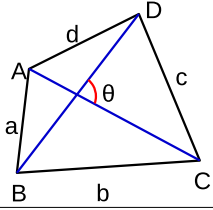


**DÖRTGENİN ÇEVRESİ VE ALANI**

ABCD dörtgeninde,  
Çevre(ABCD)=a+b+c+d  
birimdir.

Köşegen uzunlukları  
bilinen dörtgenin alanı

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD| \cdot \sin \theta}{2}$$

**Örnek...1 :**

Bir restorasyon mimarı, tarihi bir Selçuklu kervansarayının giriş portalında (taç kapı) yer alan deforme olmuş dörtgen bir taş süslemenin alanını hesaplamak istemektedir. Süslemenin kenar uzunlukları aşınmadan dolayı net ölçülememektedir; ancak yüzey tarayıcı lazerler yardımıyla süslemenin köşegen hatları ([AC] ve [BD] çelik gergileri) ile bu gergilerin kesişim açısı (  $\theta$  ) hatasız bir şekilde dijital ortama aktarılabilir. Buna göre

a) Mimarın kenar uzunluklarına ihtiyaç duymadan, sadece elindeki bu köşegen uzunlukları ve aralarındaki açıyı kullanarak süslemenin toplam alanını hesaplayabilmesi gerekmektedir. Dörtgeni köşegenlerin kesişim noktasından (O noktası) itibaren 4 ayrı üçgensel bölgeye ayırarak, trigonometrik alan formülünden yararlanınız ve mimarın kullanacağı şu genel alan modeline ulaşım yolunu (ispatını) adım adım gösteriniz:

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD| \cdot \sin \theta}{2}$$

b) Restorasyon sırasında mimar, bu dörtgen taşın köşegenlerinin birbiriyle dik kesiştiğini fark ederse, yukarıda ispatladığınız model nasıl bir değişime uğrar?  $\sin 90^\circ$  değerinin geometrik anlamını da belirterek alan formülünün yeni halini yazınız ve bu özel durumun hesaplama kolaylığı açısından mimara sağladığı avantajı yorumlayınız.

**Örnek...2 :**

ABCD dörtgen

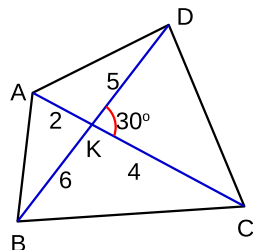
$[AC] \cap [BD] = K$

$2|AK| = |KC| = 4br$

$|DK| + 1 = |BK| = 6br$

Buna göre ,

$A(ABCD)$  kaç birim karedir?

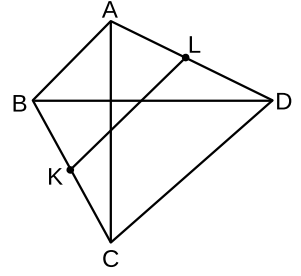
**Örnek...3 :**

ABCD dörtgeninde  
 $[AC] \perp [BD]$ , K ve L  
bulundukları kenarların  
orta noktalarıdır.

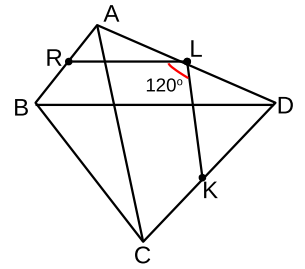
$|AC| = 12 br$   
 $|BD| = 8 br$  olduğuna  
göre,

a)  $A(ABCD)$  kaç birim karedir?

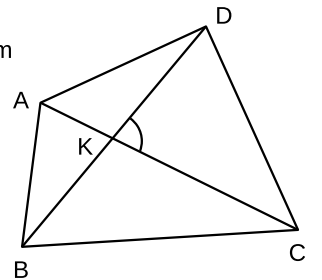
b)  $|KL|$  uzunluğu kaç birimdir?

**Örnek...4 :**

Şekilde ABCD dörtgeni biçimli bir parkın modeli çizilmiştir. Yapılan ölçümlerde L'nin, AB kenarının orta noktası olan R'ye uzaklığını 14 metre, DC kenarının orta noktası olan K'ya uzaklığını ise 12 metre olarak hesaplamıştır.  $m(\angle RLK) = 120^\circ$  olduğu biliniyor. Buna göre parkın alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.

