

ANALİTİK GEOMETRİ - 1

TEMEL KAVRAMLAR

ANALİTİK DÜZLEM

Her noktası bir reel sayıya karşılık gelen doğuya koordinat (sayı) doğrusu denir.

Bir P noktası x reel sayısı ile eşleştirildiğinde P noktasının koordinatı x olur ve koordinatı x olan P noktası $P(x)$ şeklinde yazılır.

$L(-2)$ $O(0)$ $P(x)$ $B(23)$

A(a) ve B(b) noktaları arası uzaklık $|a-b|$ ile gösterilir.

Örnek...1 :

Sayı doğrusu üzerinde A(2) noktasına uzaklığı en fazla 3 birim olan noktaların koordinatlarını temsil edecek bir ifade yazınız.

DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTA KOORDİNALARI

Koordinat doğrusunda A(a), B(b) ve C(c) noktaları verilsin.

$A(a)$ $C(c)$ $B(b)$

C noktası $[AB]$ doğru parçasının orta noktası ise ($|AB| = |BC|$)

$c = \frac{a+b}{2}$ eşitliği geçerlidir.

Örnek...2 :

Koordinat doğrusunda K(11) ile L(29) noktalarının orta noktası M(m) olduğuna göre m kaçtır?

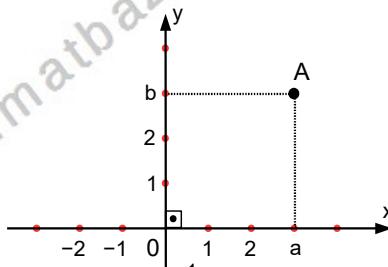
Örnek...3 :

Koordinat doğrusunda A(-1) ve B(19) noktaları veriliyor. $C \in [AB]$ olmak üzere, $\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{2}{3}$ koşulunu sağlayan C noktasının koordinatını bulunuz.

DİK KOORDİNAT DÜZLEMİ

İki sayı doğrusunun dik kesişmesiyle oluşan düzleme, dik koordinat düzlemi veya analitik düzlem denir.

Yatay
eksen O_x
ekseni
veya apsis
ekseni,
dikey
eksen O_y
ekseni
veya
ordinat
ekseni



olarak adlandırılır. $O_x \perp O_y$ ve $O_x \cap O_y = \{O\}$ dır. Buradaki kesim noktası olan O'ya koordinat başlangıcı (ORİJİN) denir.

HATIRLATMA

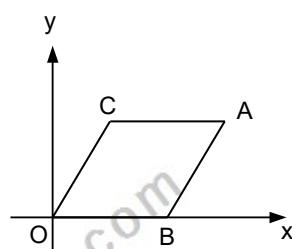
Apsisi a ve ordinatı b olan nokta analitik koordinat düzleminde A(a,b) ile belirtilir.

Örnek...4 :

$K(x-3,y+2)$ noktasının x eksenine uzaklığı 4 birim ve y eksenine uzaklığı 3 birimse x.y çarpımının en küçük değeri kaçtır?

Örnek...5 :

OBAC eşkenar dörtgendir. $C(6,8)$ ise Çevre(OBAC) kaçtır?

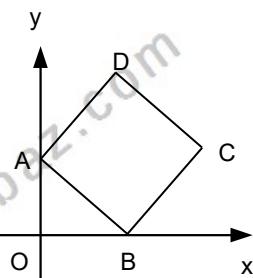


ANALİTİK GEOMETRİ - 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...6 :

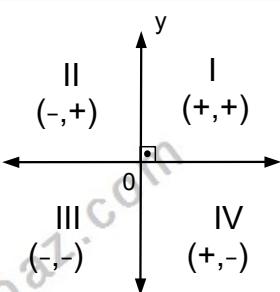
ABCD kare
D(6,14) ise
Alan(ABCD) kaç
birim karedir?



ANALİTİK KOORDİNAT DÜZLEMİNDE BÖLGELER

O_x eksen ve O_y ekseninin kesişmesiyle düzlem dört bölgeye ayrılır.

