ve görsel uyum sunar. Alan özelliklerini anlamak, etkili ve estetik çözümler üretmeyi sağlar.

Örnek...1 :

Tabloyu doldurarak dışbükey çokgenlerin bir köşesinden kaç köşegen çizilebileceğine ve bir köşeden çizilen köşegenlerle çokgenin kaç üçgene ayrılacağına dair genellemeye ulaşınız.

		Çokgen	Bir köşesinden çizilen köşegen sayısı	Çizilen köşegenlerle oluşan üçgen sayısı	İç açı toplamı
Kenar sayısı	3		—	—	180
	4		1	2	360
	5		2	3	540
	6		3	4	720
	7		4	5	900
	8		5	6	1080

Örnek...2 :

n kenarlı dışbükey bir çokgen için
a) Çokgenin herhangi bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısı ve çizilen köşegenlerle oluşacak üçgen sayısını bularak bunu iç açı toplamı ile ilişkilendiriniz.
b) Çokgenin dış açı ölçüleri toplamı sabit midir? Eğer sabitse değeri açıklayarak bulunuz.

- 2) n kenar (kısıtlı) dışbükey çokgeninde bir köşeden çizilebilen köşegenlerle n-2 üçgene ayrılır. Dolayısıyla iç açıların toplamı $(n-2) \cdot 180$ olur.
b) bir köşeden iç açıların toplamı 180 dir $180 \cdot n - (n-2) \cdot 180 = 360$ dış açı toplamı sabittir.

Örnek...3 :

Bir öğrencinin "İç açıları toplamı arttıkça çokgen büyür." yorumunu değerlendiriniz.

Bu yorum matematiksel olarak doğru kabul edilemez. Bir çokgenin iç açıları toplamının artması, o çokgenin alanının veya çevre uzunluğunun (fiziksel boyutunun) büyüdüğü anlamına gelmez; yalnızca kenar/köşe sayısının arttığını gösterir.

Özetlersek: Dışbükey bir çokgende

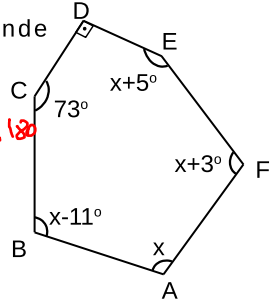
1. Bir köşesinden diğer köşelere çizilen köşegenler çokgeni $n-2$ tane üçgene ayırır.

2. Çokgenin iç açıları toplamı $(n-2) \cdot 180^\circ$ dir.

3. Çokgenin dış açıları toplamı 360° dir

Örnek...4 :

Şekildeki ABCDEF altıgeninde verilen açı ölçülerine göre x kaçtır?



$$4x + 5 + 3 - 11 + 73 + 90 = (6-2) \cdot 180$$

$$4x + 160 = 720$$

$$x + 40 = 180$$

$$x = 140$$

Örnek...5 :

Bir mimar, dışbükey çokgen şeklinde bir sergi alanı tasarlıyor. Alanın dört köşesinin dış cephe açıları sırasıyla 9° , 11° , 15° ve 21° olacak şekilde projelendirilmiştir. Diğer tüm köşelerin dış cephe açıları eşit ve 8° olacaktır. Alana girişler her kenarda bulunan bir kapıdan yapılacaktır. En çok kaç giriş kapısı yapılabilir?

$$8n + 21 + 9 + 11 + 15 = 360$$

$$8n + 56 = 360$$

$$n + 7 = 45$$

$$n = 38$$

$$38 + 4 = 42$$

her köşe = giriz $\Rightarrow$ 42 giriz kapısı (maks)

Örnek...6 :

Üç iç açısı 70° , 100° ve 110° derece olan bir çokgenin diğer iç açıları eşit olup 160° derecedir. Buna göre çokgen kaç kenarlıdır?

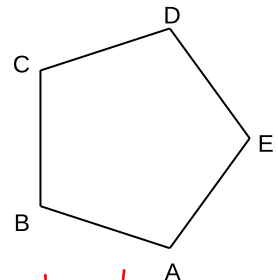
dış açıları $110^\circ, 80^\circ, 70^\circ$ ve 20° der derece

$$110 + 80 + 70 + 20x = 360 \Rightarrow x = 5$$

$$5 + 3 = 8 \text{ kenar}$$

Örnek...7 :

ABCDE bir beşgen ve tüm iç açıları tamsayı ve birbirinden farklıdır. Buna göre en büyük açının alabileceği en küçük değer kaçtır?



en büyük açı en küçük olmalı diğer açılar birbirine yakın olmalıdır.

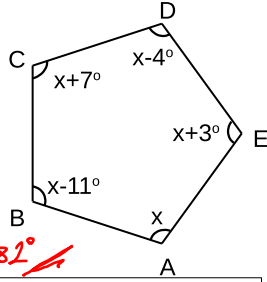
$$\frac{360}{5} = 72 \text{ di}$$

108 107 106 108 109 108 109 110 109

en büyük açı en az 110 dir

Örnek...8 :

ABCDE bir beşgendir. Verilen açı ölçülerine göre bu beşgenin en büyük dış açısı kaç derecedir.



$$5x - 5 = (5-2) \cdot 180$$

$$5x - 5 = 540$$

$$x - 1 = 108 \Rightarrow x = 109$$

$$\text{en büyük dış açı} = 180 - (x-11)$$

$$= 191 - 109 = 82^\circ$$

Tüm kenar uzunlukları ve tüm iç açılarının ölçüleri eşit olan çokgene düzgün çokgen denir. Bir düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri birbirine eşit olduğundan dış açılarının ölçüleri de birbirine eşittir. Eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen ilk akla gelen düzgün çokgenlere örnektir.

Örnek...9 :

Aşağıdaki tabloda boş bırakılan alanları uygun bir şekilde örnekteki gibi doldurunuz.

