

11. Sınıf Matematik | İstatistiksel Araştırma Süreçleri-2

Maarif Modeli Beceri Odaklı Çözümler

Örnek 1: Uyku Süresi ve Kilo İlişkisi

a) Araştırma Süreci Açısından İnceleme ve Tahminin Dayanağı

Barkut'un tahmininin dayanağı: Çevresindeki 20 kişiyle yaptığı informal bir gözlem/anket. Ancak bu, bilimsel istatistiksel araştırma sürecinin hiçbir aşamasına uymamaktadır.

Aşama	Olması Gereken	Barkut'un Yöntemi
Problem Belirleme	"Uyku süresi ile vücut kütlesi arasında istatistiksel ilişki var mıdır?"	Belirsiz, subjektif varsayım
Veri Toplama Planı	Rastgele örnekleme, kontrol grupları, ölçüm araçları	Yok
Veri Toplama	Objektif ölçüm (saat cinsinden uyku, kg cinsinden kilo)	"Konuştum" (subjektif ifade)
Veri Analizi	Korelasyon, regresyon, güven aralığı	Oran hesabı (17/20)
Yorum/Çıkarım	"İlişki vardır/yoktur", güven düzeyiyle birlikte	Nedensellik kurma

b) İçerdiği Hatalar

- Örneklem Yanlılığı:** Çevresindeki kişiler Barkut ile benzer sosyo-ekonomik/yaşam tarzına sahiptir. Evreni (tüm lise öğrencileri veya genel popülasyon) temsil etmez.
- Örneklemin Küçük Seçilmesi:** 20 kişi istatistiksel olarak yetersizdir. Genel olarak (Merkezi Limit Teoremi için) en az 30 örneklem önerilir.
- Ölçümde Yapılan Hatalar:** "Ne kadar az uyursan o kadar zayıf olursun" ifadesi objektif bir ölçüm değil, kişisel yorumdur. Uyku saati ve kilo kg cinsinden ölçülmemiştir.
- Varsayımların Yorumlaştırılması:** $17/20 = \%85$ gibi bir oran hesaplanmış ama bu istatistiksel anlamlılık testine tabi tutulmamıştır.
- Nedensellik Hatası:** İki değişken arasında ilişki varmış gibi davranılıp "uyumamak → zayıflamak" nedenselliği kurulmuştur.

c) Hataların Düzeltilmesi İçin Öneriler

Barkın'ın Barkut'a söylemesi gerekenler:

- "Öncelikle araştırma sorusunu netleştirmelisin: Uyku süresi ile kilo arasında ilişki mi arıyorsun, yoksa neden-sonuç mu kurmaya çalışıyorsun?"
- "Örneklemini çeşitli yaş, cinsiyet ve sosyo-ekonomik gruplardan rastgele seçmelisin ve yeteri kadar (sözelimi en az 100 kişi) olmalı."
- "Uyku süresini saat olarak, kiloyu kg olarak objektif ölçmelisin."
- "Yaş, metabolizma hızı, fiziksel aktivite gibi **karışık değişkenleri** kontrol etmelisin."
- "Korelasyon katsayısı hesaplayıp 'ilişki vardır' diyebilirsin, ama 'az uyumak zayıflatır' demek için deneysel çalışma yapmalısın."

Örnek 2: 200 Kişilik Evrenden 12 Kişi Seçilmesi

Güvenilirlik Etkisi

- Örnekleme Oranı:** $12/200 = \%6$
- Merkezi Limit Teoremi:** Örneklem büyüklüğü ≥ 30 olmadan örnekleme dağılımı normal dağılıma yaklaşamaz.
- Standart Hata:** Standart hata büyük çıkar.
- Güven Aralığı:** Dar bir tahmin yapılamaz; evren parametresi (örneğin evren ortalaması) çok geniş bir aralıkta kalır.
- Aşırı Değer Hassasiyeti:** 12 kişilik örnekleme bir veya iki aşırı değer tüm sonuçları değiştirebilir.

