

Günlük hayatta birçok nesne geometrik şekillerden oluşur. Kar kristalleri, futbol topu, bal peteği, tabelalar ve mimari yapılarda çokgenler görülür. Doğada da kaplumbağa kabuğu, örümcek ağı ve denizyıldızı buna örnektir. Bu şekiller estetik olmanın yanında dayanıklılık, denge ve verimlilik sağlar; bu yüzden pek çok alanda önemlidir.



DÖRTGEN

Dörtgenler sadece geometrik birer terim değil; odadaki fayanslardan futbol sahasına kadar her yerde karşımıza çıkan pratik araçlardır. Bu şekilleri ve özelliklerini bilmek, hayatını kolaylaştırır.

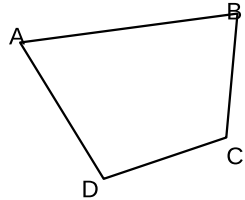
Dörtgenleri tanımak, şu gibi günlük hesaplamaları yapmayı sağlar:

- **Alan Hesabı:** Bir duvarı boyamak için kaç kutu boya gerekeceğini bilmek.
- **Çevre Hesabı:** Bahçenin etrafını kapatmak için kaç metre çit alacağını belirlemek.
- **Düzenleme:** Eşyaları bir alana en verimli şekilde yerleştirmek.

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın birleştirilmesiyle elde edilen kapalı şekle dörtgen denir.

Temel elemanlar :
4 AÇI, 4 KÖŞE,
4 KENAR dır.

Bu açılar, köşeler ve kenarlar komşu ya da karşılıklıdır

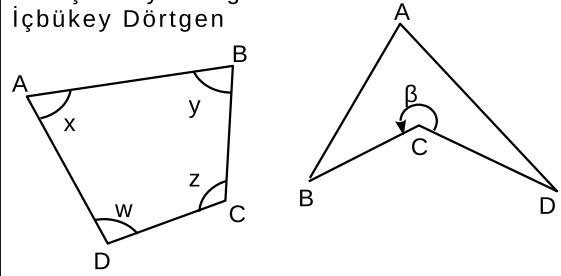


TEMEL DÖRTGENLER VE FARKLARI

Şekil	Ayırt Edici Özellik
Kare	Tüm kenarları eşit ve açıları 90° .
Dikdörtgen	Karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90° .
Paralelkenar	Karşılıklı kenarları paralel ve eşit (açılar 90° olmayabilir).
Yamuk	En az iki kenarı birbirine paralel.
Deltoid	Tabanları çakışık iki ikizkenar üçgen

DIŞBÜKEY İÇBÜKEY DÖRTGEN

Dışbükey Dörtgen
İçbükey Dörtgen



$$x, y, z, w < 180^\circ \quad \beta > 180^\circ$$

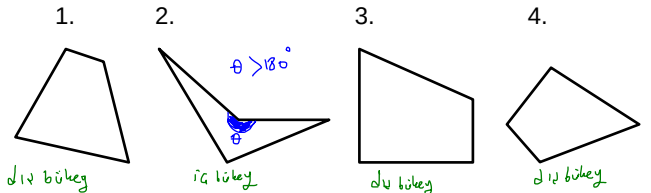
☺ : Aksi belirtilmedikçe dörtgen denildiğinde dış bükey dörtgen anlaşılacaktır.

Her bir iç açısının ölçüsü 180° 'den küçük olan dörtgenlere dışbükey dörtgen, herhangi bir iç açısının ölçüsü 180° 'den büyük olan dörtgenlere içbükey dörtgen denir.

Dışbükey dörtgenlerde köşegenler dörtgenin iç bölgesinde bulunur. İçbükey dörtgenlerde köşegenlerinden biri dörtgenin dış bölgesinde bulunur.

Örnek...1 :

Aşağıda verilen dörtgen örneklerinden hangilerinin dışbükey, hangilerinin içbükey olduklarını belirleyiniz.



ikinci şekilde bir iç açı 180° dereceden büyüktür. diğer tüm şekillerde iç açı ölçüleri 180° dereceden küçüktür

DÖRTGENİN AÇI ÖZELLİKLERİ :

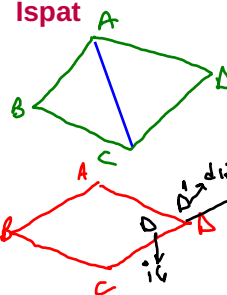
1) Dörtgenin iç açıları toplamı 360° derecedir.

(İspat alanında dörtgeni istediğiniz şekilde iki üçgene ayırınız. Her üçgenin açı toplamını kullanarak ne fark ettiniz?)

2) Dörtgenin dış açıları toplamı 360° dir.

(İspat alanında dörtgenin tüm köşelerindeki iç ve dış açıları düşünerek denklemler oluşturup dış açıların toplamı hakkında ne elde edilebilir?)

