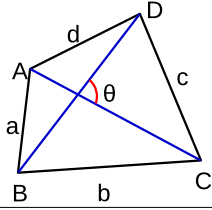


DÖRTGENİN ÇEVRESİ VE ALANI

ABCD dörtgeninde,
Çevre(ABCD)=a+b+c+d
birimdir.

Köşegen uzunlukları
bilinen dörtgenin alanı

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD| \cdot \sin \theta}{2}$$



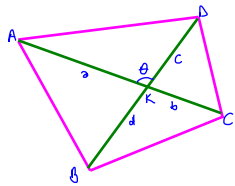
Örnek...1 :

Bir restorasyon mimarı, tarihi bir Selçuklu kervansarayının giriş portalında (taç kapı) yer alan deforme olmuş dörtgen bir taş süslemenin alanını hesaplamak istemektedir. Süslemenin kenar uzunlukları aşınmadan dolayı net ölçülememektedir; ancak yüzey tarayıcı lazerler yardımıyla süslemenin köşegen hatları ([AC] ve [BD] çelik gergileri) ile bu gergilerin kesişim açısı (θ) hatasız bir şekilde dijital ortama aktarılabilir. Buna göre

a) Mimarın kenar uzunluklarına ihtiyaç duymadan, sadece elindeki bu köşegen uzunlukları ve aralarındaki açıyı kullanarak süslemenin toplam alanını hesaplayabilmesi gerekmektedir. Dörtgeni köşegenlerin kesişim noktasından (O noktası) itibaren 4 ayrı üçgensel bölgeye ayırarak, trigonometrik alan formülünden yararlanınız ve mimarın kullanacağı şu genel alan modeline ulaşım yolunu (ispatını) adım adım gösteriniz:

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD| \cdot \sin \theta}{2}$$

b) Restorasyon sırasında mimar, bu dörtgen taşın köşegenlerinin birbiriyle dik kesiştiğini fark ederse, yukarıda ispatladığınız model nasıl bir değişime uğrar? sin 90° değerinin geometrik anlamını da belirterek alan formülünün yeni halini yazınız ve bu özel durumun hesaplama kolaylığı açısından mimara sağladığı avantajı yorumlayınız.



$$\begin{aligned} A(ABCD) &= A(AKD) + A(KDC) + A(KBC) + A(KAB) \\ &= \frac{1}{2} \cdot AK \cdot DK \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot DK \cdot KC \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot KC \cdot KB \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot KB \cdot KA \cdot \sin \theta \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sin \theta \cdot (AK \cdot DK + DK \cdot KC + KC \cdot KB + KB \cdot KA) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sin \theta \cdot (AK + KC) \cdot (DK + KB) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sin \theta \cdot AC \cdot BD \\ &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin \theta \end{aligned}$$

eğer köşegenler dik kesişiyorsa
alan maksimum olur, sinüs değeri
en büyük değerini alır

Örnek...2 :

ABCD dörtgen

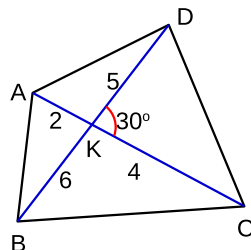
[AC] ∩ [BD] = K

2|AK| = |KC| = 4br

|DK| + 1 = |BK| = 6br

Buna göre ,

A(ABCD) kaç birim
karedir?



$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{33}{2} \text{ br}^2$$

Örnek...3 :

ABCD dörtgeninde
[AC] ⊥ [BD], K ve L
bulundukları kenarların
orta noktalarıdır.

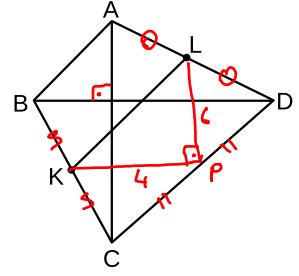
|AC| = 12 br

|BD| = 8 br olduğuna

göre,

a) A(ABCD) kaç birim
karedir?

b) |KL| uzunluğu kaç
birimdir?



$$a) A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48 \text{ br}^2$$

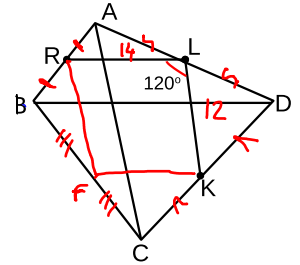
$$b) |KL| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 2\sqrt{2} \text{ br}$$

([KP] ve [LP] orta tabanlar)

Örnek...4 :

Şekilde ABCD dörtgeni
biçimli bir parkın modeli
çizilmiştir. Yapılan

ölçümlerde L'nin, AB kenarının orta noktası
olan R'ye uzaklığını 14 metre, DC kenarının
orta noktası olan K'ya uzaklığını ise 12
metre olarak hesaplamıştır.



m(RLK)=120° olduğu

biliniyor. Buna göre parkın alanının kaç
metrekare olduğunu bulunuz.

$$A(FKLR) = 14 \cdot 12 \cdot \sin 120^\circ = \frac{A(ABCD)}{2}$$

$$14 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A(ABCD)}{2}$$

$$A(ABCD) = 168\sqrt{3}$$

Örnek...5 :

ABCD dörtgen,

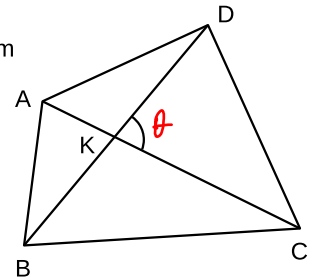
K noktası köşegenlerin kesim

noktası |BD|=8br, |AC|=12br

ve A(ABCD)=12√2br²

olduğuna göre,

sin(CKD) kaçtır ?



$$12\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{12\sqrt{2}}{48} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

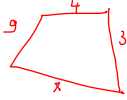
Örnek...6 :

Bir belediyenin çevre düzenleme mimarı, şehir parkının içerisinde dörtgen şeklinde kapalı bir botanik bahçesi alanı planlamaktadır. Bu bahçenin üç kenarı için belirlenen sınır ölçüleri sırasıyla 4 metre, 3 metre ve 9 metredir.