**Örnek...5 :**

ABCD dörtgen,  
K noktası köşegenlerin kesim noktası  $|BD| = 8br$ ,  $|AC| = 12br$   
ve  $A(ABCD) = 12\sqrt{2}br^2$   
olduğuna göre,  
 $\sin(\angle CKD)$  kaçtır ?



**Örnek...6 :**

Bir belediyenin çevre düzenleme mimarı, şehir parkının içerisine dörtgen şeklinde kapalı bir botanik bahçesi alanı planlamaktadır. Bu bahçenin üç kenarı için belirlenen sınır ölçüleri sırasıyla 4 metre, 3 metre ve 9 metredir.

Bahçenin etrafı koruyucu ahşap çitlerle tamamen çevrilecektir.

Sorular

- a) Mimarın dördüncü kenarı oluştururken geometrik olarak hata yapmaması ve kapalı bir bölge elde edebilmesi için bu kenarın uzunluğunun (metre cinsinden) hangi değer aralığında olması gerektiğini üçgen eşitsizliği prensiplerinden yararlanarak modelleyiniz.
- b) Bahçenin çevresinin en büyük tam sayı değeri alabilmesi için henüz ölçüsü netleşmeyen dördüncü kenarın tam sayı olma zorunluluğu var mıdır? Gerekçesiyle açıklayarak bahçenin çevrelenebileceği maksimum çit uzunluğunu (metre cinsinden) bulunuz.

**Örnek...7 :**

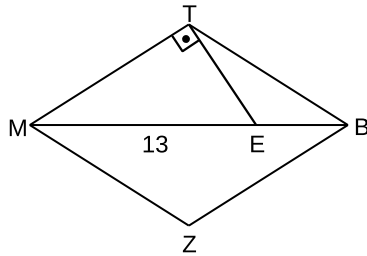
Bir mimar aynı alanı kaplayan iki farklı dörtgen tasarlıyor. Hangi durumda çevre daha küçük olabilir? Açıklayınız.

**Örnek...8 :**

[BM], MTBZ eşkenar dörtgeninin köşegeni, TEM dik üçgen,  $MT \perp ET$  dir.  $|ME|=13br$  ve  $|BE|=5br$

olduğuna göre,  
a) Çevre(MTBZ) kaç birimdir?

a) Alan(MTBZ) kaç birim karedir?

**Örnek...9 :**

ABCD dikdörtgen

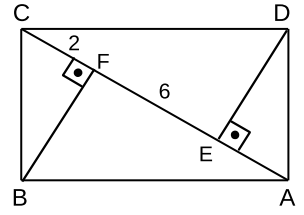
$[BF] \perp [AC]$

$[DE] \perp [AC]$

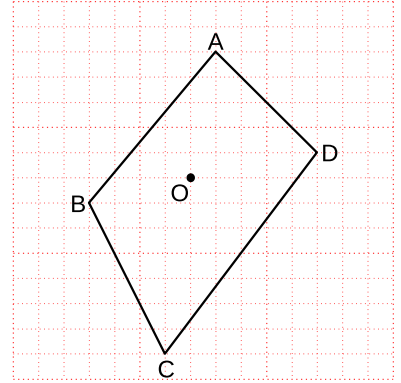
$|CF| = 2br$

$|EF| = 6br$  ise

A(ABCD) kaç birim karedir?

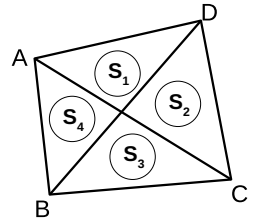
**Örnek...10 :**

Birim karelerden oluşan şekilde O noktası dik koordinat sisteminin orijini. ABCD dörtgeninin çevresi ve alanını hesaplayınız.