Düzgün Çokgen Adı	İç açılar toplamı	Dış açılar toplamı	Bir dış açı ölçüsü	Bir iç açı ölçüsü
Beşgen	540	360	72°	108
Altıgen	720	360	60°	120
Sekizgen	1080	360	45°	135
Onikigen	1800	360	30°	150
Otuzgen	28.180 = 5040	360	12°	168

DÜZGÜN ÇOKGENİN ÖZELLİKLERİ

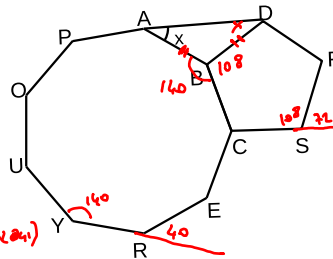
n kenar sayısı olmak üzere

1. Bir dış açısı $\frac{360}{n}$

2. Bir iç açısı $180 - \frac{360}{n}$

Örnek...10 :

Düzgün dokuzgen ve düzgün beşgen [BC] kenarından yapıktır. Şekle göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?



$$\frac{360}{5} = 72^\circ \text{ (beşgenin dış açısı)}$$

$$\frac{360}{9} = 40^\circ \text{ (dokuzgenin dış açısı)}$$

$$140 + 108 + 180 - 2x = 180$$

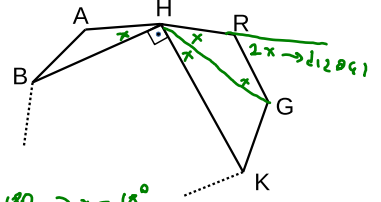
$$x = 70 + 54$$

$$= 124$$

3. Bir köşeden çizilen ardışık köşegenler arasında kalan açılarının ölçüleri eşitir

Örnek...11 :

Şekilde bir parçası verilmiş düzgün AHRGK.. çokgeninde $(\widehat{BHK}) = 90^\circ$ olduğuna göre bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?

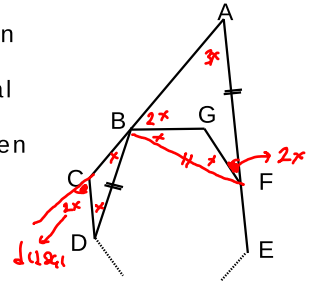


$$H \text{ köşesinde } 90 + 3x + 2x = 180 \Rightarrow x = 18^\circ$$

$$\text{dış açı } 36^\circ \Rightarrow \text{kenar sayısı } \frac{360}{36} = 10 \text{ (onardır)}$$

Örnek...12 :

D, C, B, G, F, E bir kısmı verilen düzgün çokgenin köşeleri olmak üzere A, B, C ve A, F, E doğrusal noktaldır. $|AF| = |BD|$ olduğuna göre bu çokgen kaç kenarlıdır?



$$9x = 180$$

$$x = 20$$

$$dış açı = 2x = 40$$

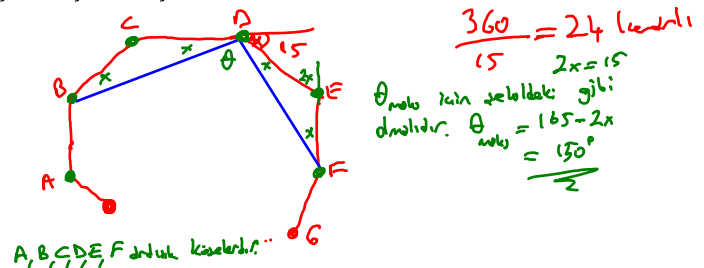
$$\frac{360}{40} = n = 9$$

Örnek...13 :

Bir telekomünikasyon şirketi, merkezinde bir baz istasyonu bulunan çokgen biçimli bir çalışma alanı tasarlıyor. Alanın sınırları, dış açısının ölçüsü 15° olan düzgün bir çokgen biçiminde planlanmıştır.

Baz istasyonunun bulunduğu bir köşeden, alanın sınırlarına doğru iki farklı sinyal hattı (köşegen) çekilecektir. Bu sinyal hatları arasında kalan açının, geniş kapsama alanı sağlayabilmesi için mümkün olan en büyük değere ulaşması istenmektedir.

Buna göre, baz istasyonunun bulunduğu köşeden çıkan bu iki sinyal hattı arasındaki açı en çok kaç derecedir?



$$\frac{360}{15} = 24 \text{ kenarlı}$$

$$2x = 15$$

$$\theta \text{ maks için } 165 - 2x$$

$$\theta \text{ maks } = 135^\circ$$

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, BK, BL, BM, BN, BO, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, CK, CL, CM, CN, CO, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV, CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, DK, DL, DM, DN, DO, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED, EE, EF, EG, EH, EI, EJ, EK, EL, EM, EN, EO, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FI, FJ, FK, FL, FM, FN, FO, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GI, GJ, GK, GL, GM, GN, GO, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV, GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HI, HJ, HK, HL, HM, HN, HO, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, IA, IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH, II, IJ, IK, IL, IM, IN, IO, IP, IQ, IR, IS, IT, IU, IV, IW, IX, IY, IZ, JA, JB, JC, JD, JE, JF, JG, JH, JI, JJ, JK, JL, JM, JN, JO, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KI, KJ, KK, KL, KM, KN, KO, KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, KZ, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MI, MJ, MK, ML, MM, MN, MO, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ, NK, NL, NM, NN, NO, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI, OJ, OK, OL, OM, ON, OO, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV, OW, OX, OY, OZ, PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH, PI, PJ, PK, PL, PM, PN, PO, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QI, QJ, QK, QL, QM, QN, QO, QP, QQ, QR, QS, QT, QU, QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RI, RJ, RK, RL, RM, RN, RO, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, SQ, SR, SS, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TI, TJ, TK, TL, TM, TN, TO, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UI, UJ, UK, UL, UM, UN, UO, UP, UQ, UR, US, UT, UU, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VI, VJ, VK, VL, VM, VN, VO, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VV, VW, VX, VY, VZ, WA, WB, WC, WD, WE, WF, WG, WH, WI, WJ, WK, WL, WM, WN, WO, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XI, XJ, XK, XL, XM, XN, XO, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YI, YJ, YK, YL, YM, YN, YO, YP, YQ, YR, YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZI, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZO, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY, ZZ, AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, BK, BL, BM, BN, BO, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, CK, CL, CM, CN, CO, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV, CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, DK, DL, DM, DN, DO, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED, EE, EF, EG, EH, EI, EJ, EK, EL, EM, EN, EO, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FI, FJ, FK, FL, FM, FN, FO, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GI, GJ, GK, GL, GM, GN, GO, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV, GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HI, HJ, HK, HL, HM, HN, HO, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, IA, IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH, II, IJ, IK, IL, IM, IN, IO, IP, IQ, IR, IS, IT, IU, IV, IW, IX, IY, IZ, JA, JB, JC, JD, JE, JF, JG, JH, JI, JJ, JK, JL, JM, JN, JO, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KI, KJ, KK, KL, KM, KN, KO, KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, KZ, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MI, MJ, MK, ML, MM, MN, MO, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ, NK, NL, NM, NN, NO, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI, OJ, OK, OL, OM, ON, OO, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV, OW, OX, OY, OZ, PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH, PI, PJ, PK, PL, PM, PN, PO, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QI, QJ, QK, QL, QM, QN, QO, QP, QQ, QR, QS, QT, QU, QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RI, RJ, RK, RL, RM, RN, RO, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, SQ, SR, SS, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TI, TJ, TK, TL, TM, TN, TO, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UI, UJ, UK, UL, UM, UN, UO, UP, UQ, UR, US, UT, UU, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VI, VJ, VK, VL, VM, VN, VO, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VV, VW, VX, VY, VZ, WA, WB, WC, WD, WE, WF, WG, WH, WI, WJ, WK, WL, WM, WN, WO, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XI, XJ, XK, XL, XM, XN, XO, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YI, YJ, YK, YL, YM, YN, YO, YP, YQ, YR, YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZI, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZO, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY, ZZ

