

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

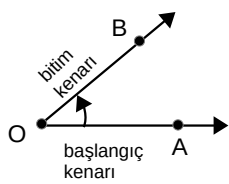
AÇI

Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine **açı** ; bu ışınlara **açının kenarları (kolları)** ; başlangıç noktasına ise **açının köşesi** denir.

$$[OB \cup [OA = \widehat{AOB}$$

Açıyı kenarlarının yazılış sırasına göre iki değişik biçimde okuyarak yönlendiririz

1. POZİTİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

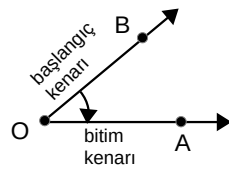


Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönünün tersi takip edilerek ulaşıyorsa bu açığa pozitif yönde

yönlendirilmiş açı denir.

$\widehat{AOB}$ 'nın yönü pozitiftir.

2. NEGATİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:



Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönü takip edilerek ulaşıyorsa bu açığa negatif yönde yönlendirilmiş açı denir.

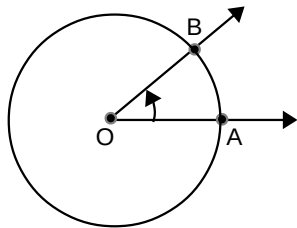
$\widehat{BOA}$ 'nın yönü negatiftir.

YÖNLÜ YAYLAR

O merkezli bir çember çizelim:

AB yayının yönü olarak AOB açısının yönü alınır.

Şekildeki AOB açısının yönü pozitif olduğundan AB yayının yönü pozitif olur. Burada, A noktası yay başlangıç, B ise yay bitim noktasıdır.



AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Açıyı ölçmek demek açının kolları arasındaki açıklığı belirtmek demektir.

1) DERECE :

Bir çemberin çevresi 360 eş parçaya bölündüğü zaman bu eş yay parçalarından birini gören ; köşesi merkezde olan açının ölçüsüne 1 derece (1°) denir.

1° 'nin 60 ta birine 1 dakika ($1'$) denir.

$$1^\circ = 60'$$

$1'$ 'nin 60 ta birine 1 saniye ($1''$) denir.

$$1' = 60''$$

Bir açının ölçüsü a derece, b dakika ve c saniye ise bunu $a^\circ + b' + c''$ veya $a^\circ b' c''$ biçiminde gösteririz

SONUÇ

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

Örnek...1 :

ölçüsü $4^\circ 12' 43''$ olan açının saniye cinsinden eşiti kaçtır

$$43 + 12 \cdot 60 + 4 \cdot 60 \cdot 60 = 15163$$

Örnek...2 :

$15873''$ lik açı kaç derece kaç dakika ve kaç saniyedir?

$$\begin{array}{r} 15873 \mid 60 \\ \underline{264} 60 \\ 33 4 \\ \underline{24} \\ 4^\circ 24' 33'' \end{array}$$

TRİGONOMETRİ - 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

Örnek...3 :

Şıklarda verilen işlemleri yapınız.

a) $50^{\circ} 25' 30'' + 34^{\circ} 18' 6''$

$$\begin{array}{r} 50^{\circ} 25' 30'' \\ + 34^{\circ} 18' 6'' \\ \hline 84^{\circ} 43' 36'' \end{array}$$

b) $75^{\circ} 18' 21'' + 53^{\circ} 56' 52''$

$$\begin{array}{r} 75^{\circ} 18' 21'' \\ + 53^{\circ} 56' 52'' \\ \hline 128^{\circ} 74' 73'' \\ 128^{\circ} 75' 13'' \\ \hline 129^{\circ} 15' 13'' \end{array}$$

c) $75^{\circ} 18' 21'' - 53^{\circ} 56' 52''$

$$\begin{array}{r} 75^{\circ} 18' 21'' \\ - 53^{\circ} 56' 52'' \\ \hline 21^{\circ} 21' 29'' \end{array}$$