Bahçenin etrafı koruyucu ahşap çitlerle tamamen çevrilecektir.

Sorular

- a) Mimarın dördüncü kenarı oluştururken geometrik olarak hata yapmaması ve kapalı bir bölge elde edebilmesi için bu kenarın uzunluğunun (metre cinsinden) hangi değer aralığında olması gerektiğini üçgen eşitsizliği prensiplerinden yararlanarak modelleyiniz.
- b) Bahçenin çevresinin en büyük tam sayı değeri alabilmesi için henüz ölçüsü netleşmeyen dördüncü kenarın tam sayı olma zorunluluğu var mıdır? Gerekçesiyle açıklayarak bahçenin çevrelenebileceği maksimum çit uzunluğunu (metre cinsinden) bulunuz.



$x < 3+4+9$ çevre en büyük tamsayı olacaksa
 $x < 16$ son belirli olmayan kenar da tamsayı olmalıdır (diğer kenarlar toplamı tamsayıdır).
 bahçenin maksimum çevresi $x=15$ için 31 m olur

Örnek...7 :

Bir mimar aynı alanı kaplayan iki farklı dörtgen tasarlıyor. Hangi durumda çevre daha küçük olabilir? Açıklayınız.

Aynı alana sahip iki farklı dörtgen karşılaştırıldığında, kareye (düzgün dörtgene) daha yakın olan dörtgenin çevresi daha küçük olur. Aynı alana sahip tüm dörtgenler arasında çevresi en küçük olan geometrik şekil karedir. Mimarın daha küçük çevreye sahip olan tasarımı, komşu kenar oranları 1'e en yakın (en az en-boy farkı olan) ve iç açıları dik açılara en yakın olan tasarımıdır. Mimarlıkta yapıyı kareye yakın tasarlamak dış cephe alanını, ısı kaybını ve malzeme harcamasını minimuma indirir.

Bir dörtgenin kenar uzunlukları arasındaki fark azaldıkça (yani şekil kareye yaklaştıkça) çevre küçülür.

Kenarlar birbirinden uzaklaşıp şekil daraldıkça ve uzadıkça çevre büyür. Kenar uzunlukları eşit tulsula bile iç açılar 90 dereceden uzaklaştıkça (örneğin paralelkenar veya eşkenar dörtgen gibi şekil yatıklaştıkça) tabana ait yükseklik azalır. Aynı alanı elde edebilmek için kenar uzunluklarını artırmak gerekir.

Örnek...8 :

[BM], MTBZ
 eşkenar
 dörtgeninin
 köşegeni,
 TEM dik üçgen,
 MT $\perp$ ET dir.
 |ME|=13 br ve
 |BE|=5 br

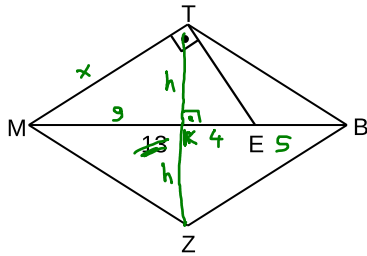
olduğuna göre,
 a) Çevre(MTBZ) kaç
 birimdir?

a) Alan(MTBZ) kaç birim karedir?

$$\triangle TEM \text{ dik üçgen } h^2 = 9 \cdot 4 \quad h = 6 \Rightarrow x = \sqrt{84+36} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}$$

$$A(MTBZ) = \frac{18 \cdot 12}{2} = 108 \text{ br}^2$$

$$C(MTBZ) = 4x = 4 \cdot 3\sqrt{13} = 12\sqrt{13}$$

**Örnek...9 :**

ABCD dikdörtgen

[BF] $\perp$ [AC]

[DE] $\perp$ [AC]

|CF| = 2 br

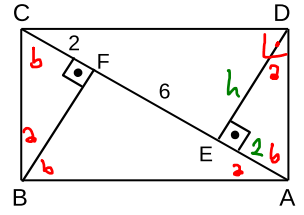
|EF| = 6 br ise

A(ABCD) kaç birim karedir?

$$\triangle BFC \cong \triangle DEA$$

$$\triangle BFC \text{ de öklid } h^2 = 2 \cdot 2 \Rightarrow h = 2$$

$$A(ABCD) = A(\triangle BFC) \cdot 2 = \frac{4 \cdot 10 \cdot 2}{2} = 40 \text{ br}^2$$

**Örnek...10 :**

Birim karelerden

oluşan şekilde

O noktası dik

koordinat

sisteminin

orijini.