İspat



$\triangle ABC$ de iç açı toplamı 180°
 $\triangle ADC$ de " " " 180°
toplamı $\triangle ABC + \triangle ADC$ dörtgeni iç açı toplamı 360° olur.

bir köşede iç ve dış açı toplamı 180°
 $A + A' + B + B' + C + C' + D + D' = 4 \cdot 180^\circ$
İç açı 360° idi
 $360 + \text{dış açıların toplamı} = 720$
 360

Örnek...2 :

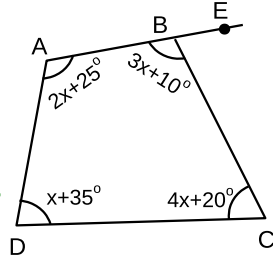
ABCD dörtgen ve A, B, E doğrusal olduğuna göre, $\widehat{CBE}$ açısı kaç derecedir?

$$\sum \text{iç açı} = 360^\circ$$

$$2x + 25 + 3x + 10 + x + 35 + 4x + 20 = 360$$

$$10x + 90 = 360 \Rightarrow x = 27$$

$$m(\widehat{CBE}) = 180 - (3x + 10) = 180 - 91 = 89^\circ$$

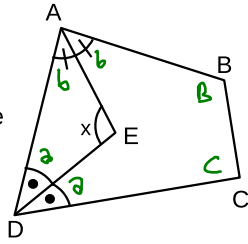
**Örnek...3 :**

Bir dörtgenin dış açıları sırasıyla 3, 4, 5, 6 sayıları ile orantılı olduğuna göre, en büyük iç açısı kaç derecedir?

$$3k + 4k + 5k + 6k = 360 \rightarrow k = 20^\circ$$

en büyük dış açı 60 $\Rightarrow$ en büyük iç açı 120°

3) Dörtgenin komşu iki iç açısının (A ve D) açılırtayları arasında kalan açının ölçüsünü, diğer iki iç açının (B ve C) ölçüleri türünden elde edip aşağıdaki genellemeyi tamamlayınız.



$$m(\widehat{AED}) = x = \frac{m(B) + m(C)}{2}$$

ispat $2a + 2b + B + C = 360$

$$-2(a + b + x) = 180$$

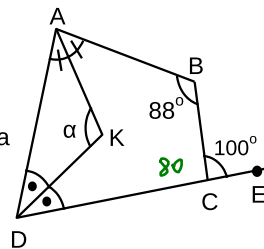
$$B + C - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{B + C}{2}$$

Örnek...4 :

ABCD dörtgeninde D, C, E doğrusaldır. A ve D köşelerinin açılırtayları K noktasında kesişmektedir.

Buna göre, $m(\widehat{AKD}) = \alpha$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

$$\alpha = \frac{80 + 88}{2} = 40 + 44 = 84$$

**Örnek...5 :**

Bir mimarlık ofisi, Matbaz Tasarım markası altında modern bir kütüphane tavanı için dörtgen şeklinde asimetric bir aydınlatma paneli tasarlıyor. Tasarım ekibi, tavanın estetik görünmesi ve ışığın homojen yayılması için paneli belirli açısıl oranlara göre yerleştiriyor.

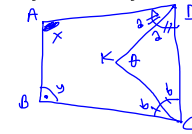
Panelin ardışık iki köşesindeki iç açılarının ölçüleri toplamı 160° olarak belirlenmiştir. Mühendisler, ışık şiddetini dengelemek amacıyla, boşa kalan diğer iki köşenin iç açılırtay doğrularının kesiştiği noktaya ana kontrol sensörünü yerleştirmek istiyor.

Sizden istenenler:

a) Model Oluşturma: Verilen mimari senaryoya uygun bir konveks dörtgen çiziniz. Ardışık iki açığı ve diğer iki açının açılırtaylarını çiziminiz üzerinde gösteriniz.

b) Açılırtaylar arasında kalan dar açının ölçüsünü bulunuz. Çözümünüzü yaparken sadece formül kullanmak yerine, dörtgenin iç açılar toplamından yola çıkarak adım adım ispat felsefesiyle denklemini kurunuz.

c) Maarif Yorumu: Tasarım ekibi ilk iki açının toplamını 160° yerine daha geniş bir açı yapsaydı, sensörün bulunduğu yerdeki dar açının ölçüsü nasıl değişirdi? Yorumlayınız.



$$\begin{aligned} x + y &= 160 \\ x + y + 2a + 2b &= 360 \\ 2a + 2b &= 100 \\ 2a + 2b + 2 &= 180 \\ 2 &= 80 \end{aligned}$$

Toplam 160'dan büyük olursa 2 artar
(2 = toplam)
 $\frac{2}{2} = 80$

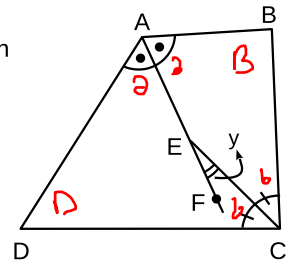
Örnek...6 :

ABCD dörtgeninde, $m(\widehat{BAD}) = 100^\circ$

$m(\widehat{CEB}) = 85^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$

açısının ölçüsü kaç derecedir? $85 = \frac{100 + x}{2} \Rightarrow x = 70$

4) Dörtgende karşılıklı iki iç açının açılırtaylarının kesişmesiyle oluşan dar açının ölçüsü, diğer iki iç açının (şekilde B ve D) ölçüleri türünden elde edip aşağıdaki genellemeyi tamamlayınız.



$$m(\widehat{CEF}) = y = \frac{m(B) - m(D)}{2}$$

ispat

$$-2(a + b) + 180 - y + B = 360$$

$$+ 2a + 2b + B + D = 360$$

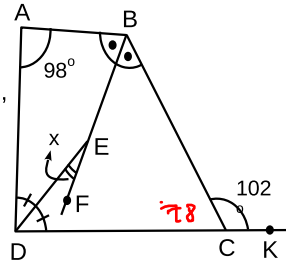
$$-360 + 2y + D - B = -360$$

$$y = \frac{B - D}{2}$$

Örnek...7 :

ABCD dörtgeninde B, E, F ve D, C, K doğrusaldır. Buna göre, $m(\widehat{FED}) = x$ açısı kaç derecedir?

$$x = \frac{98 - 78}{2} = 10$$

**Örnek...8 :**

Bir endüstriyel tasarım fabrikasında, dörtgen biçimindeki sabit bir platform (ABCD) üzerinde iki farklı yöne hareket edebilen mekanik kollar tasarlanmıştır.