**DÖRTGENDE ALAN ÖZELLİKLERİ**

ABCD dörtgeninde [AC] ve [BD] köşegenlerinin çizilmesiyle oluşan üçgenlerin alanları  $S_1, S_2, S_3$  ve  $S_4$  olmak üzere,

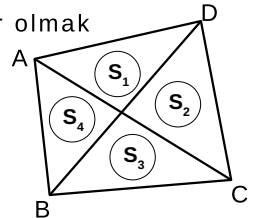
$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4 \text{ tür.}$$

**Örnek...11 :**

ABCD dörtgeninde

[AC] ve [BD] köşegenler olmak üzere

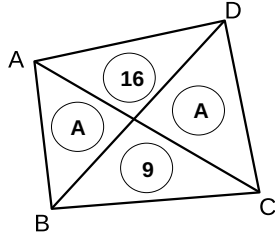
$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_4}{S_3}$  olduğunu gösteriniz.



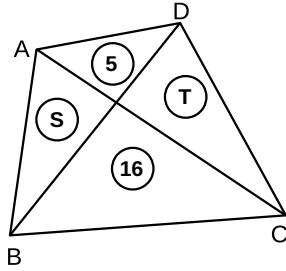
**Örnek...12 :**

ABCD dörtgen [AC], [BD] köşegenlerdir. Şekilde daire içinde birim kare cinsinden alanlar verilmiştir.

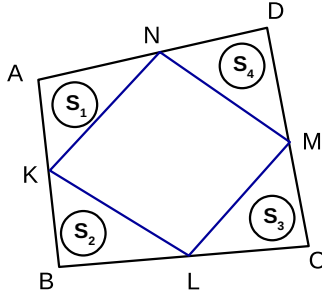
Buna göre  $\frac{|AD|}{|BC|}$  oranı kaçtır ?

**Örnek...13 :**

ABCD dörtgeninin köşegenleri ile dört üçgen alanı şekildedeki gibi oluşturuluyor. S ve T tamsayı olduğuna göre, Alan(ABCD) en küçük kaç  $\text{cm}^2$  olur?

**UYARI**

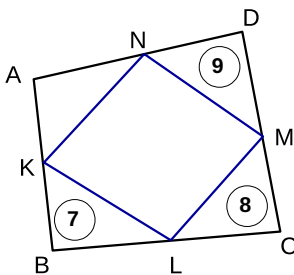
ABCD dörtgeninde K, L, M, N bulundukları kenarların orta noktalarıdır.  $|AC|=e$  birim,  $|BD|=f$  birim olmak üzere,



- 1) KLMN dörtgeni paralelkenardır.
- 2) Çevre(KLMN) =  $e+f$  dir.
- 3) Alan(KLMN) =  $\frac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$  dir.
- 4)  $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$  tür.

**Örnek...14 :**

ABCD dörtgeninde K, L, M, N bulundukları kenarların orta noktalarıdır. Daire içinde verilenler birim kare cinsinden, içinde bulundukları üçgenlerin alanları ise KLMN dörtgenin alanı AKN üçgenin alanının kaç katıdır?

**Örnek...15 :**

Alanı  $68 \text{ cm}^2$  olan bir dörtgenin üç kenarının orta noktaları birleştirilerek elde edilen üçgensel bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

**Örnek...16 :**

Bir mimar, dört köşeli bir arazi üzerinde yalnızca kenar orta noktalarını birleştirerek dekoratif bir cam panel tasarlamaktadır.

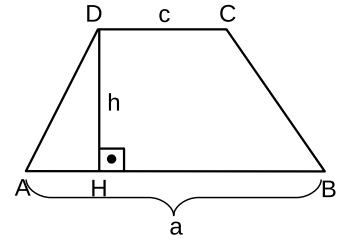
Tasarlanan üçgen panelin kenar uzunlukları

$6\sqrt{5}$ ,  $6\sqrt{5}$  ve 12 metre olduğuna göre,

Arazinin tamamının alanı kaç metrekaredir?

ABCD yamuk  
[AB]//[CD]

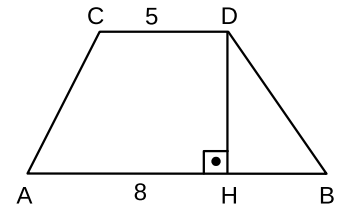
$|AB|=a$  br  
 $|CD|=c$  br  
 $|DH|=h$  br  
olmak üzere,



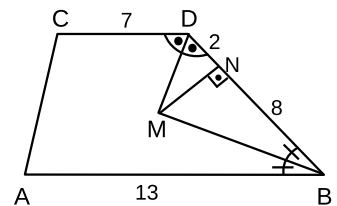
$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

**Örnek...17 :**

ABDC bir yamuk  
[AB]//[CD]  
[DH]⊥[AB]  
AH=8 br  
CD=5 br  
BD=|DH|+1=13 br  
olduğuna göre,  
Alan(ABDC) kaç  
birim karedir?