DÜZGÜN ÇOKGENLERİN KÖŞEĞEN VE SİMETRİ ÖZELLİKLERİ

4. Kenar sayısı çift olan çokgenlerde karşılıklı kenarlar paraleldir

5. n kenarlı düzgün bir çokgenin simetri eksenlerinin sayısı n dir.

a) n tek ise simetri eksenleri çokgenin bir köşesinden ve kenarlarının birinin orta noktasından geçer.

b) n çift ise, iki türlü simetri eksenidir. Birinci tür karşılıklı köşelerden geçer. (en uzun köşegenler) İkinci tür ise karşılıklı kenarların orta noktalarından geçer.

Kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerde en uzun köşegen aynı zamanda çokgenin iç açıortay doğrusudur.

DÜZGÜN BEŞGEN

TANIM VE ÖZELLİKLERİ

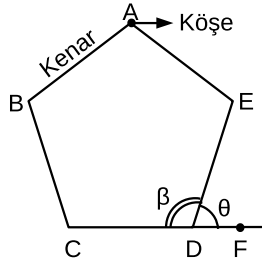
Kenar sayısı 5 olan düzgün çokgene düzgün beşgen denir.

Düzgün beşgenin; köşeleri A, B, C, D ve E dir, kenarları [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] dır, tüm iç açıları β ve tüm dış açıları θ ölçülüdür. (C, D ve F doğrusaldır.)

Düzgün beşgenin

bir dış açısının ölçüsü $\theta = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$,

iç açının ölçüsü ise $\beta = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ dir.



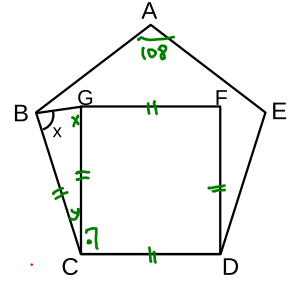
Örnek...14 :

ABCDE düzgün beşgen, CDFG karedir. Şekilde verilenlere göre, $m(\angle CBG) = x$ kaç derecedir?

$$\frac{360}{5} = 72^\circ \text{ (çünkü } 108^\circ \text{ iç açı)}$$

$$y + 90 = 108 \quad y = 18^\circ$$

$$2x + y = 180 \Rightarrow 2x + 18 = 180 \Rightarrow x = 81^\circ$$



Örnek...15 :

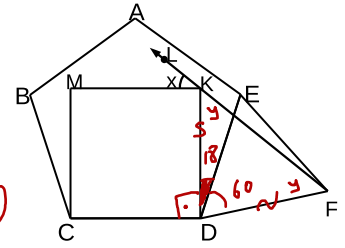
ABCDE düzgün beşgen, CDKM kare ve DEF eşkenar üçgenleri şekildedeki gibi veriliyor. $m(\angle MKL) = x$ kaç derecedir?

$$\frac{360}{5} = 72^\circ \text{ (iç açı } 108^\circ)$$

$$72 + 2y = 180$$

$$y = 54$$

$$x = 180 - 90 - 54 = 36^\circ$$



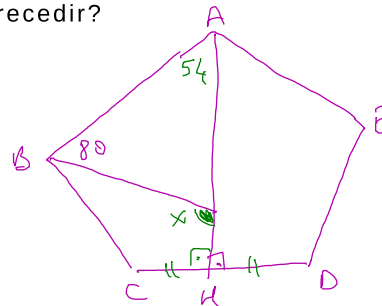
Örnek...16 :

Modern bir müze binasının projesinde, giriş lobisi ABCDE düzgün beşgeni şeklinde planlanmıştır. Mimar, binanın statik dengesini sağlamak için A köşesinden karşı kenar olan [CD] üzerine [AH] şeklinde bir ana taşıyıcı kolon yerleştirmiştir.

Lobi içerisinde, B köşesinden ana kolona doğru uzanan bir güvenlik bariyeri [BF] tasarlanmıştır. Proje çizimlerinde:

- Bariyer ile A köşesi arasındaki görüş açısının $m(\angle ABF) = 80^\circ$ olduğu,
- [AH] kolonunun [CD] kenarına dik yerleştirildiği belirlenmiştir.

Buna göre, bariyerin ana kolona bağlandığı F noktasındaki görüş açısı $m(\angle BFH)$ kaç derecedir?