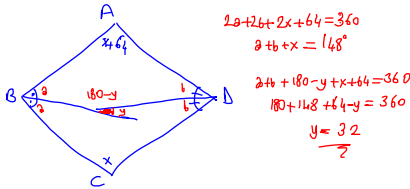
B ve D köşelerinde bulunan motorlar, bulundukları köşelerin açılarını her zaman tam ortadan ikiye bölecek şekilde (açıortay doğrultusunda) BF ve DE hatları boyunca hareket etmektedir.

Yazılımdaki bir hatadan dolayı, platformun A köşesindeki sabit açının ölçüsü, C köşesindeki açının ölçüsünden her zaman 64° fazla olmak zorundadır ($m(A) = m(C) + 64^\circ$).

Kolların hareket mekanizması, doğrusal olan B, E, F hattı ile DE hattının kesiştiği E noktasındaki y yönlendirme açısına göre kalibre edilmektedir. Buna göre :

a) Verilen doğrusal hatları ve açıortay ilişkilerini kullanarak $m(\widehat{BED}) = y$ açısının kaç derece olduğunu, hazır formül kullanmadan dörtgenin ve üçgenlerin iç açılar toplamından yararlanarak adım adım hesaplayınız.

b) Mühendisler A ve C köşeleri arasındaki açı farkını (64°) sabit tutup, C açısını 10° büyüterek platformu yeniden tasararlarsa, robotik kolun kalibrasyon açısı olan y değeri bu değişimden nasıl etkilenir? Varsayımınızı matematiksel olarak gerekçelendiriniz.

**Örnek...9 :**

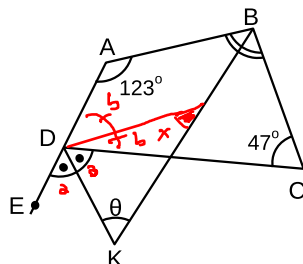
ABCD dörtgeninde A, D, E doğrusal [DK] ve [BK] açıortaydır. Verilenlere göre, $m(\widehat{BKD}) = \theta$ kaç derecedir?

$$x = \frac{123 - 47}{2} = 38$$

$$2x + 6 = 90$$

$$2x + 6 + \theta + x = 180$$

$$\theta = 52$$

**Örnek...10 :**

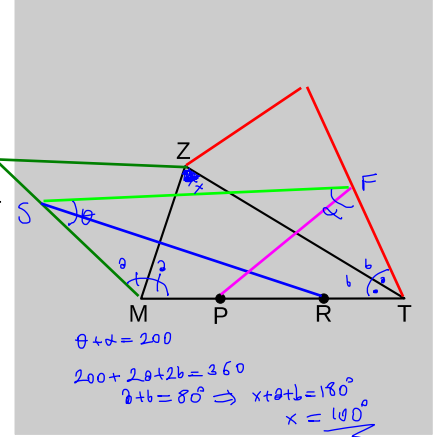
MTZ üçgeni şekilde kâğıt üzerine çizilmiştir.

$P, R \in [MT]$.

Kâğıt ZM boyunca katlandığında R noktasının kâğıtta karşılık geldiği nokta S; ZT boyunca katlandığında P noktasının kâğıtta karşılık geldiği noktayı F dir.

SMTF dörtgeninde $MT \parallel SF$ ve

$m(\widehat{MSF}) + m(\widehat{SFT}) = 200^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{MZT})$ kaçtır?

**Örnek...11 :**

Tabloda dörtgenlere göre açı özelliklerini daima doğru olacak şekilde doldurunuz

	İç açı toplamı	Dış açı toplamı	İç açıları eşittir (tamsı)	Karşılıklı açıları eşittir (tamsı)	Komşu iç açıları bütünlerdir (tamsı)
Paralelkenar	360	360	x	✓	✓
Eşkenar Dörtgen	360	360	x	✓	✓
Dikdörtgen	360	360	✓	✓	✓
Kare	360	360	✓	✓	✓
Yamuk	360	360	x	x	x
Dik Yamuk	360	360	x	x	x
İkizkenar yamuk	360	360	x	x	x
Deltoid	360	360	x	x	x

Örnek...12 :

ABCD dikdörtgen

$|AB| = |BE| = 2, |EC|$

$m(\widehat{DBE}) = 12^\circ$ ise

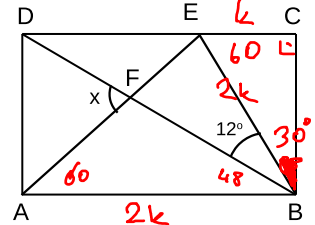
$m(\widehat{AFD}) = x$ kaç

derecedir?

$$\widehat{BEC} = 30 - 60 - 90 (k - 2k)$$

$$\widehat{EAB} \text{ zikenzir}$$

$$x = 60 + 48 = 108^\circ$$



Örnek...13 :

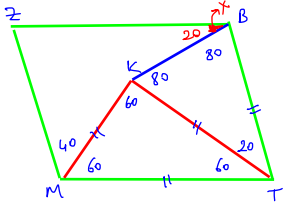
Bir restorasyon mimarı, geleneksel Selçuklu mimarisindeki taş süslemelerini ve çini desenlerini inceleyerek bir yüzey kaplama tasarımı hazırlıyor. Mimar, motifin merkezini oluşturmak için bir eşkenar dörtgen (MTBZ) ve bu dörtgenin taban kenarını ortak kullanan bir eşkenar üçgen (MTK) motifi tasarlayıp bunları iç içe yerleştiriyor.