**Örnek...18 :**

ABDC bir yamuk  
[AB]//[CD]  
[DM] ve [BM]  
iç açıortay  
[MN]⊥[BD]  
DN=2 br  
BN=8 br  
CD=7 br  
AB=13 br  
olduğuna göre,  
Alan(ABDC) kaç  
birim karedir?

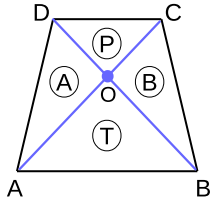


Yamuk ve çember içindeki harfler içinde bulundukları üçgenlerin alanları olmak üzere:

i)  $A=B$

ii)  $A^2=P.T$  ve

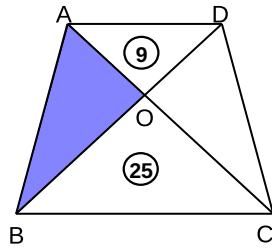
iii)  $\text{Alan}(ABCD) = (\sqrt{P} + \sqrt{T})^2$



**İspat**

### Örnek...19 :

ABCD bir yamuk  $[AD] \parallel [BC]$   
 $[AC]$  ve  $[BD]$   
 köşegenler.  
 $\text{Alan}(ADO) = 9 \text{ br}^2$   
 $\text{Alan}(BOC) = 25 \text{ br}^2$   
 olduğuna göre,  
 $\text{Alan}(ABO)$  kaç birim  
 karedir?



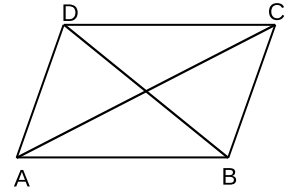
### Örnek...20 :

Geleneksel Selçuklu ahşap işçiliğinden (kündekari) ilham alan bir tasarımcı, "Matbaz" adlı yeni koleksiyonu için ikizkenar yamuk biçiminde ahşap paneller üretecektir. Bir panelin tasarım taslağında; panelin birbirine paralel olan alt ve üst kenarlarından üstteki 7 br, eş yan kenarlarından biri ise 41 br uzunluğundadır.

Tasarımcı, panelin üst köşelerinden birinden alt kenarına bir dikme (lazer kesim çizgisi) indirdiğinde, bu dikmenin alt kenarı kestiği noktanın, dikmenin indirildiği köşeye çapraz olan alt köşeye (en uzak köşeye) olan uzaklığının 16 br olduğunu ölçüyor. Buna göre, bu ahşap panellerden birinin ön yüzey alanı kaç santimetre karedir?

### Örnek...21 :

AC ve BD köşegenlerinin ABCD paralelkenarının alanını 4 eşit bölgeye ayırdığını ispatlayınız.



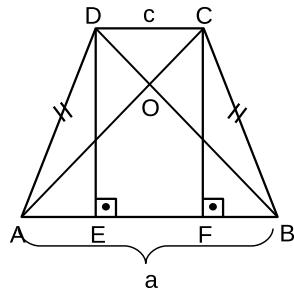
### İKİZKENAR YAMUK

ABCD yamuğunda  
 iç açılar  
 $m(\hat{A}) = m(\hat{B})$  ve  
 $m(\hat{C}) = m(\hat{D})$  dir.

Köşegenleri  
 $|AC| = |BD|$   
 $|OD| = |OB|$   
 $|OC| = |OA|$   
 Ayrıca

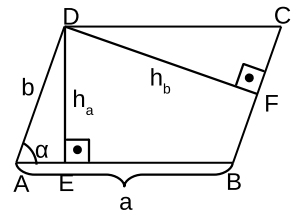
$$|AE| = |FB| = \frac{a-c}{2} \text{ dir.}$$

$$\text{Yüksekliği } |DE|^2 = h^2 = |AD|^2 - |AE|^2 \text{ dir.}$$



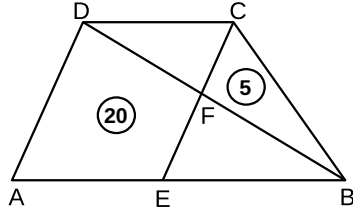
### Örnek...22 :

ABCD paralelkenar,  
 i)  $\text{Alan}(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$  ii)  $\text{Alan}(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin \alpha$   
 olduğunu gösteriniz.