[AH] simetri eksenidir
iç açı 108°

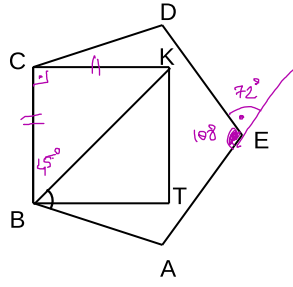
$$x = 80 + 54 = 134^\circ$$

Örnek...17 :

ABCDE düzgün bir beşgen ve BTKC karedir. $m(\widehat{KBA})$ kaç derecedir?

$$\frac{360}{5} = 72^\circ \Rightarrow 108^\circ$$

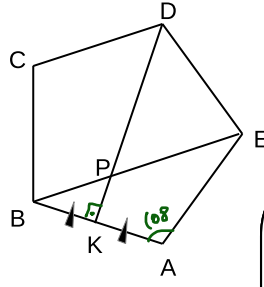
$$m(\widehat{KBA}) = 108 - 45 = 63^\circ$$

**Örnek...18 :**

ABCDE düzgün beşgen ve $|BK|=|KA|$. B, P, E doğrusal noktalar, $[DK] \cap [BE] = \{P\}$ olduğuna göre $m(\widehat{BPD})$ kaç derecedir?

$$\frac{360}{5} = 72^\circ \text{ (icaklar)}$$

$$m(\widehat{PAE}) = 36^\circ \Rightarrow m(\widehat{BPD}) = 90 + 36 = 126^\circ$$

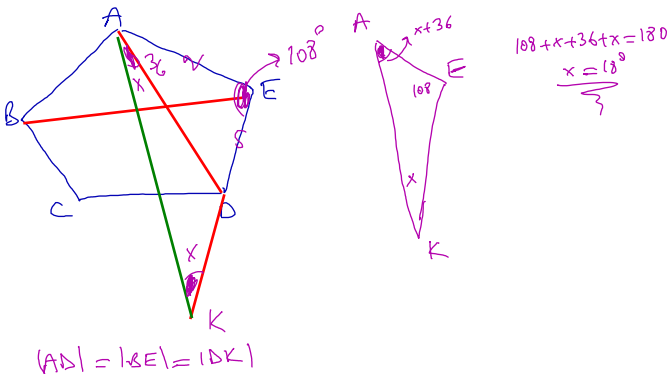
**Örnek...19 :**

Bir şehir parkının çevre düzenlemesi, ABCDE düzgün beşgeni formunda planlanmıştır. Parkın D ve E köşelerini birleştiren sınır hattı üzerine, parkın dışına taşacak şekilde bir K noktası belirlenerek EDK doğrusal bir hat oluşturulmuştur.

Park yönetimi, parkın içindeki B köşesinden parkın sınır hattı üzerindeki E noktasına bir yürüme yolu, yine D köşesinden dışarıdaki K noktasına ise B ile E arasındaki yürüme yolu ile aynı uzunlukta bir bisiklet yolu inşa etmiştir $|DK| = |BE|$.

Parkin geometrik yapısı göz önüne alındığında, D noktasındaki bisiklet yolu başlangıcı ile A köşesi arasındaki açının $(m(\widehat{DKA}))$ kaç derece olduğu hesaplanarak, çevre aydınlatma açısı bu değere göre ayarlanacaktır.

Buna göre, parkın aydınlatma sistemi için gerekli olan $m(\widehat{DKA})$ açısı kaç derecedir?

**Örnek...20 :**

ABCDE düzgün beşgen ve $|BP|=|PA|$

$$[KP] \cap [ME] = \{L\},$$

$$[KP] \cap [CD] = \{Y\},$$

$$[EM] \perp [CB],$$

$$|EM|=|KD|$$

olduğuna göre

$m(\widehat{DKY})$ kaç derecedir?

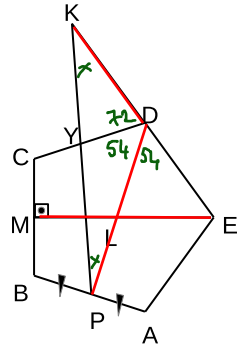
$$\frac{360}{5} = 72^\circ \text{ (icaklar)}$$

$$|EM|=|KD|=|DP|$$

$$2x + 126 = 180$$

$$x = 27^\circ$$

$$m(\widehat{DKY}) = 180 - 72 - 27 = 81^\circ$$

**Örnek...21 :**

ABCDE düzgün beşgen ve $2|BC|=3|CL|$,

$$[BP] \cap [AC] = \{L\}$$

olduğuna göre

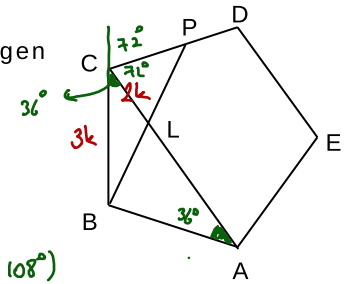
$$\frac{|PL|}{|LB|} \text{ kaçtır?}$$

$$\frac{360}{5} = 72^\circ \text{ (icaklar)}$$

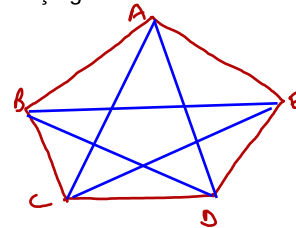
$\triangle ABC$ ikizkenar, $m(\widehat{B}) = 108^\circ$

$[CP]$, $\widehat{BCL}$ de $\widehat{C}$ nin diğeri.

$$\frac{|PL|}{|PB|} = \frac{2k}{3k} \Rightarrow \frac{|PL|}{|LB|} = \frac{2}{1}$$

**Örnek...22 :**

Düzgün beşgenin kaç farklı uzunlukta köşegeni vardır?

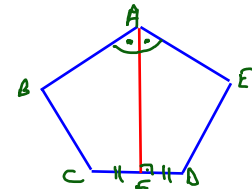
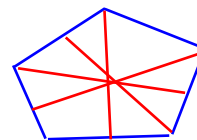


Sevdiği artık 3 köşegenle oluşan tüm üçgenler eşittir. Dolayısıyla bütün köşegenler düzgün beşgende eşittir. (Köşegen uzunluğu tek değer alır)

Örnek...23 :

Düzgün bir beşgenin simetri eksenlerini çizerek gösteriniz.

bir köşeden karşı köşeye orpaya çizilen doğru simetri eksenidir (n=5 adet)



$[AF]$ simetri eksenlerinden biridir.