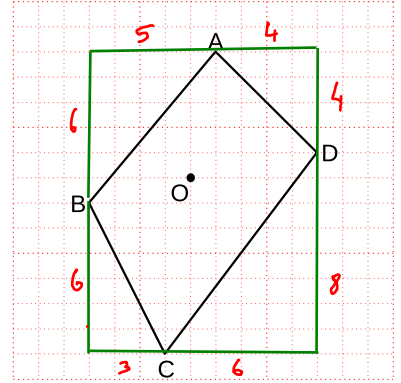
ABCD

dörtgeninin

çevresi ve

alanını

hesaplayınız.



$$A(ABCD) = 12 \cdot 9 - \frac{6 \cdot 3}{2} - \frac{6 \cdot 8}{2} - \frac{4 \cdot 4}{2} - \frac{5 \cdot 6}{2}$$

$$108 - 9 - 24 - 8 - 15 = 52 \text{ br}^2$$

$$C(ABCD) = 10 + 3\sqrt{5} + \sqrt{61} + 4\sqrt{2} \text{ br}$$

DÖRTGENDE ALAN ÖZELLİKLERİ

ABCD dörtgeninde

[AC] ve [BD]

köşegenlerinin

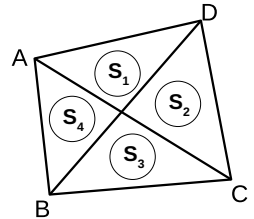
çizilmesiyle oluşan

üçgenlerin alanları

S_1, S_2, S_3 ve S_4 olmak

üzere,

$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4 \text{ tür.}$$

**Örnek...11 :**

ABCD dörtgeninde

[AC] ve [BD] köşegenler olmak

üzere

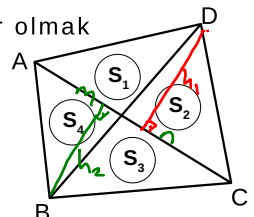
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_4}{S_3} \text{ olduğunu}$$

gösteriniz.

$$S_1 = \frac{h_1 \cdot m}{2} \quad S_4 = \frac{m \cdot h_2}{2}$$

$$S_2 = \frac{h_1 \cdot n}{2} \quad S_3 = \frac{n \cdot h_2}{2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n} = \frac{S_4}{S_3}$$



Örnek...12 :

ABCD dörtgen [AC], [BD] köşegenlerdir. Şekilde daire içinde birim kare cinsinden alanlar verilmiştir.

Buna göre $\frac{|AD|}{|BC|}$ oranı kaçtır ?

$$\frac{A}{9} = \frac{16}{A} \Rightarrow A^2 = 144 \Rightarrow A = 12$$

$$\triangle P C \sim \triangle P A \Rightarrow \frac{|AD|}{|BC|} = \frac{4}{3}$$

Örnek...13 :

ABCD dörtgeninin köşegenleri ile dört üçgen alanı şekildedeki gibi oluşturuluyor. S ve T tamsayı olduğuna göre, Alan(ABCD) en küçük kaç cm^2 olur?

$$\frac{S}{16} = \frac{5}{T} \quad T \cdot S = 80$$

$$A(ABCD) = 16 + 5 + 8 + 10 = 39 \text{ br}^2$$

UYARI

ABCD dörtgeninde K, L, M, N bulundukları kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=e$ birim, $|BD|=f$ birim olmak üzere,

- 1) KLMN dörtgeni paralelkenardır.
- 2) Çevre(KLMN) = $e+f$ dir.
- 3) Alan(KLMN) = $\frac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$ dir.
- 4) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$ tür.

Örnek...14 :

ABCD dörtgeninde K, L, M, N bulundukları kenarların orta noktalarıdır. Daire içinde verilenler birim kare cinsinden, içinde bulundukları üçgenlerin alanları ise KLMN dörtgenin alanı AKN üçgenin alanının kaç katıdır?

$$A + 8 = 9 + 7 \Rightarrow A = 8 \text{ br}^2$$

$$A(KLMN) = 8 + 8 + 9 + 7 = 32$$

$$\text{oran} = \frac{32}{8} = 4$$

Örnek...15 :

Alanı 68 cm^2 olan bir dörtgenin üç kenarının orta noktaları birleştirilerek elde edilen üçgenel bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

$$2A \cdot 2 = 68 \Rightarrow A = 17$$

Örnek...16 :

Bir mimar, dört köşeli bir arazi üzerinde yalnızca kenar orta noktalarını birleştirerek dekoratif bir cam panel tasarlamaktadır.

Tasarlanan üçgen panelin kenar uzunlukları

$6\sqrt{5}$, $6\sqrt{5}$ ve 12 metre olduğuna göre,

Arazinin tamamının alanı kaç metrekaredir?

$$h^2 + 6^2 = (6\sqrt{5})^2$$

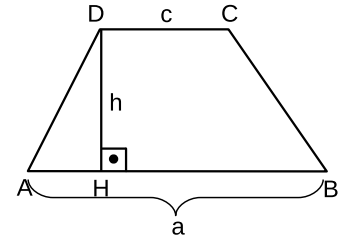
$$h = 12$$

$$A(KLM) = \frac{12 \cdot 12}{2} = 72$$

$$A(ABCD) = 4A(KLM) = 288 \text{ m}^2$$

ABCD yamuk $[AB] \parallel [CD]$

$|AB| = a$ br
 $|CD| = c$ br
 $|DH| = h$ br
olmak üzere,

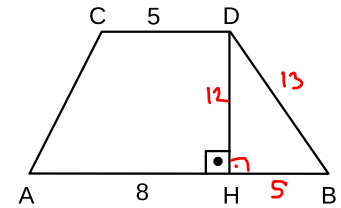


$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

Örnek...17 :

ABDC bir yamuk $[AB] \parallel [CD]$

$[DH] \perp [AB]$
 $|AH| = 8$ br
 $|CD| = 5$ br
 $|BD| = |DH| + 1 = 13$ br
olduğuna göre, Alan(ABDC) kaç birim karedir?