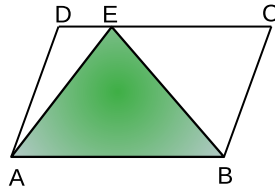


**Örnek...23 :**

ABCD yamuk  
 $[AB] \parallel [CD]$  ,  
 $[AD] \parallel [CE]$   
 $A(AEFD)=20 \text{ br}^2$   
 $\text{Alan}(BCF)=5 \text{ br}^2$   
 olduğuna göre,  
 $\text{Alan}(ABCD)$  kaç  
 birim karedir?

**Örnek...24 :**

Matbaz tasarım ofisi, bir iç mimari projesinde duvar dekorasyonu için ABCD paralelkenarı biçiminde büyük bir ahşap pano hazırlamıştır. Bu panonun üst kenarı ([DC]) boyunca hareket edebilen bir aydınlatma rayı ve bu ray üzerinde kaydırılabilen bir E spot lambası bulunmaktadır. Spot lamba açıldığında, panonun alt kenarındaki A ve B köşelerine doğru ışık huzmeleri göndererek panonun üzerinde AEB üçgeni biçiminde yeşil bir aydınlatma alanı oluşturmaktadır.

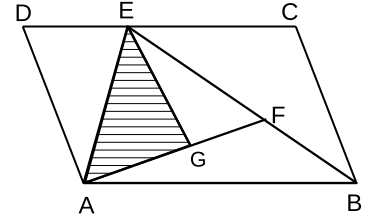


Tasarımcı, E lambası ray üzerindeki hangi noktaya kaydırılırsa kaydırılsın, yeşil aydınlatılmış üçgensel bölgenin alanının, her zaman tüm ahşap panonun alanının tam yarısı (%50'si) olacağını iddia etmektedir.

**Tasarımcının bu iddiasının doğruluğunu, taban ve yükseklik ilişkilerini kullanarak matematiksel olarak modelleyip gösteriniz.**

**Örnek...25 :**

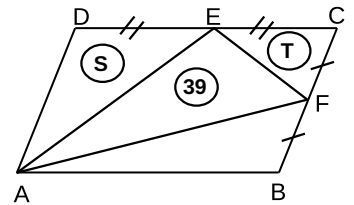
ABCD paralelkenar  
 $E \in [CD]$   
 $|EB|=4, |BF|$   
 $2, |AG|=3, |FG|$   
 $\text{Alan}(ABCD)=600 \text{ br}^2$   
 olduğuna göre,  
 $\text{Alan}(AEG)$  kaç birim karedir?

**Örnek...26 :**

"Bir çiftçinin ABCD paralelkenarı şeklindeki tarlası drone ile görüntülenecektir. DC kenarının ortasına E, BC kenarının ortasına F noktası işaretlenmiştir. Drone, A noktasından kalkıp E ve F üzerinden geçerek tarlanın üç farklı bölgesinin (ADE, AEF, ABF) görüntüsünü alıyor. Çiftçi, gübreleme maliyetini alan oranına göre ayırmak istiyor. Bölümlerin maliyet oranlarını hesaplayınız.

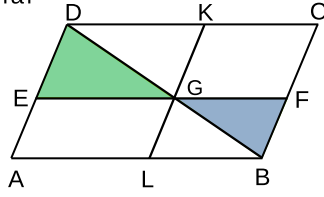
**Örnek...27 :**

ABCD paralelkenar  
 $\text{Alan}(ADE)=S \text{ br}^2$   
 $\text{Alan}(AEF)=39 \text{ br}^2$   
 $\text{Alan}(CEF)=T \text{ br}^2$   
 olduğuna göre,  $\text{Alan}(ABCD)$   
 kaç birim karedir?