(Eksenlerin bu dört bölgeyle kesişimi boştur.)



Örnek...7 :

$A(m, n)$ noktası analitik düzlemin II. bölgesinde bir nokta ise $B(m-n, m.n)$ noktası hangi bölgede olabilir?

Örnek...8 :

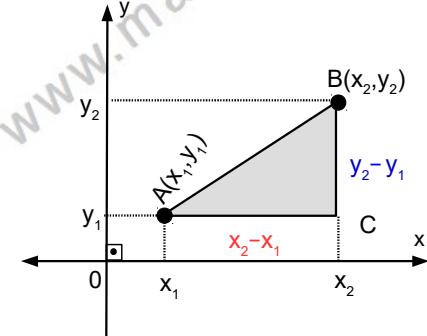
$K(m, n)$ noktası analitik düzlemede 4 bölgede de değilse $m \cdot n$ nin kaç farklı değeri vardır?

Örnek...9 :

$A(3k+8, k-7)$ noktası IV. bölgede olduğuna göre, k nin alabileceği farklı tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

ANALİTİK KOORDİNAT DÜZLEMİNDE UZAKLIK

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları birleştirildiğinde elde edilen doğru parçasının uzunluğuna bu noktalara arasındaki uzaklık denir. Şekli inceleyiniz



ABC dik üçgenini inceleyiniz.

$$|AB| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}, \quad |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Örnek...10 :

$A(5,8)$, $B(2,9)$ noktaları veriliyor $|AB| = ?$

Örnek...11 :

$A(k,2)$, $B(-3,6)$ noktaları için $|AB|=5$ ise k 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Örnek...12 :

$A(m,m)$, $B(4,2)$, $|AB|=6$ br ise m 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...13 :

Dik koordinat düzleminde bir A noktasının apsisı 6 artırılıp, ordinatı 8 azaltıldığında bir B noktası elde ediliyor. Buna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

Örnek...14 :

A(-2,5) ve B(6,-3) noktaları Oy ekseni üzerindeki bir K noktasına eşit uzaklıkta ise K'nin koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek...15 :

A($3x-2, 7-x$) noktası eksenlere eşit uzaklıkta ise A noktası ne olabilir?

Örnek...16 :

M(0,1), N(-3,5) noktaları KLMN karesinin köşeleridir. Bu karenin KM köşegeninin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek...17 :

A(2,-1) ve B(3,1) noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yer denklemini bulunuz.

BELLİ ORANDA İÇTEN VE DİŞTAN BÖLME

A) İÇTEN BÖLEN NOKTA:

A ve B noktaları bir doğru parçasının üç noktaları olmak üzere $\frac{|AC|}{|BC|} = k$ olacak şekilde bir $C \in [AB]$ varsa C noktasına $[AB]$ 'ni k oranında içten bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz.

$$A(x_1, y_1) \quad C(x_3, y_3) \quad B(x_2, y_2)$$

Örnek...18 :

A(5,14), B(13,-14) noktaları veriliyor. $\frac{|AC|}{|BC|} = 3$ oranında içten bölen C noktasının koordinatları toplamı nedir?

Örnek...19 :

A(-5,6), C(15,20) noktaları veriliyor. C noktası $[AB]$ ni, $\frac{|AC|}{|BC|} = 2$ oranında içten bölüyorsa B noktasının koordinatları çarpımı nedir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

B) DİSTAN BÖLEN NOKTA:

Eğer $\frac{|AC|}{|BC|} = k$ olacak şekilde bir $C \in [AB]$, $C \in AB$ varsa C noktasına $[AB]$ 'nın k oranında dıştan bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz

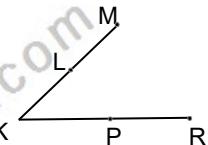
$$A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2) \quad C(x_3, y_3)$$

Örnek...20 :

$A(1, -6)$, $B(9, 22)$ noktaları veriliyor $\frac{|AC|}{|BC|} = 5$ oranında dıştan bölen C noktasının koordinatları nedir?