Görsel estetiği korumak adına desenler yerleştirilirken $m(\angle KMZ) = 40^\circ$ olacak şekilde bir açısal hizalama yapılıyor. Çini ustası, desenin üst birleşim noktalarını sabitlemek için K noktasından B köşesine doğrusal bir bağlantı çitası çekiyor.

Sizden istenenler:

a) Süsleme sanatında simetri ve kenar eşitlikleri hayati önem taşır. Tasarımdaki eşkenar dörtgen ve eşkenar üçgenin kenar özelliklerini (gizli ikizkenar üçgenleri) analiz ederek, bağlantı çitasının üst kenarla yaptığı $m(\angle KBZ) = x$ açısını adım adım hesaplayınız.

b) Mimar, motifi daha dar bir alana sığdırmak amacıyla MTBZ eşkenar dörtgeninin M açısını küçülterek deseni yeniden tasarlasaydı (40° açı küçülseydi), x açısının ölçüsü nasıl değişirdi? Çıtadaki bu açısal değişimin yönünü formülsüz, mantıksal olarak yorumlayınız.



M açısı küçültülünce MZ ışını, sabit kalan MK ışınına yaklaşır. Böylece $m(\angle KMZ)$ olan 40° lik açı daralır. Bu daralmayla birlikte bağlantı çitası BK, üst kenar BZ'ye doğru yaklaşır. Dolayısıyla çitanın üst kenarla yaptığı x açısı da **küçülür**. Yani desen daraltıldıkça bağlantı çitası daha dik bir konuma gelir. Özetle: 40° küçülürse x de küçülür

Örnek...14 :

ABCD yamuk

$[AB] \parallel [CD]$

$|BC| = |CE|$

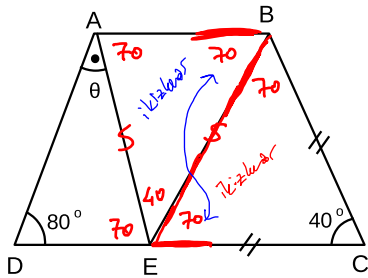
$|AE| = |BE|$

$m(\angle ADC) = 80^\circ$

$m(\angle BCE) = 40^\circ$

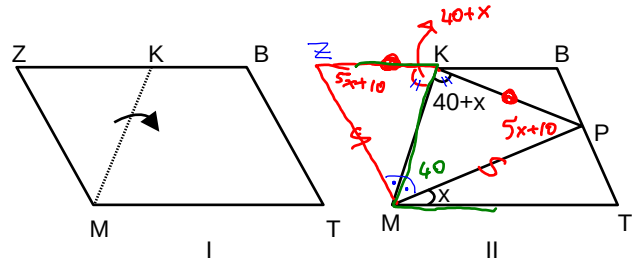
olduğuna göre,

$m(\angle DAE) = \theta$ kaç derecedir?



$$80 + \theta + 70 = 180$$

$$\theta = 30^\circ$$

Örnek...15 :

Yukarıda I şeklinden görülen MTBZ paralelkenarının ZM kenarı MK doğru parçası boyunca katlandığında Z noktası BT kenarı üzerindeki P noktasına gelerek şekil II oluşuyor. $m(\angle MKP) = m(\angle TMP) + 40$ ve $m(\angle MPK) = 5 \cdot m(\angle TMP) + 10$ olduğuna göre $m(\angle TBZ)$ kaçtır?

$$40 + 40 + x + 5x + 10 = 180 \Rightarrow 6x + 90 = 180$$

$$x = 15$$

$$\begin{aligned} m(\angle TBZ) &= 180 - (5x + 10) \\ &= 170 - 5 \cdot 15 \\ &= 95 \end{aligned}$$

DÖRTGENLERDE UZUNLUK BAĞINTILARI

Örnek...16 :

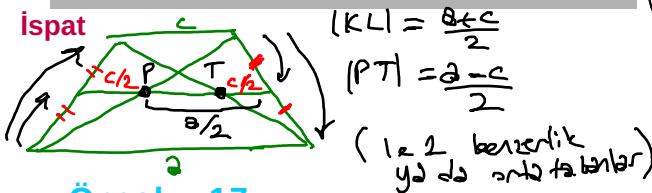
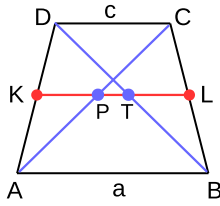
Tabloda dörtgenlere göre kenar özelliklerini daima doğru olacak şekilde doldurunuz

	Tüm kenarlar eşittir	Karşılıklı kenarlar eşittir	Karşılıklı kenarlar paraleldir
Paralelkenar	×	✓	✓
Eşkenar Dörtgen	✓	✓	✓
Dikdörtgen	×	✓	✓
Kare	✓	✓	✓
Genel Yamuk	×	×	×
Dik yamuk	×	×	×
İkizkenar yamuk	×	×	×
Deltoid	×	×	×

YAMUKTA ORTA TABAN

ABCD yamuğunda, K ve L kenarlarının orta noktaları olmak üzere, [KL] orta tabandır. [KL]'nu yamuğun alt tabanı (a) ve üst tabanı (c) türünden elde ederek genellemeyi tamamlayınız. (Üçgende benzerlik kavramından yola çıkınız.)