$$A(ABDC) = \frac{(13+5) \cdot 12}{2} = 108 \text{ br}^2$$

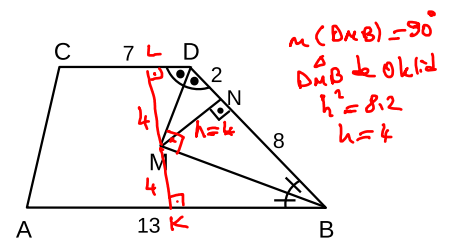
Örnek...18 :

ABDC bir yamuk $[AB] \parallel [CD]$

$[DM] \perp [CD]$ ve $[BM]$ iç açıortay
 $[MN] \perp [BD]$
 $|DN| = 2$ br
 $|BN| = 8$ br
 $|CD| = 7$ br
 $|AB| = 13$ br

olduğuna göre, Alan(ABDC) kaç birim karedir?

$$A(ABDC) = \frac{(7+13)}{2} \cdot 8 = 80 \text{ br}^2$$

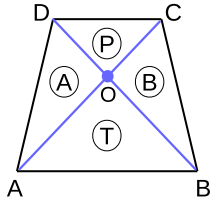


Yamuk ve çember içindeki harfler içinde bulundukları üçgenlerin alanları olmak üzere:

i) $A=B$

ii) $A^2=P \cdot T$ ve

iii) $\text{Alan}(ABCD) = (\sqrt{P} + \sqrt{T})^2$



İspat i) $A(\triangle OAB) = A(\triangle OCB) \Rightarrow A+T=B+T$
 $A=B$

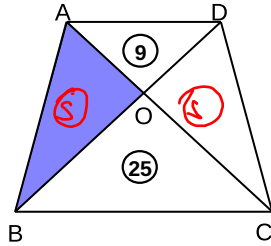
ii) $\frac{A}{T} = \frac{P}{B+A} \Rightarrow A^2 = P \cdot T \Rightarrow \sqrt{PT} = A$

iii) $A(ABCD) = 2A + P + T = (\sqrt{P} + \sqrt{T})^2 = P + T + 2\sqrt{PT}$

Örnek...19 :

ABCD bir yamuk $[AD] \parallel [BC]$
 $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenler.
 $\text{Alan}(ADO) = 9 \text{ br}^2$
 $\text{Alan}(BOC) = 25 \text{ br}^2$
 olduğuna göre,
 $\text{Alan}(ABO)$ kaç birim karedir?

$\frac{S}{25} = \frac{9}{S} \Rightarrow S^2 = 225$
 $S = 15$



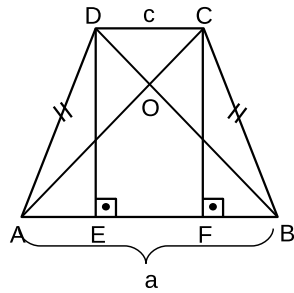
İKİZKENAR YAMUK

ABCD yamuğunda iç açılar
 $m(\hat{A}) = m(\hat{B})$ ve
 $m(\hat{C}) = m(\hat{D})$ dir.

Köşegenleri
 $|AC| = |BD|$
 $|OD| = |OB|$
 $|OC| = |OA|$
 Ayrıca

$|AE| = |FB| = \frac{a-c}{2}$ dir.

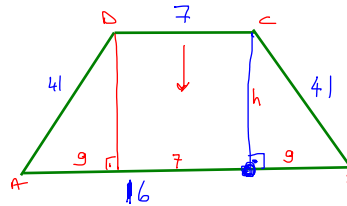
Yüksekliği $|DE|^2 = h^2 = |AD|^2 - |AE|^2$ dir.



Örnek...20 :

Geleneksel Selçuklu ahşap işçiliğinden (kündekari) ilham alan bir tasarımcı, "Matbaz" adlı yeni koleksiyonu için ikizkenar yamuk biçiminde ahşap paneller üretecektir. Bir panelin tasarım taslağında; panelin birbirine paralel olan alt ve üst kenarlarından üstteki 7 br, eş yan kenarlarından biri ise 41 br uzunluğundadır.

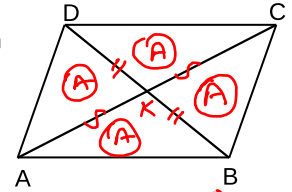
Tasarımcı, panelin üst köşelerinden birinden alt kenarına bir dikme (lazer kesim çizgisi) indirdiğinde, bu dikmenin alt kenarı kestiği noktanın, dikmenin indirildiği köşeye çapraz olan alt köşeye (en uzak köşeye) olan uzaklığının 16 br olduğunu ölçüyor. Buna göre, bu ahşap panellerden birinin ön yüzey alanı kaç santimetre karedir?



$h^2 = 41^2 - 9^2$
 $h = \sqrt{1600} = 40$
 $A(ABCD) = \left(\frac{7+16}{2}\right) \cdot 40$
 $= 16 \cdot 40$
 $= 640 \text{ cm}^2$

Örnek...21 :

AC ve BD köşegenlerinin ABCD paralelkenarının alanını 4 eşit bölgeye ayırdığını ispatlayınız.