Örnek...23 :

Şekilde $\frac{|KL|}{|LM|} = 2$, $\frac{|KP|}{|PR|} = \frac{2}{3}$ ve $M(1, -4)$, $L(0, -1)$ $P(-4, 11)$ ise R noktasının koordinatları çarpımı nedir?



Örnek...21 :

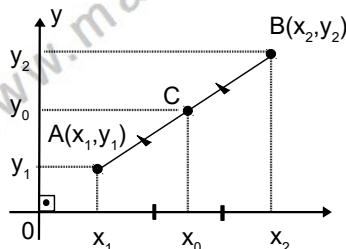
$A(9, 12)$, $B(15, 17)$ noktaları veriliyor. C noktası $[AB]$ ni, $\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{2}{3}$ oranında dıştan bölüyorsa B noktasının koordinatları çarpımı nedir?

BİR DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTASI

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları birleştirildiğinde elde edilen $[AB]$ doğru parçasının orta noktası $C(x_0, y_0)$ ise

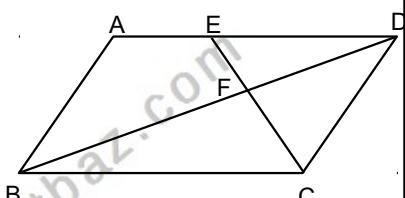
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

olarak elde edilir. Şekli inceleyiniz.



Örnek...22 :

Şekilde ABCD paralel kenarlıdır $\frac{|AE|}{|ED|} = \frac{3}{4}$ ve $|ED| = 4$ $E(1, 2)$, $F(10, -17)$ ise C köşesinin koordinatlarını bulunuz?



Örnek...24 :

$K(5, 6)$ ve $L(-11, -8)$ noktaları veriliyor $[KL]$ nin orta noktası D ise D noktasının koordinat başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

ANALİTİK GEOMETRİ - 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...25 :

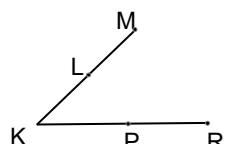
$K(m+11, 14)$, $M(-2m+7, \sqrt{2})$ noktalarının orta noktası y ekseni üzerinde ise m kaçtır?

Örnek...26 :

$A(1,2)$, $B(3,6)$, $C(-3,5)$ noktaları ABC üçgeninin köşeleridir. Üçgenin AB kenarına ait kenarortay uzunluğu kaç birimdir?

Örnek...27 :

Şekilde P noktası [KR]'nın ve L noktası [KM]'nın orta noktalarıdır. $M(3,x)$, $L(a,-2)$, $R(-2,1)$, $P(m,k)$ ve $K(1,-3)$ ise $x+a.k-m$ kaçtır?



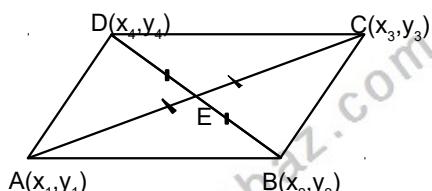
Örnek...28 :

Analitik düzlemede köşe koordinatları $A(0, 2)$, $B(-5, 3)$, $C(8,2)$, $D(x,y)$ olan ABCD paralel kenarın D köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

UYARI

Paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenler birbirlerini ortaladığından bu dörtgenlerde karşılıklı köşelerin apsislerin toplamları ve karşılıklı ordinatların toplamı birbirine eşittir.

ABCD paralelkenarını inceleyiniz.



$E(x_0, y_0)$ köşegenlerin kesim noktası ise

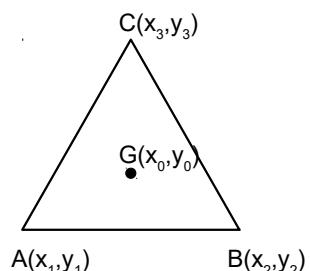
$$x_0 = \frac{x_1+x_3}{2} = \frac{x_2+x_4}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{y_2+y_4}{2}$$

ve buradan $x_1+x_3=x_2+x_4$, $y_1+y_3=y_2+y_4$.