DÜZGÜN ALTİGEN

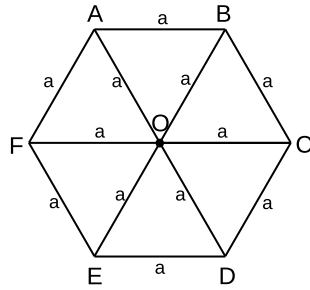
TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Kenar sayısı 6 olan düzgün çokgene düzgün altıgen denir.

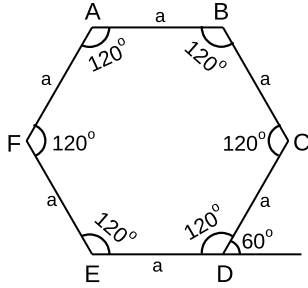
Köşegenler düzgün altıgeni 6 tane eşkenar üçgene ayırır.

ABCD, BCDE, DEFA, ... dörtgenleri ikizkenar yamuklardır.

ABOF, BCDO ve DEFO dörtgenleri ise eşkenar dörtgendir.



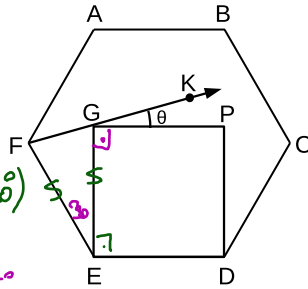
Düzgün altıgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$,
iç açının ölçüsü ise $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ dir.



Örnek...24 :

ABCDEF düzgün altıgen ve DEGP karedir. F, G, K doğrusal olduğuna göre, $m(\widehat{PGK}) = \theta$ kaç derecedir?

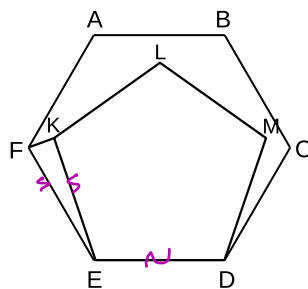
$\frac{360}{6} = 60^\circ$ (120, 22, 120)
 $\widehat{EFG}$ ikizkenar
 $m(\widehat{FGE}) = 75^\circ \Rightarrow \theta = 15^\circ$



Örnek...25 :

ABCDEF düzgün altıgen ve DEKLM düzgün beşgen olduğuna göre, $m(\widehat{EKF})$ kaç derecedir?

$\frac{360}{6} = 60^\circ \rightarrow 120^\circ$
 $\frac{360}{5} = 72^\circ \rightarrow 108^\circ$
 $m(\widehat{FEK}) = 120 - 108 = 12^\circ$
 $m(\widehat{EKF}) = \frac{180 - 12}{2} = 84^\circ$

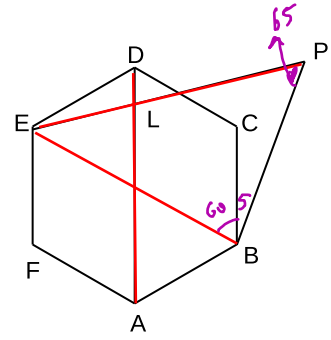


Örnek...26 :

ABCDEF düzgün altıgendir.

$|EP| = |AD|$
 $m(\widehat{PBC}) = 5^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BPE})$ kaç derecedir?

$|AD| = |EB| = |EP|$
 $m(\widehat{BPE}) = 65^\circ$
([EAB] simetri eksenidir)

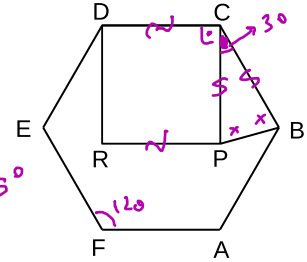


Örnek...27 :

ABCDEF düzgün altıgen ve RPCD karedir.

$m(\widehat{PBA})$ kaç derecedir?

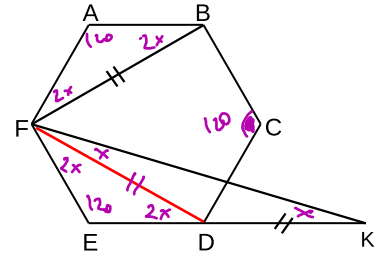
PBC ikizkenar, $x = 75^\circ$
 $m(\widehat{PBA}) = 120 - 75 = 45^\circ$



Örnek...28 :

ABCDEF düzgün altıgen, E, D, K doğrusal ve $|FB| = |DK|$ olduğuna göre, $m(\widehat{BFK})$ kaç derecedir?

$\triangle EFD$ ikizkenar üçgen
 $4x = 60$ $x = 15^\circ$
 $m(\widehat{BFK}) = 120 - 5x = 120 - 75 = 45^\circ$

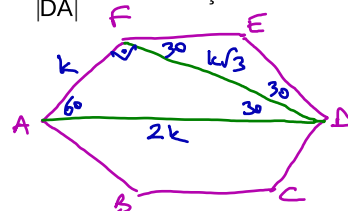


Örnek...29 :

Bir mimarlık ofisi, petek dokusundan ilham alarak ABCDEF altıgeni biçiminde modüler bir sergi alanı tasarlamıştır. Yapının statüğünü güçlendirmek amacıyla, D köşesinden F ve A köşelerine iki ana destek çeliği yerleştirilmiştir ([DF] ve [DA]).

Sergi alanı projesinin zemin etüdü sırasında, bu destek çeliklerinin uzunlukları arasındaki oran, yapısal denge açısından kritik bir veri olarak belirlenmiştir.

Buna göre, modüler yapının güvenli tasarımı için $\frac{|FD|}{|DA|}$ oranı kaçtır?



$$\frac{|FD|}{|DA|} = \frac{k\sqrt{3}}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Örnek...30 :

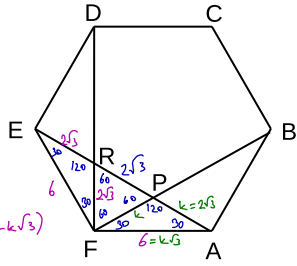
ABCDEF düzgün altıgendir.

$|PR|=2\sqrt{3}$ br ise altıgenin alanı kaç birim karedir?