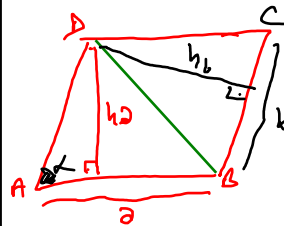
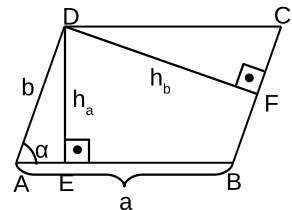


Köşegenler birbirini ortalar

$[AC] \cap [BD] = \{O\} \Rightarrow |AO| = |OC| \Rightarrow A(\triangle AOB) = A(\triangle COB)$
 $|DO| = |OB| \Rightarrow A(\triangle AOD) = A(\triangle COD)$
 $A(\triangle AOB) = A(\triangle COB) = A(\triangle AOD) = A(\triangle COD) = \frac{1}{4} A(ABCD)$

Örnek...22 :

ABCD paralelkenar,
 i) $\text{Alan}(ABCD) = a \cdot h_a$
 ii) $\text{Alan}(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin \alpha$
 olduğunu gösteriniz.



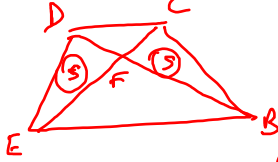
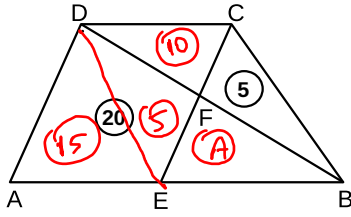
$A(ABCD) = 2 \cdot A(\triangle ADB) = 2A(\triangle BDC)$
 $= 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

$A(\triangle ADB) = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\triangle ADB) = 2 \cdot \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha = a b \sin \alpha$

Örnek...23 :

ABCD yamuk
 $[AB] \parallel [CD]$,
 $[AD] \parallel [CE]$
 $A(AEFD)=20 \text{ br}^2$
 $\text{Alan}(BCF)=5 \text{ br}^2$
 olduğuna göre,
 $\text{Alan}(ABCD)$ kaç
 birim karedir?

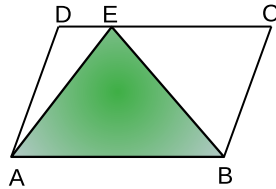


$$\frac{5}{A} = \frac{10}{5} \Rightarrow A = 2,5$$

$$A(ABCD) = 37,5 \text{ br}^2$$

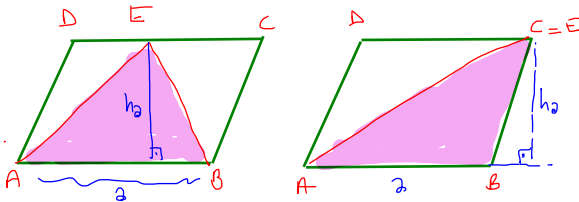
Örnek...24 :

Matbaz tasarım ofisi, bir iç mimari projesinde duvar dekorasyonu için ABCD paralelkenarı biçiminde büyük bir ahşap pano hazırlamıştır. Bu panonun üst kenarı ([DC]) boyunca hareket edebilen bir aydınlatma rayı ve bu ray üzerinde kaydırılabilen bir E spot lambası bulunmaktadır. Spot lamba açıldığında, panonun alt kenarındaki A ve B köşelerine doğru ışık huzmeleri göndererek panonun üzerinde AEB üçgeni biçiminde yeşil bir aydınlatma alanı oluşturmaktadır.



Tasarımcı, E lambası ray üzerindeki hangi noktaya kaydırılırsa kaydırılsın, yeşil aydınlatılmış üçgensel bölgenin alanının, her zaman tüm ahşap panonun alanının tam yarısı (%50'si) olacağını iddia etmektedir.

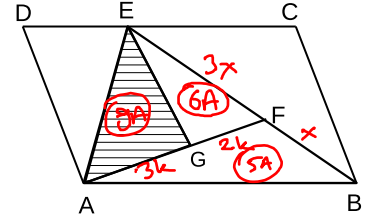
Tasarımcının bu iddiasının doğruluğunu, taban ve yükseklik ilişkilerini kullanarak matematiksel olarak modelleyip gösteriniz.



şekilde görüldüğü gibi E noktası DC üzerinde hareket ettikçe AEB üçgeninin yüksekliği değişmez. taban da sabit kalacağından E noktasının ED doğrusu üzerinde hareket etmesi bölgenin alanının daima paralelkenarın alanının yarısı olmasını değiştirmez. iddia doğrudur.

Örnek...25 :

ABCD paralelkenar
 $E \in [CD]$
 $|EB|=4, |BF|$
 $|AG|=3, |FG|$
 $\text{Alan}(ABCD)=600 \text{ br}^2$
 olduğuna göre,
 $\text{Alan}(AEG)$ kaç birim karedir?



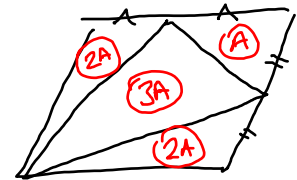
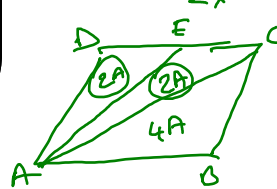
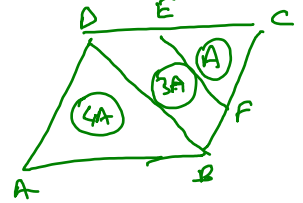
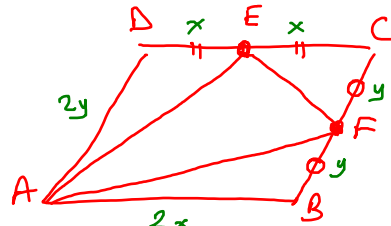
$$A(AE) = 20A \Rightarrow A(ABCD) = 40A$$

$$40A = 600 \Rightarrow A = 15$$

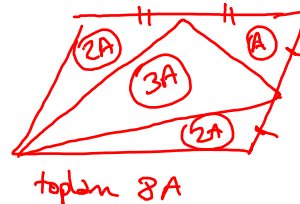
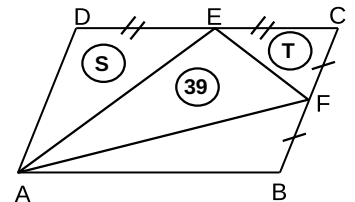
$$A(AEG) = 9A = 135 \text{ br}^2$$