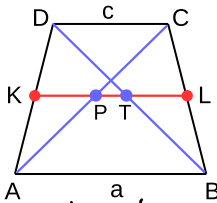
$$|KL| = \frac{a+c}{2}$$



Örnek...17 :

Yandaki yamukta [KL] orta tabandır. Buna göre,

i) P ve T noktalarının üzerinde bulundukları köşegenlere göre konumları hakkında varsayımlarda bulununuz. a, c türünden elde edilebilir



ii) P ve T noktalarının köşegenler üzerindeki konumlarından hareketle, |PT| uzunluğunu alt taban (a) ve üst taban (c) cinsinden elde ederek genellemeyi tamamlayınız.

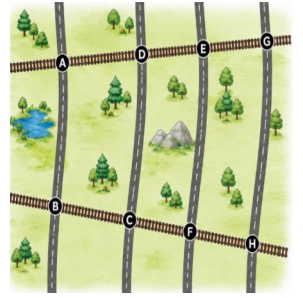
$$|PT| = \frac{a-c}{2}$$

$$|KP| = \frac{|DC|}{2} = |TL|$$

$$|PL| = |TK| = \frac{|AB|}{2}$$

Örnek...18 :

Bir bölgede kuzey-güney doğrultusunda uzanan dört ana otoyol birbirine paraleldir. Bu otoyollar üzerinde bulunan şehirler iki farklı demiryolu hattı ile birbirine bağlanmaktadır. Üst demiryolu hattı üzerinde sırasıyla doğrusal konumda A, D, E ve G şehirleri; alt demiryolu hattı üzerinde ise doğrusal konumda B, C, F ve H şehirleri bulunmaktadır.

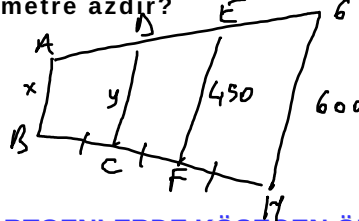


Yapılan ölçümlerde:

- H ile G şehirleri arasındaki mesafe 600 km,
- E ile F şehirleri arasındaki mesafe 450 km,
- $|BC| = |CF| = |FH|$

olarak bilinmektedir.

Buna göre, A ile B şehirleri arasındaki mesafe D ile C arasındaki mesafeden kaç kilometre azdır?



$$\begin{aligned} \frac{y+600}{2} &= 450 \\ y &= 300 \\ \frac{x+450}{2} &= 300 \text{ (y)} \\ x &= 150 \\ x-y &= 150 \text{ km} \end{aligned}$$

DÖRTGENLERDE KÖŞEĞEN ÖZELLİKLERİ

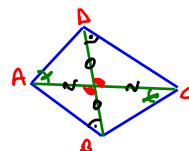
Örnek...19 :

Tabloda dörtgenlere göre kenar özelliklerini daima doğru olacak şekilde doldurunuz

	Köşegenler uzunlukları eşittir	Köşegenler birbirini ortalar	Köşegenler birbirine diktir.	Köşegenler açıortaydır
Paralelkenar	×	✓	×	✓
Eşkenar Dörtgen	×	✓	✓	✓
Dikdörtgen	✓	✓	×	×
Kare	✓	✓	✓	✓
Genel Yamuk	×	×	×	×
Dik yamuk	×	×	×	×
İkizkenar yamuk	✓	×	×	×
Deltoid	×	×	✓	×

Örnek...20 :

Bir dörtgen çiziliyor. Köşegenlerin birbirini ortalamadığı görülüyor. Bu bilgi tek başına dörtgenin paralelkenar olduğunu söylemek için yeterli midir? Gerekçelendiriniz.



İçerideki eşikler analitik olarak ele alınarak eşitlikler elde edilir. $DE \parallel AB$ ve $AE \parallel DC$ ABCD paralelkenar olduğunu gösterir. Çarpışma noktası Köşegenlerin birbirini ortalamadığı görülüyor. Bu bilgi tek başına dörtgenin paralelkenar olduğunu söylemek için yeterli midir? Gerekçelendiriniz.

Örnek...21 :

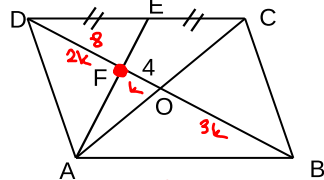
Bir öğrenci "Köşegenleri eşit olan her dörtgen dikdörtgendir." iddiasında bulunuyor. Bu iddiayı değerlendiriniz. Karşı örnek veriniz.

İddia yanlıştır. İkizkenar yamukta köşegen eşittir. $(AC) = (BD)$ ama dikdörtgen değildir.

Örnek...22 :

ABCD paralelkenar, E orta nokta ve O köşegenlerin kesim noktasıdır.

$|OF| = 4$ cm ise $|BD|$ kaç cm dir?