6 adet eşik kenar ($a=6$)

$$6 \cdot \frac{6\sqrt{3}}{4} = 54\sqrt{3} \text{ br}^2$$

$\triangle EFR$ ve $\triangle FPA$ 120-30-30 ($k-k-k\sqrt{3}$)
FAP eşik üçgen

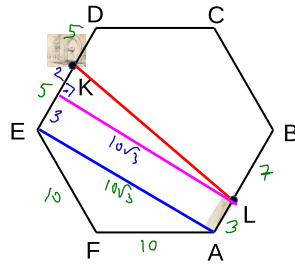
**Örnek...31 :**

Bir botanik bahçesi, **ABCDEF** düzgün altıgeni biçiminde modüler peyzaj bölmelerine ayrılmıştır. Bahçe mimarı; tasarımın estetiğini artırmak için altıgenin belirli bölümlerini süs bitkileriyle (taralı alanlar), merkezdeki geniş bölümü ise dinlenme alanı (taralı olmayan bölge) olarak düzenlemiştir. Bahçenin geometrik planında, süs bitkileriyle kaplı bölgelerin toplam alanının, merkezdeki dinlenme alanının alanına oranlanarak "yeşil alan verimlilik katsayısı" belirlenecektir. Buna göre, bu bahçe tasarımı için hesaplanması gereken "yeşil alan verimlilik katsayısı" kaçtır?

Süs bitkileri alanı = $3 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$
 toplam alan = $6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ dinlenme alanı = $\frac{6a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$
 verimlilik katsayısı = $\frac{1}{2}$

Örnek...32 :

Bir belediye, düzgün altıgen şeklinde bir park (ABCDEF) yapıyor. Parkın çevresi 60 birimdir. Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, **[AB]** kenarı üzerinde **[AL] = 3 br** olacak şekilde bir bank (L noktası) ve **[ED]** kenarı üzerinde **[DK] = 5 br** olacak şekilde bir çeşme (K noktası) yerleştirilmiştir. Bank ile çeşme arasındaki doğrudan yürüyüş yolu **[KL]** kaç birim olmalıdır?"



$$(KL)^2 = (10\sqrt{3})^2 + 2^2$$

$$(KL) = \sqrt{304}$$

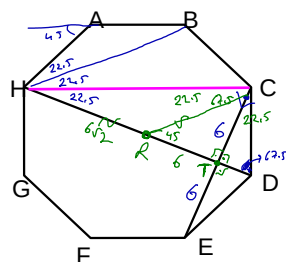
$$(KL) = 4\sqrt{19}$$

Örnek...33 :

ABCDEFGH düzgün sekizgendir. $|EC|=12$ br olduğuna göre, $|DH|$ alanı kaç birimdir?

$[DH]$ simetri eksenidir.

HCT 22,5-67,5-90 üçgenidir
R [HD] orta noktasıdır
 $|DH|=12\sqrt{2}$

**Örnek...34 :**

Bir peyzaj mimarı, park projesinde kullanmak üzere düzgün altıgen biçiminde bir dinlenme alanı tasarlamıştır. Bu alanı görseldeki gibi düz çizgilerle (köşegenlerle) üç farklı bölgeye ayırıp her bir bölgeyi farklı zemin malzemeleriyle kaplamaya karar veriyor:

- S_1 bölgesi: Çim alan
- S_2 bölgesi: Yürüyüş yolu (Arnavut kaldırımı)
- S_3 bölgesi: Çocuk oyun alanı (Kauçuk zemin)

Proje yöneticisi, yürüyüş yolu için ayrılan bütçenin, çim alan ve çocuk oyun alanı için ayrılan toplam bütçeye oranını hesaplamak istiyor. Malzeme maliyetleri alanla doğru orantılı olduğuna göre, peyzaj mimarı bütçe

raporuna bu oranı $\frac{S_2}{S_1+S_3}$ kaç olarak

yazmalıdır?

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S_2 = \frac{x \cdot x\sqrt{3}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}$$

$$S_3 = \left(\frac{2x \cdot x}{2}\right) \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{3x^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = A \text{ olsun}$$

$$S_1 = A$$

$$S_2 = 2A$$

$$S_3 = 3A$$

$$\frac{S_2}{S_1+S_3} = \frac{2A}{A+3A} = \frac{1}{2}$$

Örnek...35 :

ABCDEFGH düzgün sekizgendir. $[HD] \perp [UC]$

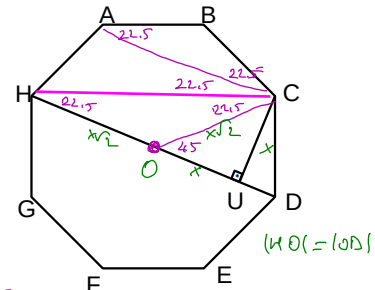
olduğuna göre, $\frac{|HU|}{|UD|}$

oranı kaçtır?

$$|HU| = x\sqrt{2} + x$$

$$|UD| = x\sqrt{2} - x$$

$$\frac{x(\sqrt{2}+1)}{x(\sqrt{2}-1)} = \frac{1+\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2}{2-1} = \frac{2\sqrt{2}+3}{1}$$

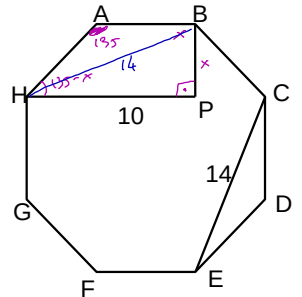
**Örnek...36 :**

ABCDEFGH düzgün sekizgendir. $|HP|=10$ br, $|EC|=14$ br
 $m(\widehat{AHP}) + m(\widehat{ABP}) = 135^\circ$ olduğuna göre, $|PB|$ kaç birimdir?

$m(P) = 90^\circ$

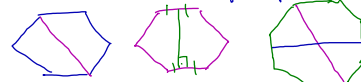
$$x^2 + 10^2 = 14^2 \Rightarrow x = \sqrt{96}$$

$$\widehat{KAB} \cong \widehat{EC}$$

**Örnek...37 :**

Düzgün sekizgen ile düzgün altıgeni simetri bakımından karşılaştırınız.