Örnek...26 :

"Bir çiftçinin ABCD paralelkenarı şeklindeki tarlası drone ile görüntülenecektir. DC kenarının ortasına E, BC kenarının ortasına F noktası işaretlenmiştir. Drone, A noktasından kalkıp E ve F üzerinden geçerek tarlanın üç farklı bölgesinin (ADE, AEF, ABF) görüntüsünü alıyor. Çiftçi, gübreleme maliyetini alan oranına göre ayırmak istiyor. Bölümlerin maliyet oranlarını hesaplayınız.

**Örnek...27 :**

ABCD paralelkenar
 $\text{Alan}(ADE)=S \text{ br}^2$
 $\text{Alan}(AEF)=39 \text{ br}^2$
 $\text{Alan}(CEF)=T \text{ br}^2$
 olduğuna göre, $\text{Alan}(ABCD)$
 kaç birim karedir?



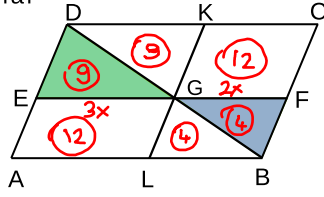
$$3A = 39 \Rightarrow A = 13$$

$$A(ABCD) = 8.13 = 104 \text{ br}^2$$

toplam 8A

Örnek...28 :

Bir şehrin paralelkenar şeklindeki park alanı içinde iki paralel yol geçmektedir: biri AB'ye paralel (EF), diğeri BC'ye paralel (KL). Yolların kesişim noktası G'de bir kavşak bulunmaktadır. Kavşağın kuzeybatı bölgesindeki yeşil alan (DEG) 9 birim², güneydoğu bölgesindeki oyun alanı (BGF) 4 birim²'dir. Buna göre, parkın alanını hesaplayınız."



[DEG] , EĞKD paralelkenarında, [GB] LBFG par. kenarlı kesişimdir

$$\triangle DEG \sim \triangle BGF \quad k^2 = \frac{9}{4} \quad k = \frac{3}{2}$$

$$A(\triangle GFK) = \frac{18}{3} \cdot 2 = 12 \text{ br}^2$$

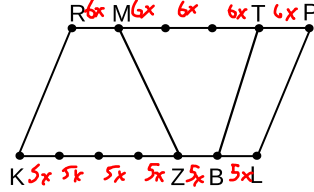
$$A(\triangle LAE) = \frac{8}{2} \cdot 3 = 12 \text{ br}^2$$

$$A(ABCD) = 2 \cdot (9 + 12 + 4) = 50 \text{ br}^2$$

Örnek...29 :

KLPR paralelkenarında [KL] 6 eşit parçaya, [PR] 5 eşit parçaya bölünmüştür.

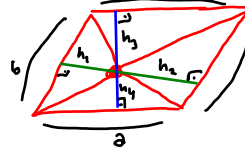
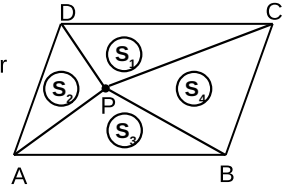
Buna göre,
Alan(MTBZ)
Alan(KLPR)
oranı kaçtır?



$$\frac{\left(\frac{5x+18x}{2}\right) \cdot h}{30x \cdot h} = \frac{23}{60}$$

Örnek...30 :

Bir belediye, paralelkenar biçimli bir parkı dört farklı bölgeye ayırarak her bölgeye bir aydınlatma direği yerleştirecektir. Direklerin konumu (P noktası) henüz kesin belirlenmemiştir. Parkın karşılıklı iki bölgesinin ($S_1 + S_3$) toplam alanının diğer iki bölgeye ($S_2 + S_4$) eşit olduğunu göstererek, her bölgeye eşit enerji bütçesi ayrılmasını savununuz.



$$S_1 = \frac{a \cdot h_3}{2}$$

$$S_2 = \frac{b \cdot h_1}{2}$$

$$S_3 = \frac{a \cdot h_4}{2}$$

$$S_4 = \frac{b \cdot h_2}{2}$$

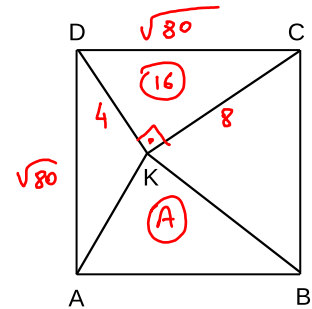
$$S_1 + S_3 = \frac{a}{2} (h_3 + h_4) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

$$S_2 + S_4 = \frac{b}{2} (h_1 + h_2) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4$$

Örnek...31 :

ABCD bir kare,
|KD|=4br,
|KC|=8br,
[DK] ⊥ [KC]
olduğuna göre,
Alan(ABK)
kaç birim karedir?



$$A + 16 = \frac{\sqrt{80}^2}{2} = 40$$

$$A = 24 \text{ br}^2$$

$$A(\triangle KDC) = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ br}^2$$

DELTOİD TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Tabanları çakışık iki ikizkenar üçgenin oluşturduğu dörtgendir.

$$1) |AB|=|BC|, \\ |AD|=|DC|$$

2) $[AC] \perp [BD]$ olup köşegen uzunlukları eşit değildir.