Örnek...4 :

Bir ABC üçgeninde $m(A)=121^{\circ}58'1''$ ve $m(B)=16^{\circ}34'59''$ ise $m(C)$ kaçtır?

$$m(C) = 180 - (m(A) + m(B))$$
$$\begin{array}{r} 121^{\circ} 58' 1'' \\ + 16^{\circ} 34' 59'' \\ \hline 137^{\circ} 92' 60'' \\ 138^{\circ} 33' \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 180^{\circ} 00' 00'' \\ - 138^{\circ} 33' 00'' \\ \hline 41^{\circ} 27' 00'' \end{array}$$

2) RADYAN :

Bir çemberde yarıçap uzunluğunda bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir. Böylece çember yayının uzunluğu 2π radyan dır.

Derece D, radyan R ile gösterilirse açı ölçü birimleri arasında

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \text{ orantısı vardır.}$$

Örnek...5 :

Ölçüsü 120° olan açıyı radyan türünden bulunuz.

$$\frac{120}{180} = \frac{R}{\pi} \quad R = 2\pi/3$$

Örnek...6 :

Ölçüsü $\frac{\pi}{5}$ radyan olan açıyı derece türünden bulunuz.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\pi/5}{\pi} \quad D = 36^{\circ}$$

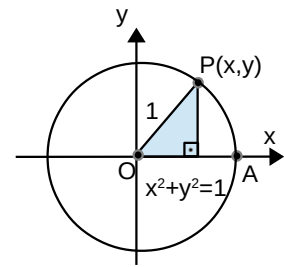
Örnek...7 :

Derece olarak verilmiş açıların radyan karşılıklarını yazınız

0°	30°	45°	90°	180°	270°
0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$

BİRİM ÇEMBER

Analitik düzlemde merkezi $O(0,0)$ noktası ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** (trigonometrik çember) denir.



Örnek...8 :

$L\left(\frac{1}{2}, k\right)$ noktası birim çember üzerinde ise k'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

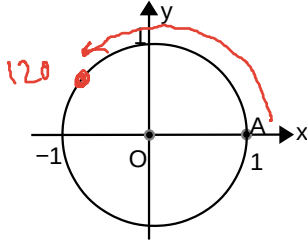
$$k^2 + \frac{1}{2^2} = 1 \quad k^2 = \frac{3}{4} \quad k = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$k_1 \cdot k_2 = -\frac{3}{4}$$

TRİGONOMETRİ - 1

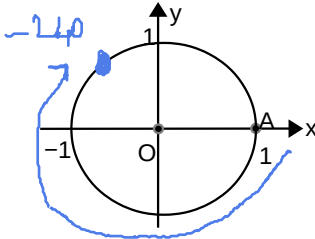
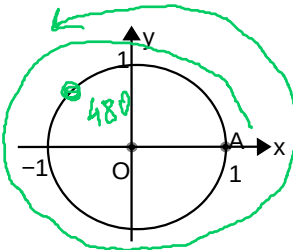
YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

Örnek...9 :

Birim çemberde standart konuma yerleştirilmiş (yay başlangıç noktası (1,0) noktası ve dönme yönü pozitif yön) ölçüleri 120° , 480° ve -240° olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.

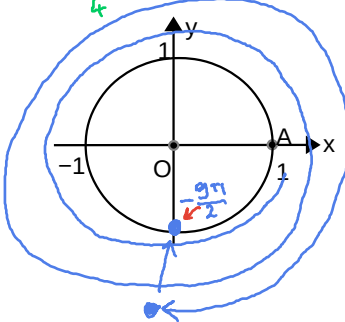
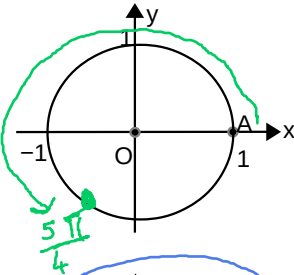


esas ölçüler
doğrusıyla
nokta aynı



Örnek...10 :

Birim çemberde $\frac{5\pi}{4}$, ve $-\frac{9\pi}{2}$ olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.