Sonuç: Araştırmanın güvenilirliği düşüktür. Evrene genelleme yapılamaz.

Örnek 3: Kitap Okumak Ömrü Uzatıyor

1. Gazete Haberinin İncelemesi ve Tahminin Dayanağı

Haberin dayanağı: "Büyük Araştırma" olarak nitelendirilen bir çalışmanın sonuçları. Ancak araştırmanın metodolojisi (örneklem, ölçüm, analiz) haberde verilmemiştir.

2. Haberdeki Hatalar

Hata Türü	Açıklama
Nedensellik Hatası	"Kitap okumak ömrü uzatıyor" ifadesi nedensellik kuruyor. Oysa gözlemsel bir çalışmada sadece ilişki saptanabilir.
Karışık Değişkenler	Eğitim seviyesi, gelir düzeyi, sağlık bilinci,

Hata Türü	Açıklama
	Sigara kullanımı gibi değişkenler kontrol edilmemiş olabilir. Sağlıklı yaşam tarzı hem kitap okumayı hem uzun yaşamayı etkileyen üçüncü bir faktör olabilir.
Örneklem Yanlılığı	"Büyük Araştırma" ifadesi örneklem seçiminin rastgele ve temsili olduğunu garanti etmez.
Ölçüm Hatası	"Yılda 10'dan fazla kitap" sınırı net değil. "Hiç kitap okumamak" ile "1 kitap okumak" arasındaki fark dikkate alınmamış olabilir.
İstatistiksel Anlamlılık	"Ortalama 5 yıl" fark tesadüfi olabilir.

3. Hataların Düzeltilmesi

- **Uzunlamasına çalışma:** Aynı bireyler yıllarca takip edilmeli.
- **Çok değişkenli analiz:** Eğitim, gelir, sağlık gibi faktörler regresyon modeline dahil edilmeli.
- **Güven aralığı:** "Ortalama 5 yıl (95% GA: 2-8 yıl)" şeklinde raporlanmalı.
- **Dil:** "Kitap okuyanlar daha uzun yaşamaktadır" (gözlem) denmeli, "kitap okumak uzatıyor" (nedensellik) denmemeli.

Örnek 4: Kahve ve Uzun Yaşam

Haberin Doğruluğunu Araştırmak İçin Gerekli Bilgiler

1. **Araştırma Tasarımı:** Gözlemsel mi , deneysel mi ?
2. **Örneklem Büyüklüğü:** Kaç kişi incelenmiş? (Güç analizi yapılmış mı?)
3. **Örneklem Seçimi:** Rastgele mi seçilmiş? Temsili mi?
4. **Kahve Tüketiminin Ölçümü:** Günlük/haftalık fincan sayısı mı? Türü belirtilmiş mi?
5. **Yaşam Süresi Ölçümü:** Takip süresi ne kadar? Ölüm nedenleri kaydedilmiş mi?
6. **Kontrol Değişkenleri:** Sigara, alkol, egzersiz, genetik yatkınlık, meslek grupları kontrol edilmiş mi?
7. **İstatistiksel Analiz:** Korelasyon mu, regresyonu mu ?
8. **Güven Aralığı ve p-değeri:** Sonuçlar istatistiksel olarak anlamlı mı?
9. **Finansman ve Çıkar Çatışması:** Araştırma kahve sektörü tarafından finanse edilmiş mi?

Örnek 5: Kar Yağışı ve Hasat Analizi

a) Öğretmenin Düştüğü Yanılgı

Görselleştirme Hatası (Çift Eksen Yanılgısı):

- Sol eksen: Kar yağışı (cm) — 0-120 aralığı
- Sağ eksen: Ürün hasadı (ton) — 0-300 aralığı
- İki değişken farklı ölçeklerde gösterildiği için grafikteki "birlikte yükselme" görseli yanıltıcıdır. 2011-2015'te kar yağışı zirve yaparken hasat da zirve yapıyor gibi görünse de, bu ölçek manipülasyonudur.