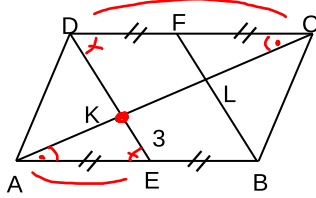


F $\triangle ADC$ de ağırlık merkezidir. $(2k, k)$ paralelkenar köşegenler birbirini ortalar $\Rightarrow (OB) = 12$ cm $(BD) = 24$ cm

Örnek...23 :

ABCD paralelkenar, [AC] köşegen

E ve F bulundukları kenarların orta noktası ve $|KE| = 3$ cm ise $|BF|$ kaç cm dir?

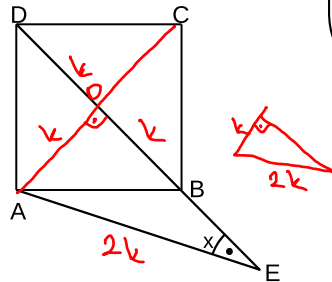


$A\hat{E}K \sim C\hat{D}K$ (oran $1/2$) $\Rightarrow (DK) = 6$ cm

Örnek...24 :

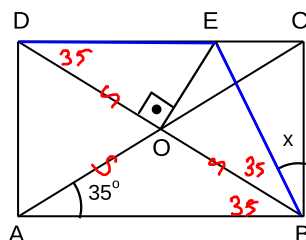
ABCD bir karedir. $|AE| = |BD|$ ise $m(\widehat{AED}) = x$ kaç derecedir?

$\triangle AOB$ 30-60-90 $x = 30^\circ$

**Örnek...25 :**

ABCD dikdörtgeninde O köşegenlerin kesim noktasıdır. $[BD] \perp [EO]$

$m(\widehat{BAC}) = 35^\circ$ ise $m(\widehat{CBE}) = x$ kaç derecedir?



$x + 70 = 90$
 $x = 20$

Örnek...26 :

Bir mobil strateji oyununda, kare şeklindeki bir haritanın (ABCD) köşelerinde dört farklı oyuncunun kalesi bulunmaktadır.

$\frac{3}{4}$ D kalesinden B kalesine uzanan doğrusal bir güvenli ticaret yolu ([BD] köşegeni) inşa edilmiştir.

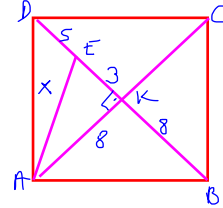
$\frac{3}{4}$ A kalesindeki oyuncu, bu ticaret yolunu gözetlemek amacıyla yol üzerindeki bir E noktasına askeri bir karakol kuruyor.

$\frac{3}{4}$ Karakolun B kalesine olan uzaklığı 11 br, D kalesine olan uzaklığı ise 5 br olarak ölçülmüştür.

Buna göre:

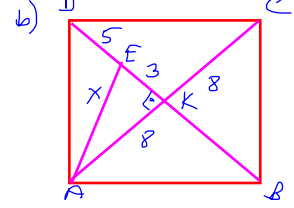
a) Karakolun A kalesine olan kuş uçuşu uzaklığını ($|AE| = x$) bulmak için, kare haritanın köşegen özelliklerini (diklik ve ortalama ilişkilerini) kullanabileceğiniz ek bir hat çiziniz. Bu doğrultuda oluşan dik üçgenlerden yararlanarak x değerini adım adım hesaplayınız.

b) Karakol B kalesine daha yakın olacak şekilde ticaret yolu ([BD]) üzerinde aşağıya doğru kaydırılsaydı (yani $|BE|$ uzunluğu küçülürken $|DE|$ uzunluğu büyüseydi), karakolun A kalesine olan uzaklığı (x) nasıl değişirdi? Hareket boyunca x'in alabileceği en küçük değer hangi geometrik durumda gerçekleşirdi? Yorumlayınız.



$$x^2 = 8^2 + 3^2$$

$$x = \sqrt{73}$$



E noktası K ya gelene kadar x küçülür ve K da en küçük değeri olan 8 olur. sonra B ye yaklaştıkça tekrar büyür.

Örnek...27 :

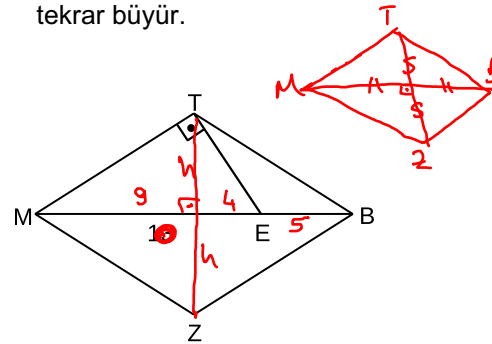
[BM], MTBZ eşkenar dörtgeninin köşegeni, TEM dik üçgen ve $MT \perp ET$ dir. $|ME| = 13$ br $|BE| = 5$ br olduğun göre, $|TE|$ kaç birimdir?

MTE de Öklid

$$h^2 = 9 \cdot 4$$

$$h = 6$$

$$|TE| = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ br}$$



Örnek...28 :

Bir inşaat firması, dikdörtgen biçimindeki bir hangar kapısının ABCD rüzgâra karşı dayanıklılığını artırmak amacıyla çelik destek profilleri kullanmaktadır. Yüksekliği [BC] olan kapının köşeleri aşağıdaki gibi saat yönünde adlandırılmıştır.