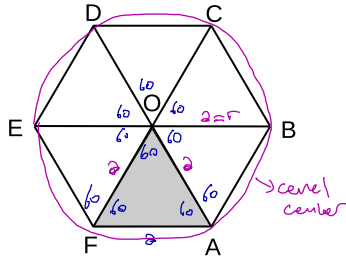
Düzgün altıgen 6, düzgün sekizgen 8 simetri eksenine sahiptir. Simetri eksenleri 2 farklı türdedir. (Köşeler köşeye ve bir kenar ortasına diğer kenar ortasına girer)



DÜZGÜN ÇOKGENLERDE ALAN HESABI

Örnek...38 :

Yandaki düzgün altıgende simetri eksenini alan köşegenleri çizilmiştir. AOB üçgeninin alanı yardımıyla düzgün altıgenin alanının nasıl



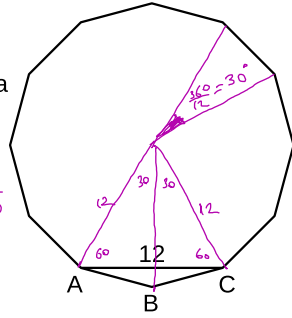
hesaplanabileceğini yazınız. Bu yöntemi diğer düzgün çokgenlere genelleştiriniz.

Şekil 6 adet eş üçgen oluşur. Bir kenarın 2'sini bulup 6 ile çarparsak $A(ABCDEF) = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 54$
Genel olarak n kenarlı düzgün çokgen alanı $n \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin\left(\frac{360}{n}\right)$ ifadesiyle bulunabilir.
çevrel çember yarıçapı

Örnek...39 :

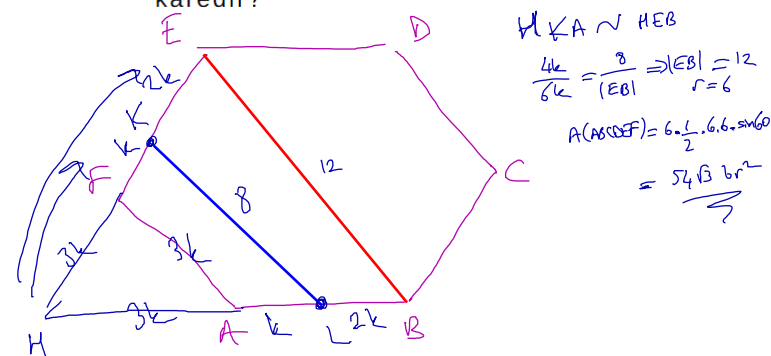
ABC... düzgün onikigendir
|AC|=12br, olduğuna göre, onikigenin alanı kaç birim karedir?

$$A(ABC...) = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = 432 \text{ br}^2$$



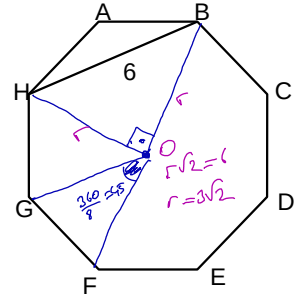
Örnek...40 :

Matbaz Mimarlık tarafından tasarlanan bir güneş enerjisi paneli alanı, ABCDEF düzgün altıgeni formunda planlanmıştır. Panel üzerindeki hücrelerin elektriksel bağlantısı için altıgenin kenarları üzerinde K ve L noktaları belirlenmiştir. $L \in [AB], K \in [EF]$ Panelin verimli çalışması için; $|AL|=|KF|$ olacak şekilde bağlantı noktaları yerleştirilmiştir. Panellerin içindeki bağlantı hattı $|LK|=8$ birim olarak hesaplanmıştır. Bağlantı hatlarının oranları; $|EK|=|BL|$ ve $|EK|=2|AL|$ koşullarını sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Buna göre, toplam güneş enerjisi paneli alanının büyüklüğü $A(ABCDEF)$ kaç birim karedir?



Örnek...41 :

Bir mimar, düzgün sekizgen şeklinde bir avlu tasarlıyor. Avlunun köşeleri A, B, C, D, E, F, G, H ile işaretlenmiş. A ve B komşu köşeler, H ise A'nın diğer komşusu. Mimar, H köşesinden B köşesine kadar olan yürüyüş yolunun uzunluğunu 6 birim olarak ölçüyor.

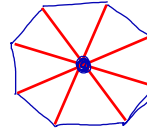


a) Avlunun (sekizgenin) kaplayacağı toplam zemin alanını, sadece bu yürüyüş yolu uzunluğunu kullanarak nasıl hesaplayabilirsiniz?
b) Düzgün sekizgeni, köşegenlerle 8 tane eşkenar üçgene ayırıp alanı bulabiliriz yaklaşımı doğru mudur? Nedenini geometrik gerekçeleriyle açıklayın. Eğer yanlışsa, sekizgeni doğru parçalara nasıl ayırırsınız?

2) çevrel çevrel çemberi $3\sqrt{2}$ olan düzgün sekizgeni.

$$\text{Alan} = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 36\sqrt{2} \text{ br}^2$$

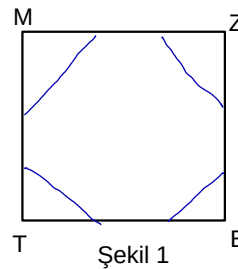
(0 dan köşelere çizilen 8 yarıçap ile 8 üçgen alanı hesaplanır)
b) Köşegenler köşegenler fakat üçgenler eşkenar olmaz, kpe açıları 45° olan ikizkenar üçgenler olur ($45^\circ - 67.5^\circ - 67.5^\circ$)



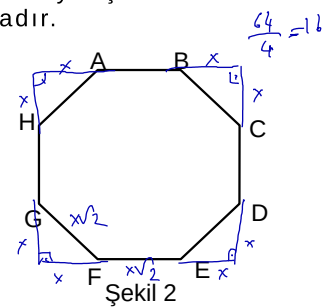
şekillik köşegenler (a) çapının köşeleri 8 adet üçgen verir.

Örnek...42 :

Şekil 1'de kare şeklindeki kartonun her köşesinden eş üçgen parçalar kesilerek Şekil 2'deki düzgün sekizgen elde ediliyor. Kesilen üçgenler sebebiyle şeklin alanı 64 birim kare azalmaktadır.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre Şekil 2'de görülen düzgün sekizgenin alanının kaç birim kare olduğunu bulunuz.

$$\frac{x^2}{2} = 16 \Rightarrow x^2 = 32 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Kare kenarı } 2x + x\sqrt{2} = 8\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2} + 8$$

$$A(ABC...H) = (8\sqrt{2} + 8)^2 - 64 = 128 + 64 + 128\sqrt{2} - 64 = 128 + 128\sqrt{2} \text{ br}^2$$

Örnek...43 :

Bir şehir meydanında kullanılacak taş döşemesinde neden düzgün altıgen tercih edilmiş olabilir? Matematiksel gerekçeler yazınız.