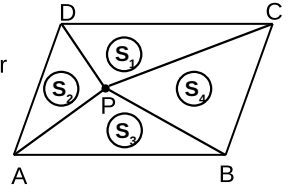


**Örnek...28 :**

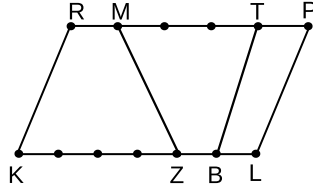
Bir şehrin paralelkenar şeklindeki park alanı içinde iki paralel yol geçmektedir: biri AB'ye paralel (EF), diğeri BC'ye paralel (KL). Yolların kesişim noktası G'de bir kavşak bulunmaktadır. Kavşağın kuzeybatı bölgesindeki yeşil alan (DEG) 9 birim<sup>2</sup>, güneydoğu bölgesindeki oyun alanı (BGF) 4 birim<sup>2</sup>'dir. Buna göre, parkın alanını hesaplayınız."

**Örnek...30 :**

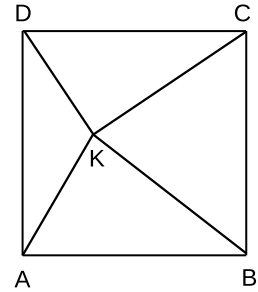
Bir belediye, paralelkenar biçimli bir parkı dört farklı bölgeye ayırarak her bölgeye bir aydınlatma direği yerleştirecektir. Direklerin konumu (P noktası) henüz kesin belirlenmemiştir. Parkın karşılıklı iki bölgesinin ( $S_1+S_3$ ) toplam alanının diğer iki bölgeye ( $S_2+S_4$ ) eşit olduğunu göstererek, her bölgeye eşit enerji bütçesi ayrılmasını savununuz.

**Örnek...29 :**

KLPR paralelkenarında [KL] 6 eşit parçaya, [PR] 5 eşit parçaya bölünmüştür. Buna göre,  $\frac{\text{Alan}(\text{MTBZ})}{\text{Alan}(\text{KLPR})}$  oranı kaçtır?

**Örnek...31 :**

ABCD bir kare,  $|KD|=4br$ ,  $|KC|=8br$ ,  $[DK] \perp [KC]$  olduğuna göre,  $\text{Alan}(\text{ABK})$  kaç birim karedir?



## DELTOİD TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Tabanları çakışık iki ikizkenar üçgenin oluşturduğu dörtgendir.

1)  $|AB|=|BC|$  ,  
 $|AD|=|DC|$

2)  $[AC] \perp [BD]$  olup  
 köşegen uzunlukları  
 eşit değildir.

3) Köşegenlerden  
 sadece biri diğerini  
 ortalar.  $|AO|=|OC|$

4) Köşegenlerden  
 sadece biri  
 açıortaydır.  $[BD]$  Açıortay.

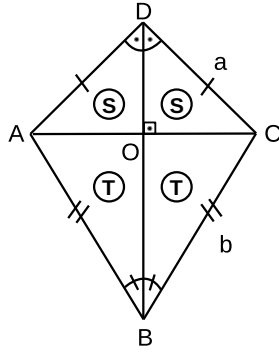
5) Köşegenlerin biri simetri eksenidir.

$[BD]$  Simetri eksenidir.

6) Çevre(ABCD)=2.(a+b)

7) Alan(ABD)=Alan(BCD) dir.

7) Alan(ABCD)=  $\frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD|$  br<sup>2</sup> dir.

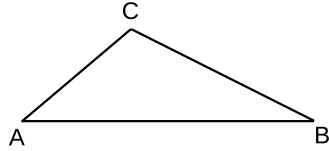


## Örnek...32 :

ABC üçgeninin AB  
 kenarına göre  
 simetriği alınıyor.

C noktasının AB  
 kenarına göre  
 simetriği olan  
 noktayı D noktası

olarak isimlendiriliyor Oluşan ACBD  
 dörtgeninde  $6m(A)=2m(C)=3.m(B)$  olduğuna  
 göre , ABCD dörtgeninin en büyük dış açısı  
 kaç derecedir?