☐ ABCD bir dikdörtgendir.

☐ Kapının içindeki ana destek profili [AC]'dir.

☐ B köşesinden kapının dışındaki hidrolik mekanizmanın bağlantı noktası olan E noktasına [BE] hidrolik kolu bağlanmıştır.

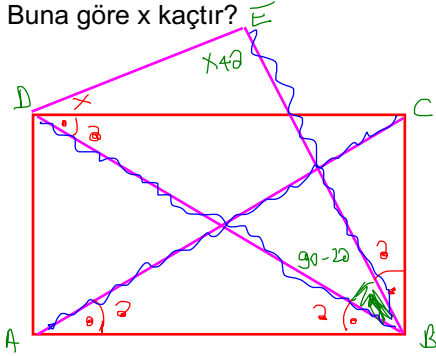
☐ Kapının dış tarafında bulunan E noktası, D ve C noktalarının oluşturduğu üst kenarın dışındaki hidrolik mekanizmanın bağlantı noktasıdır.

☐ E noktası, D noktasından geçen ve DC kenarıyla **sabit x açısı** yapan [DE] destek profili üzerindedir.

☐ Tasarım gereği |AC|=|BE| ve $m(\angle BAC)=m(\angle CBE)$ olacak şekilde sistem ayarlanmıştır.

☐ Kapının dışındaki DE profili, mekanizmanın tasarımı gereği **kapının genişliği değişse bile aynı doğrultuda tutulmaktadır**. Bu nedenle $m(\angle EDC)=x$ sabit kalmaktadır.

Buna göre x kaçtır?



$$2(x + 2) + 90 - 2x = 180$$

$$x = 45^\circ$$

Örnek...29 :

ABCD dörtgeninde,

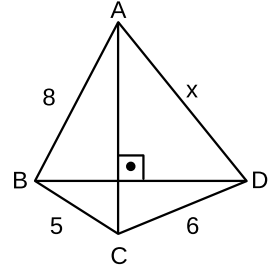
$[AC] \perp [BD]$,

$|AB|=8$ cm

$|BC|=5$ cm ve

$|CD|=6$ cm ise

$|AD|=x$ kaç cm dir?



$$5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 75$$

$$x = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

Örnek...30 :

ABCD dörtgeninde,

$[AC] \perp [BD]$,

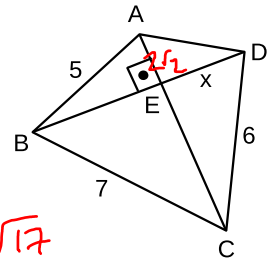
$|AB|=5$ cm,

$|BC|=7$ cm,

$|CD|=6$ cm ve

$|AE|=2\sqrt{2}$ cm ise

$|ED|=x$ kaç cm dir?

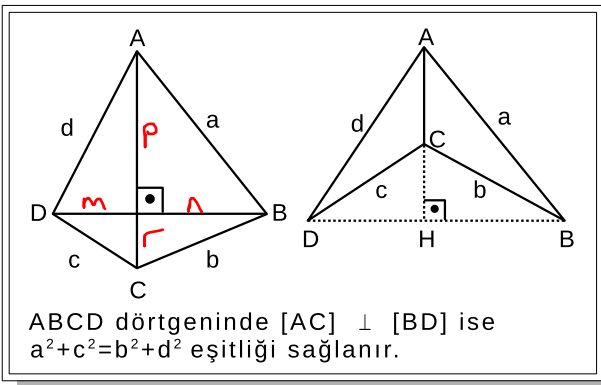


$$|BE| = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{17}$$

$$|EC| = \sqrt{7^2 - \sqrt{17}^2} = \sqrt{32}$$

$$x^2 + 32 = 6^2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

KÖŞEĞENLERİ DİK KESİŞEN DÖRTGEN :



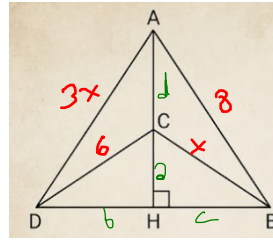
İspat

$$\left. \begin{aligned} d^2 &= m^2 + p^2 \\ a^2 &= p^2 + n^2 \\ c^2 &= m^2 + r^2 \\ b^2 &= n^2 + r^2 \end{aligned} \right\}$$

$$m^2 + p^2 + n^2 + r^2 = d^2 + b^2 = a^2 + c^2$$

Örnek...31 :

Matbaz Tasarım Atölyesi, rüzgâr direncini en aza indirmek için köşegenleri dik kesişen ABCD içbükey (konkav) dörtgeni formunda profesyonel bir uçurtma tasarlıyor.



Uçurtmanın ana iskeletini, taşıyıcı omurga olan AC köşegenini taşıyan [AH] doğrultusu ile kanat açıklığını sağlayan [BD] (dışsal köşegen [BD]) çitası oluşturmakta ve bu iki çita aerodinamik denge için birbirine dik ([AH] $\perp$ [BD]) kesilmektedir.

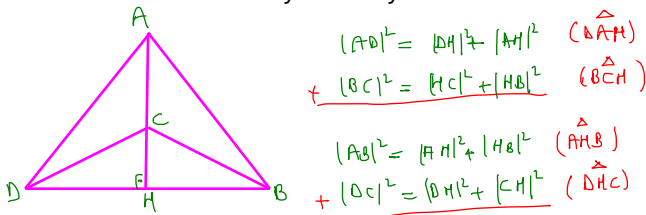
Kanat gerginliğini sağlayan dış iplerden $|AB| = 8$ br ve iç denge ipi $|CD| = 6$ br olarak sabitlenmiştir.