Bir şehir meydanı kaplamasında düzgün altıgen taşların tercih edilmesinin temelinde, düzlem doldurma (tessellation), optimizasyon ve fiziksel kuvvet dağılımı gibi matematiksel ve geometrik gerekçeler yatar. Aynı alana sahip düzgün çokgenler kıyaslandığında, kenar sayısı arttıkça şeklin çevresi azalır ve çembere yaklaşır.

Belirli bir alanı kaplamak için gerekli olan kenar uzunluğu toplamı (çevre) düzgün altıgende, eşkenar üçgen ve kareye göre daha azdır.

Matematiksel Karşılığı: Meydanı kaplamak için taş üretildiğinde veya derz (harç/dolgu) malzemesi kullanıldığında; altıgen form, kare veya üçgene kıyasla en az derz uzunluğunu (çevreyi) verir. Bu durum malzeme ve maliyet optimizasyonu sağlar.

Örnek...44 :

Aynı çevreye sahip iki dörtgenden hangisinin alanı daha büyük olabilir? Örneklerle açıklayınız.

Aynı çevre uzunluğuna sahip iki dörtgen arasından kenar uzunlukları ve iç açıları birbirine en eşit olan (yani şekli kareye en yakın olan) dörtgenin alanı her zaman daha büyüktür. Geometride "İzoperimetrik (Eşçevresel) Eşitsizlik" olarak bilinen bu kurala göre, çevresi sabit tutulan tüm dörtgenler içinde maksimum alanı her zaman kare verir. Kenar uzunlukları arasındaki fark açıldıkça veya iç açıları 90 dereceden uzaklaşıp şekil basıklaştıkça alan küçülür. Bunu çevresi 24 birim olan iki farklı dörtgen üzerinden örneklendirebiliriz: Örnek 1: Kare (Maksimum Alan) Tüm kenarları eşit ($a=6$) ve tüm açıları 90 derecedir. Çevre: $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ birim Alan: $6 \times 6 = 36$ birim kare Örnek 2: Dikdörtgen (Kenar Etkisi) Kenar uzunlukları birbirinden farklı (10 ve 2) olsun, açılar hala 90 derecedir. Çevre: $2 \cdot (10 + 2) = 24$ birim. Alan: $10 \cdot 2 = 20$ birim karedir (Şekil ince-uzun hale geldikçe, aynı çevre ipini kullanmamıza rağmen kapladığı alan küçüldü.)

Örnek...45 :

Düğüün çokgenlerin Türk-İslam mimarisindeki kullanımına dair kısa bir araştırma ödevi hazırlayınız. Hazırladığınız ödevden yola çıkarak bir poster yapınız

Düğüün çokgenler, ****Türk-İslam mimarisinde geometrik düzen, simetri ve estetik oluşturmak**** amacıyla yaygın biçimde kullanılmıştır. Özellikle ****kare, üçgen, altıgen, sekizgen ve çokgen biçimleri**** cami, medrese, türbe, kubbe, çini ve süsleme tasarımlarında görülür. Geometrik motiflerin tekrarlanmasıyla ****simetri, ritim ve sonsuzluk algısı**** oluşturulmuş; matematik ile sanat bir araya getirilmiştir. Selçuklu ve Osmanlı dönemlerinde bu anlayış, özellikle ****çini, taş işçiliği, kubbe ve yıldız motiflerinde**** belirginleşmiştir.

www.matbaz.com

poster chatgpt ile hazırlanmıştır

Düğüün Çokgenlerin Türk-İslam Mimarisindeki Kullanımı

GEOMETRİ, SANAT VE İNANCIN BULUŞTUĞU MİMARİ

Düğüün çokgenler, Türk-İslam mimarisinde geometrik düzen, simetri ve estetik oluşturmak amacıyla yaygın biçimde kullanılmıştır.

Kare, üçgen, altıgen, sekizgen ve çokgen biçimleri; cami, medrese, türbe, kubbe, çini ve süsleme tasarımlarında görülür.

KULLANILAN DÜĞÜÜN ÇOKGENLER



Üçgen
(3 kenar)



Kare
(4 kenar)



Altıgen
(6 kenar)



Sekizgen
(8 kenar)



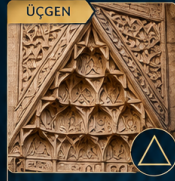
Çokgen
(çok sayıda kenar)

KARE



Cami planlarında, avlu düzeninde ve taş işçiliğinde kare formu sıkça görülür.
(Süleymaniye Camii, İstanbul)

ÜÇGEN



Türbe ve medrese cephelerinde üçgen motifler, geometrik kompozisyonların temelini oluşturur.
(Divriği Ulu Camii ve Darıısfılası)

ALTİGEN



Kubbe içlerinde ve çini süslemelerde altıgenler, simetri ve bütünlük sağlar.
(Rüstem Paşa Camii, İstanbul)

SEKİZGEN



Osmanlı mimarisinde sekizgen planlar, özellikle türbe ve kubbelerde önemli bir yer tutar.
(II. Bayezid Türbesi, İstanbul)

ÇİNİ VE SÜSLEME



Çini sanatında çokgenler, karmaşık ve etkileyici desenler oluşturur.
(Topkapı Sarayı, İstanbul)

YILDIZ MOTİFLERİ



Yıldız motifleri, çokgenlerin tekrarıyla oluşur ve mimaride sonsuzluk algısı yaratır.
(Selçuklu dönemi eserleri)

"Geometri, taşın dilinde yazılmış bir şüirdir."



Sonuç

Düğüün çokgenler, Türk-İslam mimarisinde yalnızca birer şekil değil, aynı zamanda birer anlamdır. Geometrik motiflerin tekrarlanmasıyla simetri, ritim ve sonsuzluk algısı oluşturulmuş; matematik ile sanat bir araya getirilmiştir.



Simetri
Ritim
Sonsuzluk
Estetik

matbaz.com