3) Köşegenlerden sadece biri diğerini ortalar. $|AO|=|OC|$

4) Köşegenlerden sadece biri açıortaydır. $[BD]$ Açıortay.

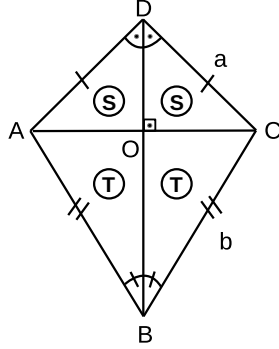
5) Köşegenlerin biri simetri eksenidir.

$[BD]$ Simetri eksenidir.

$$6) \text{Çevre}(ABCD)=2.(a+b)$$

$$7) \text{Alan}(ABD)=\text{Alan}(BCD) \text{ dir.}$$

$$7) \text{Alan}(ABCD)=\frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

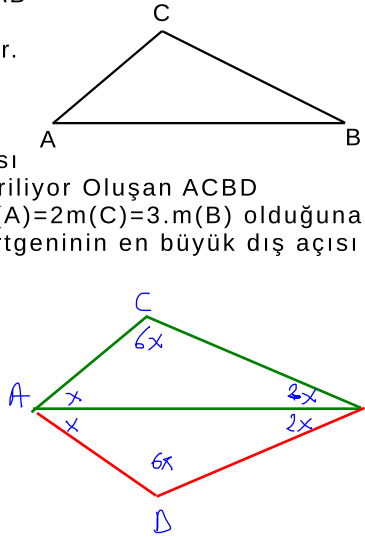


Örnek...32 :

ABC üçgeninin AB kenarına göre simetriği alınıyor.

C noktasının AB kenarına göre simetriği olan noktayı D noktası

olarak isimlendiriliyor Oluşan ACBD dörtgeninde $6m(A)=2m(C)=3.m(B)$ olduğuna göre, ABCD dörtgeninin en büyük dış açısı kaç derecedir?



$$6x+2x+x=180^\circ$$

$$x=20^\circ$$

en büyük iç açı $2x=40$ en büyük dış açı $180-40=140^\circ$

Örnek...33 :

ABCD bir deltoid.

$$|AD|=|CD|$$

$$m(\widehat{BAD})=112^\circ$$

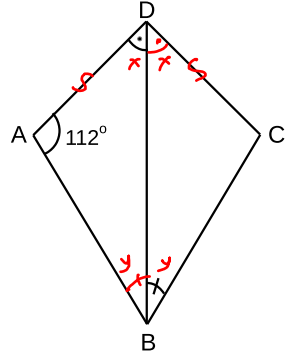
olduğuna göre,

$$m(\widehat{ADB})+m(\widehat{CBD})$$

toplamı kaç derecedir?

$$x+y+112=180$$

$$x+y=68^\circ$$



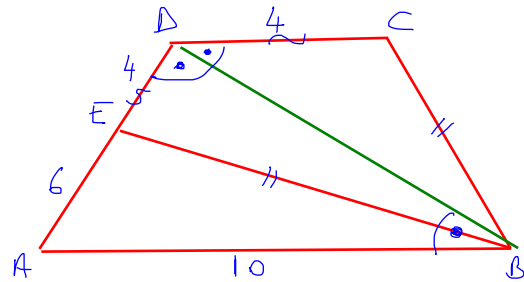
Örnek...34 :

Matbaz Mimarlık tarafından tasarlanan bir park projesinde, alt ve üst yürüyüş yolları birbirine paralel olan ABCD dörtgeni biçimindeki bir yeşil alan düzenlenecektir ($[AB] \parallel [CD]$).

Tasarımcı, arazinin sol sınırı olan AD kenarı üzerinde bir E noktası belirliyor ve alanın içine $|EB|=|CB|$ olacak biçimde CBED deltoidi şeklinde bir süs havuzu planlıyor.

Süs havuzunun üst sınırı olan $|CD|=4$ br havuzun dışında kalan $[AE]$ sınırının uzunluğu ise 6 metre olarak ölçülmüştür.

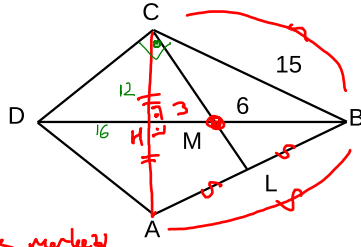
Buna göre, yeşil alanın alt yürüyüş yoluna bakan AB cephesi kaç metredir?



$$|AB|=10m \quad (|AB|=|AD|)$$

Örnek...35 :

ABCD bir deltoid,
 $|AB|=|BC|$
 $[DC] \perp [BC]$,
 $|AL|=|BL|$,
 $|MB|=6\text{ br}$,
 $|BC|=15\text{ br}$
 olduğuna göre
 $|DC|$ kaçtır?