Örnek...29 :

Köşegenlerin kesim noktası $O(3,-7)$ olan ABCD dikdörtgeninin dört köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİNİN KOORDİNALARI



Köşe koordinatları $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgenin ağırlık merkezi $G(x_0, y_0)$ ise $x_0 = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$, $y_0 = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ olarak elde edilir.

Örnek...30 :

$A(-8,10)$, $B(-5, 6)$, $C(-2, 5)$ üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

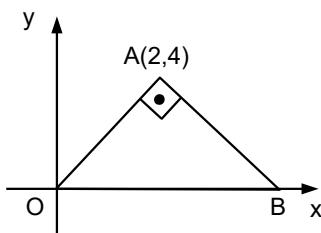
TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...31 :

$A(x,y)$, $B(-1,2)$, $C(4,6)$ üçgeninin ağırlık merkezinin $G(-5,12)$ ise A noktasının koordinatlarını bulunuz?

Örnek...32 :

Köşeleri $A(2,4)$, O ve B olan OAB dik üçgeninin ağırlık merkezini bulunuz?



KÖŞE KOORDİNALARI BİLİNEN ÜÇGENİN ALANI

Köşe koordinatları $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgeninin alanı bulunurken şekildeki gibi noktalar alt alta yazılır. Sonra ilk noktalarının ikilisi en alta yazılır ve ok yönündeki çarpımlar yapıldıktan sonra oluşturulan iki grubun farklarının yarısının mutlak değeri alınır.

$$\begin{array}{c} y_1 \cdot x_2 \\ y_2 \cdot x_3 \\ + y_3 \cdot x_1 \\ \hline b \end{array} \quad \begin{array}{c} x_1 \cdot y_1 \\ x_2 \cdot y_2 \\ x_3 \cdot y_3 \\ \hline a \end{array}$$
$$A(ABC) = \frac{1}{2}|a - b|$$

Örnek...33 :

Analitik düzlemede $A(0, 2)$, $B(-5, 3)$ ve $C(8, 2)$ noktaları ise verilen ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

Örnek...34 :

$A(0, 4)$, $B(-5, 4)$ ve $C(a,b)$ noktaları ise verilen ABC üçgeninin alanı 20 birim karedir. Buna göre b nin alacağı değerler çarpımı kaçtır?

Örnek...35 :

Analitik düzlemede köşe koordinatları $A(-2,5)$, $B(1,3)$, $C(n,4)$ olan ABC üçgeninin alanı 8 birim kare olduğuna göre, n kaç olabilir?

Örnek...36 :

Köşeleri $A(0, 1)$, $B(3,5)$, $C(3, 6)$ ve $D(-8, -3)$ olan $ABCD$ dörtgeninin alanı kaç br^2 dir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

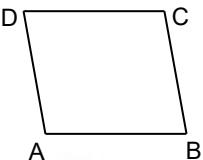
DEĞERLENDİRME

- 1) Analitik düzlemede $A(x - 5,3 - x)$ noktası III. bölgede bir nokta ise $B(4x, x - 9)$ noktası hangi bölgede olabilir?

- 2) $K(-3,3y+2)$ ve $L(x-3,-2)$ noktaları analitik düzlemede aynı bölgelerde ise $x+y$ nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

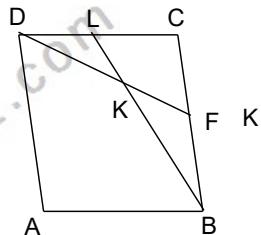
- 3) $K(1,2)$ ve $L(-3,1)$ noktalarına eşit uzaklıkta ve y ekseni üzerindeki noktanın ordinatı kaçtır?

- 4) Şekildeki paralel kenarda $A(-2,1)$ $B(3,2)$ ve $C(1,4)$ ise BD köşegen uzunluğu kaç birimdir?