Uçuş dengesini simetrik olmayan bir yapıda kurmak amacıyla sol üst kenar ([AD]), sağ alt kenarın ([BC]) tam 3 katı uzunluğunda olacak şekilde kalibre edilmiştir.

Buna göre:

a) Doğrudan hazır kural kullanmak yerine; kesişim noktası H'de oluşan dik üçgenlerde Pisagor teoremini uygulayınız. Buradan yola çıkarak köşegenleri dik kesişen dörtgenlerdeki $|AB|^2 + |CD|^2 = |AD|^2 + |BC|^2$ genellemesini ispatlayınız ve kurduğunuz denklemi çözerek |AD| uzunluğunu hesaplayınız.

b) Uçurtmanın rüzgâr tutuş açısını değiştirmek için C bağlantı düğümü, uçurtmanın içbükey formu bozulmayacak şekilde omurga ([AH]) üzerinde aşağıya, yani H noktasına doğru kaydırılsaydı; iskeletin diklik durumu ve kanat açıklığı ([BD]) değişmediğinde |CD| ve |BC| ip uzunlukları bu durumdan nasıl etkilenirdi? Geometrik olarak yorumlayınız.



diklenince taraf tarafı taylanmaları sonucu eşittir.

$$\Rightarrow |AB|^2 + |CD|^2 = |AD|^2 + |BC|^2$$

$$(3x)^2 + x^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow 10x^2 = 100 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$|AD| = 3 \times \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ br}$$

b) İki uzunluk da küçüldü. Dik kenarlarından biri sabit kalırken diğeri azalıyorsa hipotenüs küçülür (küçülür)

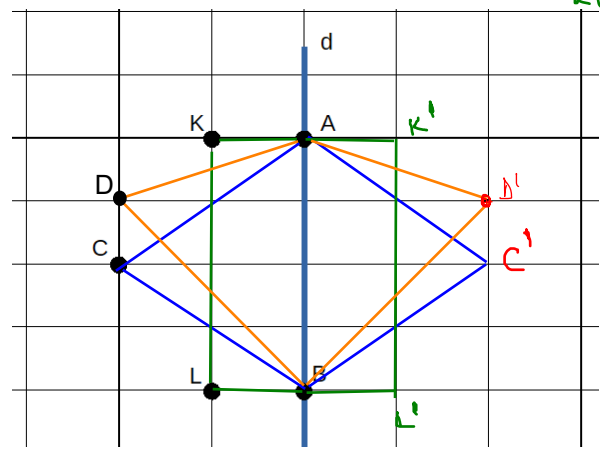
DÖRTGENLERDE SİMETRİ ÖZELLİKLERİ**Örnek...32 :**

Aşağıda birim kareli zemin üzerinde çizilmiş bir d doğrusu ve işaretlenmiş bazı noktalar verilmiştir. Verilen işlem basamaklarını uygulayarak soruları cevaplayınız.

i) ABC üçgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz dörtgeni tanımlayınız. *Elde edilen dörtgen ACBC'*

ii) ABD üçgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz dörtgeni tanımlayınız. *Deltoid ADBD'*

iii) ABLK dörtgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz dörtgeni tanımlayınız. *Dikdörtgen KK'L'L*

**Örnek...33 :**

Tabloda dörtgenlere göre kenar özelliklerini daima doğru olacak şekilde doldurunuz

	Köşegenler simetri eksenidir	Karşılıklı paralel kenarlarının orta noktalarından simetri eksenini geçer.	Simetri eksen sayısı
Paralelkenar	X	X	—
Eşkenar Dörtgen	✓	X	2
Dikdörtgen	X	✓	2
Kare	✓	✓	4
Genel Yamuk	X	X	—
Dik yamuk	X	X	—
İkizkenar yamuk	X	✓	1
Deltoid	X	X	1

Örnek...34 :

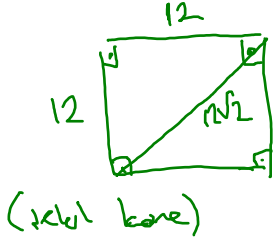
Bir dörtgenle ilgili aşağıdaki bilgileri vermiştir.

I . Dörtgenin dört simetri eksenı vardır.

II . Simetri eksenlerinden oluşan küme

$S=\{12,a\}$ kümesidir

Buna göre, dörtgenin çevresi en çok kaç birim olur?



$$d = 12\sqrt{2}$$

$$G = 12 \cdot 4 = 48 \text{ br}$$

Örnek...35 :

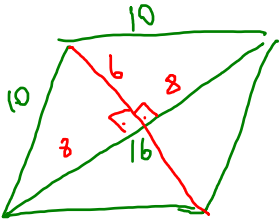
Bir dörtgenle ilgili aşağıdaki bilgileri vermiştir.

I . Dörtgenin en az iki simetri eksenı vardır.

II . Dörtgenin kenar uzunlukları eşit ve 10'ar cm'dir.

III. Simetri eksenlerinden birinin dörtgen içinde kalan parçasının uzunluğu 16 cm'dir.

Buna göre dörtgenin köşegen uzunlukları toplamının kaç cm olduğunu bulunuz



köşegen uzunlukları
16 ve 12
toplam 28