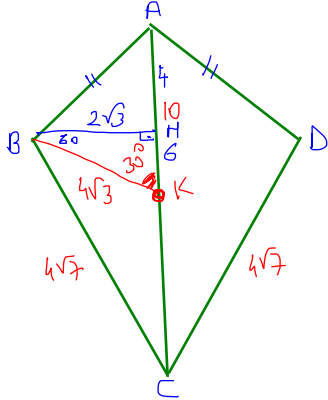
$M(\triangle ABC)$ da ağırlık merkez
 $|MH|=3 \Rightarrow |CH|=12$

$$12^2 = |AH| \cdot |AC| \Rightarrow |AH| = 16 \text{ br}$$

$$|DC| = \sqrt{12^2 + 16^2} = \underline{\underline{20}}$$

Örnek...36 :

Deltoid şeklinde bir uçurtma A noktasından tutulan bir ip ile uçurulmaktadır. Uçurtmanın üst kısmı eşit kenarlara sahiptir.
 $(|AB| = |AD|)$
 A noktasından uçurtmanın alt köşesi C ye giden doğrusal gövde çitası üzerinde bir nokta K olmak üzere, $|BK|=4\sqrt{3}$ br ve gövde ipi parçası $|AK|=10$ br olup, bu iki ip arasındaki açı 30° 'dir. Uçurtmanın alt kenarları $|DC|=|BC|=4\sqrt{7}$ br'dir. Buna göre, uçurtmanın yüzey alanını hesaplayınız.



$$|HC|^2 = (4\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{3})^2$$

$$= 10^2$$

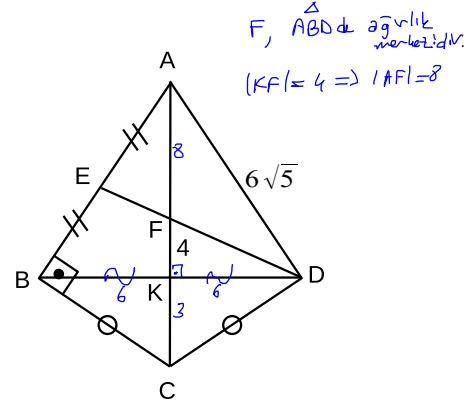
$$|HC| = 10 \text{ br}$$

$$A(ABCD) = \frac{14 \cdot 4\sqrt{7}}{2}$$

$$= 28\sqrt{7} \text{ br}^2$$

Örnek...37 :

ABCD deltoid,
 E, [AB] nin orta noktasıdır.
 $[AC] \cap [BD] = \{K\}$,
 $[AC] \cap [DE] = \{F\}$,
 $[AB] \perp [BC]$,
 $|BC|=|CD|$,
 $|FK|=4$ br
 $|AD|=6\sqrt{5}$ br
 olduğuna göre,
 Alan(ABCD) kaç birim karedir?



$$|KD| = \sqrt{6\sqrt{5}^2 - 12^2} = 6$$

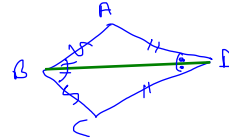
$$ABK \text{ da } \triangle K \text{ de } 6^2 = 12 \cdot |KC| \Rightarrow |KC| = 3$$

$$A(ABCD) = \frac{15 \cdot 12}{2} = 90 \text{ br}^2$$

Örnek...38 :

Bir dörtgende yalnızca bir köşegen simetri eksenini ise bu dörtgen kesin olarak deltoid midir? Tartışınız.

Evet, kesinlikle deltoiddir. Bir dörtgende yalnızca bir köşegenin simetri eksenini olması, o şeklin deltoid olmasını hem gerekli hem de yeterli kılar.



$[BD]$ tek simetri eksenidir
 $|AB|=|BC| \wedge |AD|=|CD|$
 ABCD deltoiddir.

Örnek...39 :

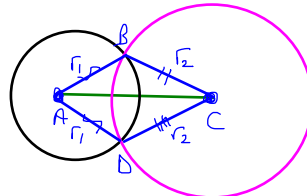
Deltoid ile eşkenar dörtgen arasındaki benzerlik ve farklılıkları gösteren bir kavram haritası oluşturunuz.

Özellik	Deltoid	Eşkenar Dörtgen	Durum
Kenar Uzunlukları	İkişer ikişer komşu kenarlar eşit	Dört kenar da birbirine eşit	Farklı
Köşegenlerin Kesişimi	Dik kesişirler	Dik kesişirler	Benzer
Alan Formülü (Köşegenlerle)	Köşegen çarpımının yarısı	Köşegen çarpımının yarısı	Benzer
Köşegenlerin Ortalanması	Yalnızca ana köşegen diğer köşegeni iki eşit parçaya böler	Her iki köşegen de birbirini ortalara	Farklı
Açıortay Özelliği	Yalnızca ana köşegen geçtiği köşelerin açıortaydır	İki köşegen de geçtiği köşelerin açıortaydır	Farklı
Karşılıklı Açılar	Yalnızca tek bir karşılıklı açı çifti eşittir	Karşılıklı açılar her ikisi de eşittir	Farklı
Paralellik	Karşılıklı kenarlar paralel değildir	Karşılıklı kenarlar daima paraleldir	Farklı
Simetri Eksenleri Sayısı	1 adet (yalnızca ana köşegen)	2 adet (her iki köşegen)	Farklı
Aile Sınıflandırması	Genelde paralelkenar ailesine ait değildir	Paralelkenar ailesinin özel bir üyesidir	Farklı

Örnek...40 :

Cetvel ve pergeli kullanarak bir deltoid oluşturunuz. Hangi adımda simetriyi kullandığınızı açıklayınız.

Bir doğru parçası çizin ve uç noktalarını (A) ve (C) olarak adlandırınız.
 Pergeli kullanarak (A) ve (C) merkezli, uygun yarıçaplı yaylar çizin.
 Yayların kesişim noktalarını (B) ve (D) olarak belirleyiniz.
 (A-B-C-D-A) noktalarını cetvelle birleştiriniz.
 Oluşturduğunuz dörtgen deltoid olur



ABCD deltoiel olur.
 B, D nm oluşturulduğu anda simetri kullanılmış oldu.
 B ve A noktaları [AC] ye göre simetrikler.