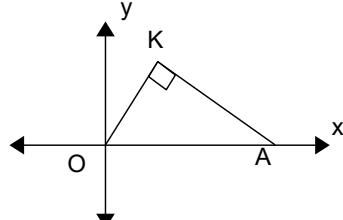
- 5) Şekildeki ABCD paralel kenarında L ve F orta noktalar.

$[DF] \cap [BL] = K$ ve $A(-2,1)$ ve $C(22,-17)$ ise noktasının koordinatları farkı kaçtır?

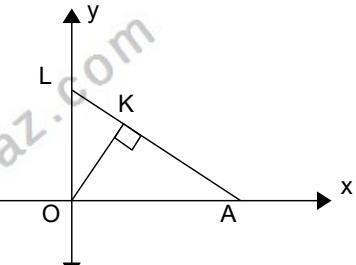


- 6) Koordinat sisteminde a ve b birer tamsayı olmak üzere $K(a,2)$ ve $B(-1,b)$ noktaları arası 5 birim ise b nin alabileceği tam sayıların aritmetik ortalaması kaçtır?

- 7) Şekildeki OKA dik üçgen ve $m(KOA) = 75^\circ$ ve $A(16,0)$ ise K noktasının koordinatları nedir?



- 8) Şekilde $[OK]$, LOA üçgeninin yüksekliği, $L(0,5)$ ve $|LK| = \sqrt{5}$ ise A noktasının apsisı kaçtır?



ANALİTİK GEOMETRİ – 1

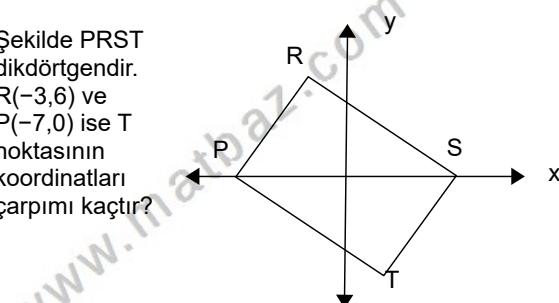
TEMEL KAVRAMLAR

- 9) Analitik koordinat düzleminde koordinatları $O(0,0)$, $A(6,0)$, $B(4,3)$ ve $C(0,7)$ olan dörtgenin alanı kaç birim karedir?

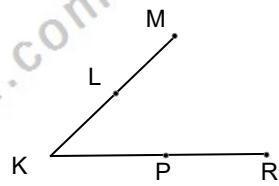
- 10) Analitik koordinat düzleminde koordinatları $M(1,-3)$, $N(2,5)$ ise $[MN]$ ni $\frac{|MK|}{|NK|}=3$ oranında dıştan bölen K noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- 11) $A(2,-1)$ noktasına uzaklığı $B(1,1)$ noktasına uzaklığının 2 katına eşit noktaların geometrik yer denlemesini bulunuz.

- 12) Şekilde $PRST$ dikdörtgendir. $R(-3,6)$ ve $P(-7,0)$ ise T noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

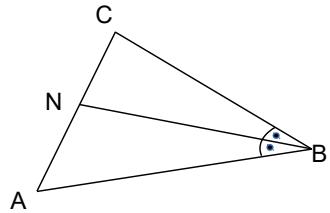


- 13) Şekilde $\frac{|KL|}{|LM|}=\frac{3}{2}$, $P \in [KR]$ nin orta noktası ve $K(1,2)$, $M(21,-18)$ ve $R(7,2)$ ise $|LP|$ kaç birimdir?



- 14) Analitik düzlemede verilen ABC üçgeninin ağırlık merkezi $G(6,-2)$ noktasıdır. $B(2,-2)$ ve $C(0,-4)$ olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

- 15) ABC üçgeninde $[NB]$ B açısının açıortayı, $\frac{|BC|}{|BA|}=\frac{3}{2}$, $C(0,0)$ ve $N(9,-6)$ ise A noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?



- 16) Analitik düzlemede verilen ABC üçgeninin ağırlık merkezi $G(2, 4)$ noktasıdır. $A(-1, 3)$ ise B ve C noktalarının koordinatları toplamını bulunuz.