AÇININ ESAS ÖLÇÜSÜ

Standart pozisyonda (köşesi orijin ve başlangıç kenarı Ox eksenini) verilmiş ve ölçüsü α olan açının birim çember üzerinde gördüğü yayın bitim noktası ile; standart pozisyonda ve ölçüsü $\alpha + k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$) olan açının gördüğü yayın bitim noktası aynıdır.

ESAS ÖLÇÜ :

Bir açının ölçüsü derece olarak verilmişse $[0, 360)$ aralığındaki ; radyan olarak verilmişse $[0, 2\pi)$ aralığındaki değerine o açının **esas ölçüsü** denir.

SONUÇLAR

1. Açının esas ölçüsü negatif olamaz.
2. Açının esas ölçüsü bulunurken tam dönüşler çıkarılır.

Örnek...11 :

Aşağıda verilen açılarının esas ölçülerini bulunuz.

a) 1100°

$$\begin{array}{r} 1100 \div 360 \\ \underline{1080} \quad 3 \\ \hline 20 \end{array}$$

$1100^\circ = 20^\circ$ (Esas ölçü)

b) 61400°

$$\begin{array}{r} 61400 \div 360 \\ \underline{360} \quad 170 \\ \hline 2540 \\ \underline{2520} \quad 20 \\ \hline 20 \end{array}$$

$E.Ö = 200^\circ$

c) -80°

$$-80 + 360 = 280^\circ$$

TRİGONOMETRİ - 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

DEĞERLENDİRME

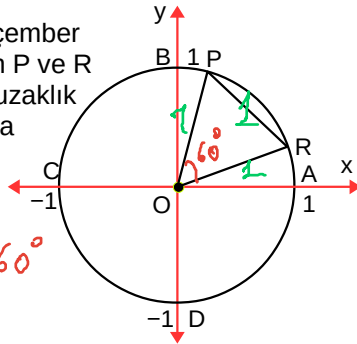
- 1) Ölçüsü -1220° olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

$$\begin{array}{r} 1220 \mid 360 \\ 1080 \mid 3 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$-1220 = -140 = -140 + 360 = 220^\circ$$

- 2) Yandaki birim çember üzerinde verilen P ve R noktaları arası uzaklık 1 birim olduğuna göre, $m(\widehat{POR})$ kaç derecedir?

$$m(\widehat{POR}) = 60^\circ$$



- 3) Birim çember üzerindeki noktalardan, apsisi ordinatının 2 katı olan bir noktanın apsisi kaç olabilir?

$$A(2x, x)$$

$$4x^2 + x^2 = 1$$

$$5x^2 = 1$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{apsisi } \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

- 4) $\frac{-70\pi}{6}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

$$\begin{array}{r} 70 \mid 12 \\ 60 \mid 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$E.O. = -\frac{10\pi}{6} + 2\pi = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

- 5) Bir ABC üçgeninde $m(A)=101^\circ 48' 49''$ ve $m(B)=16^\circ 34' 52''$ ise $m(C)$ kaçtır?

$$m(C) = 180 - m(A) + m(B)$$

$$\begin{array}{r} 101^\circ 48' 49'' \\ 16^\circ 34' 52'' \\ \hline 117^\circ 82' 101'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117^\circ 82' 101'' \\ 118^\circ 23' 41'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ 118^\circ 23' 41'' \\ \hline 61^\circ 36' 19'' \end{array}$$

- 6) $m(\hat{A}) = 100^\circ 50' 39''$ olduğuna göre, $\frac{m(\hat{A})}{3}$ kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

$$\begin{array}{r} 100^\circ 49' 99'' \\ 99^\circ 10' 99'' \\ 99^\circ 108' 159'' \\ \hline 3 \\ 33^\circ 36' 53'' \end{array}$$