## Örnek...33 :

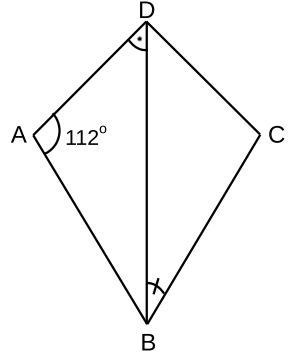
ABCD bir deltoid.

$|AD|=|CD|$

$m(\widehat{BAD})=112^\circ$

olduğuna göre,

$m(\widehat{ADB})+m(\widehat{CBD})$   
 toplamı kaç derecedir?



## Örnek...34 :

Matbaz Mimarlık tarafından tasarlanan bir  
 park projesinde, alt ve üst yürüyüş yolları  
 birbirine paralel olan ABCD dörtgeni  
 biçimindeki bir yeşil alan düzenlenecektir  
 ( $[AB] \parallel [CD]$ ).

Tasarımcı, arazinin sol sınırı olan AD kenarı  
 üzerinde bir E noktası belirliyor ve alanın  
 içine  $|EB|=|CB|$  olacak biçimde CBED deltoidi  
 şeklinde bir süs havuzu planlıyor.

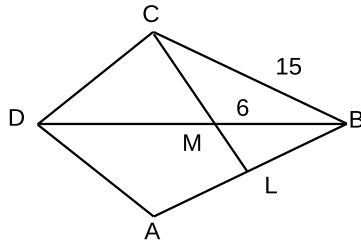
Süs havuzunun üst sınırı olan  $|CD|=4$  br,

havuzun dışında kalan  $[AE]$  sınırının  
 uzunluğu ise 6 metre olarak ölçülmüştür.

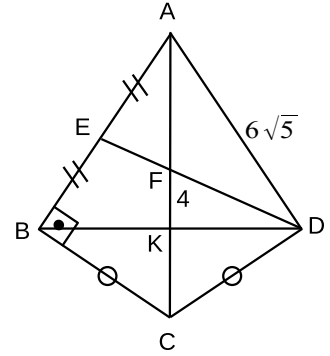
Buna göre, yeşil alanın alt yürüyüş yoluna  
 bakan AB cephesi kaç metredir?

**Örnek...35 :**

ABCD bir deltoid,  
 $|AB|=|BC|$   
 $[DC] \perp [BC]$  ,  
 $|AL|=|BL|$  ,  
 $|MB|=6br$  ,  
 $|BC|=15br$   
 olduğuna göre  
 $|DC|$  kaçtır?

**Örnek...37 :**

ABCD deltoid,  
 E, [AB] nin orta noktasıdır.  
 $[AC] \cap [BD] = \{K\}$  ,  
 $[AC] \cap [DE] = \{F\}$  ,  
 $[AB] \perp [BC]$  ,  
 $|BC|=|CD|$   
 $|FK|=4$  br  
 $|AD|=6\sqrt{5}$  br  
 olduğuna göre,  
 Alan(ABCD) kaç birim karedir?

**Örnek...36 :**

Deltoid şeklinde bir uçurtma A noktasından tutulan bir ip ile uçurulmaktadır. Uçurtmanın üst kısmı eşit kenarlara sahiptir. ( $|AB| = |AD|$ )  
 A noktasından uçurtmanın alt köşesi C ye giden doğrusal gövde çıtası üzerinde bir nokta K olmak üzere,  $|BK|=4\sqrt{3}$  br ve gövde ipi parçası  $|AK|=10$  br olup, bu iki ip arasındaki açı  $30^\circ$ 'dir. Uçurtmanın alt kenarları  $|DC|=|BC|=4\sqrt{7}$  br'dir. Buna göre, uçurtmanın yüzey alanını hesaplayınız.

**Örnek...38 :**

Bir dörtgende yalnızca bir köşegen simetri eksenini ise bu dörtgen kesin olarak deltoid midir? Tartışınız.

**Örnek...39 :**

Deltoid ile eşkenar dörtgen arasındaki benzerlik ve farklılıkları gösteren bir kavram haritası oluşturunuz.

**Örnek...40 :**

Cetvel ve pergeli kullanarak bir deltoid oluşturunuz. Hangi adımda simetriyi kullandığınızı açıklayınız.