Nedensellik Hatası: "Kar yağışı artıyorsa hasat da artıyor demektir" ifadesi nedensellik kurmaktadır. Tarım teknolojisi, tohum kalitesi, iklim değişikliği, gübre kullanımı gibi onlarca faktör atlanmıştır.

b) Farkın Yıllara Göre Değişimi (Çizgi Grafiği)

Not: Farklı ölçeklerdeki değişkenlerin "farkı" anlamsızdır. Ancak oransal değişim incelenebilir.

Dönem	Kar Yağışı (cm)	Hasat (ton)	Kar Değişimi	Hasat Değişimi
2001-2005	~35	~ 80	—	—
2006-2010	~58	~ 150	+%66	+% 88
2011-2015	~85	~ 210	+%47	+% 40
2016-2020	~75	~ 180	-%12	-% 14

Gözlem: Son dönemde her iki değişken de azalmıştır. Ancak bu paralellik nedensellik değil, eşzamanlılıktır.

c) Rapor İçeriği Önerisi

- Giriş:** Araştırma sorusu (kar yağışı ile tarımsal verimlilik ilişkisi)
- Yöntem:** Veri kaynağı (meteoroloji ve tarım bakanlığı), zaman periyodu, bölgesel detaylar
- Analiz:**
 - Korelasyon katsayısı hesaplama (Pearson korelasyon katsayısı)
 - Basit doğrusal regresyon (değişkenlerin birbirini nasıl etkilediği matematiksel bir denklemle ifade eden modelleme yöntemi)
 - Çoklu regresyon (teknoloji, tohum, gübre gibi değişkenlerle)
- Sonuç:** "A Ülkesi genelinde kar yağışı ile ürün hasadı arasında pozitif yönlü bir ilişki gözlemlenmiştir. Ancak bu ilişki nedensel bir bağlantı kurmak için yetersizdir. Tarım teknolojisindeki gelişmelerin daha güçlü bir belirleyici olabileceği düşünülmektedir."
- Öneri:** Kar yağışının toprak nemi üzerindeki etkisi ayrıca incelenmelidir.

Örnek 6: Batarya Ömrü Karşılaştırması

İstatistiksel Hata: Yanıltıcı Eksen Ölçeği

- **A Markası:** 40 saat
- **B Markası:** 44 saat
- **Gerçek Fark:** 4 saat (%10 fark)

Hata: Y eksenini 40'dan başlatılmıştır (0'dan değil). Bu durum:

- B markasının bataryasını görsel olarak A markasından neredeyse **2 kat uzun** göstermektedir.
- Gerçekte sadece %10'luk bir fark varken, grafikteki çubuk uzunluğu farkı %100+ gibi algılanmaktadır.

Doğrusu: Y eksenini 0'dan başlamalı, veri etiketleri (40 ve 44) çubukların üzerine yazılmalıdır.

Örnek 7: Yorum, Çıkarım, Kanıt Ayrımı

İfade	Tür	Gerekçe
1) Çalışma süresi arttıkça matematik puanları genel olarak arttığı görülmektedir.	Yorum	Serpme diyagramındaki gözleme dayalı betimleyici ifade. Veriyi özetliyor.
2) Bu sınıfta ders çalışma süresi ile matematik başarısı arasında güçlü pozitif ilişki vardır.	Çıkarım	$r=0.88$ verisinden bu sınıf özelinde genelleme yapılmış.
3) Korelasyon katsayısı $r=0,88$ olarak hesaplanmıştır.	Kanıt	Sayısal veri, matematiksel hesaplama sonucu. Tartışmasız bir veridir.
4) Daha fazla ders çalışan öğrenciler kesinlikle daha başarılı olmaktadır.	Yanlış Çıkarım	"Kesinlikle" ifadesi belirlenimci (deterministik) bir iddia. Korelasyon nedensellik değildir; aykırı değerler, öğrenme güçlüğü olan öğrenciler olabilir.
5) Bu araştırmanın sonuçları, çalışma süresi ile başarı arasında güçlü bir ilişki bulunduğunu göstermektedir.	Çıkarım	Araştırma verisinden sınırlı bir genelleme. "Bu araştırmanın sonuçları" ifadesiyle sınırlandırılmış, bu doğrudur.

Örnek 8: Gelir ve Dijital Harcama (TÜİK Verisi)

a) Blog Yazarının Yanılgısı

Nedensellik Yanılgısı (Causation Fallacy):

- TÜİK verisi: $r \approx 0.54$ (pozitif, orta güçte korelasyon)
- Blog başlığı: "Dijital platformlara para harcamak geliri doğrudan artırıyor!"

Hatalar:

- Yön Hatası:** Korelasyon simetrik (X ↔ Y), ama blog ters yönde nedensellik kuruyor. Akla uygun olan: "Geliri yüksek olanlar daha fazla dijital platform abonesi olur."
- r=0.54 abartısı:** "Büyük Keşif" ifadesi abartılıdır. ($r^2 = 0.29$, yani değişkenler birbirinin sadece %29'unu açıklar.)
- Deterministik Dil:** "Doğrudan artırıyor" ifadesi herkes için geçerli olduğunu ima eder.

b) Gizli Değişken (Üçüncü Faktör) ve Nedensellik Eleştirisi

Olası Gizli Değişkenler:

Gizli Değişken	Açıklama
Eğitim Seviyesi	Eğitimi yüksek olanlar hem daha yüksek gelir elde eder hem dijital içeriği daha çok tüketir.
Teknolojiye Erişim	Şehirde yaşamak hem geliri artırır hem dijital platform erişimini kolaylaştırır.
Yaş/Nesil	Genç nesil hem dijital platformları daha fazla kullanır hem farklı gelir kaynaklarına sahiptir.

Nedensellik Eleştirisi: Korelasyon iki değişkenin birlikte hareket ettiğini gösterir; "X, Y'yi neden oluşturur?" sorusu için deneysel tasarım gerekir. Burada gelir → harcama yönü daha mantıklıdır (parası olan harcar). Blog yazarı ters yönde nedensellik kurarak mantık hatası yapmıştır.

c) Aykırı Değerin Etkisi

Senaryo: Çok düşük gelirli ama dijital platformlara ekstrem düzeyde yüksek harcama yapan bir hane.

Parametre	Etkisi
BSO Çizgisi	Aykırı değer, ilişkiyi değiştirebilir. Eğim azalabilir/değişebilir.
Korelasyon Katsayısı	Bu nokta genel pozitif trendin tersine hareket ettiği için (düşük gelir-yüksek harcama), r katsayısı düşer . $r=0.54$ daha da zayıflayabilir (örneğin 0.40'a).
Varsayım	Doğrusallık varsayımı bozulur. Veri setine dönüşüm uygulanması gerekebilir.

Maarif Modeli Değerlendirme Rubriği (Öz Değerlendirme)

Beceri	Kazanım
Yorumlama	Verileri tablo ve grafikten doğru okuma
Varsayım	"Korelasyon vardır" varsayımını test etme
Gerekçe	Her iddia için istatistiksel/mantıksal gerekçe sunma
Genelleme	Örneklemden evrene geçişte temkinli davranma
Gerçek Yaşam	Haber, reklam, sosyal medya örnekleriyle bağlantı
Çoklu Temsil	Tablo, çizgi grafik, sözel ifade, sayısal veri arası geçiş

Çözümlerde kimi yapay zeka aracından faydalanılmıştır.

<https://www.kimi.ai/>

BSO ve korelasyon katsayısı hesabı için

