ADINIZ :		1. DÖNEM
SOYADINIZ:	MATBAZ LİSESİ	11. SINIF
SINIFINIZ:		MATEMATİK
NUMARANIZ:		1.b YAZILI

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ 10 PUANDIR. ALDIĞI PUAN: ....

BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

1. Yandaki bölmeişleminde A ve n birer doğal sayıdır. A nın alabileceği <u>en küçük</u> ve <u>en büyük</u> değerleri bulunuz.

$$\begin{array}{r|l} A & 10 \\ \hline - & 2.n+3 \\ n^2-2 & \end{array}$$

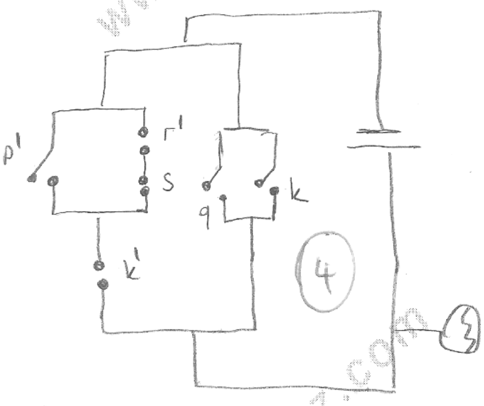
$A = 10.(2n+3)+n^2-2$ (2)

$0 \le n^2-2 < 10 \Rightarrow n = 2,3$ (2)

$A_{en\ az} = 10.(2.2+3)+2^2-2$
$70+2 = 72$ (3)

$A_{en\ çok} = 10.(2.3+3)+3^2-2$
$= 90+7 = 97$ (3)

2. $p \equiv 1$, $q \equiv 0$, $r \equiv 0$, $s \equiv 1$ ve $k \equiv 0$ olduğuna göre $\{k' \wedge [p' \vee (r' \wedge s)]\} \vee (q \vee k)$ bileşik önermesine karşılık gelen devreyi çizip bu devreden akım geçip geçmeyeceğini belirleyiniz?



$\{k' \wedge [p' \vee (r' \wedge s)]\} \vee (q \vee k)$ (2)

$\{1 \wedge [0 \vee (1 \wedge 1)]\} \vee \{0 \vee 0\}$ (2)

$\{1 \wedge 1\} \vee \{0\} \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$ (2)

3. $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{Z}, x^2+x+2 < -7$ önermesinin tersini yazınız

$p \Rightarrow q$ tersi $p' \Rightarrow q'$ (2)

$\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{Z},\ x^2+x+2 \geq -7$

(4) (4)

4. p: "a tek sayı ise $a^2+(a+1)^2$ de tektir" önermesini doğrudan ispat yöntemiyle ispatlayınız.

$k \in \mathbb{Z}$ ve $a = 2k+1$ olsun. (2)

$(2k+1)^2 + (2k+1+1)^2$

$4k^2+4k+1$
$+\ 4k^2+8k+4$ (3)

$8k^2+12k+5 = 2\underbrace{(4k^2+6k+2)}_{\text{bir tamsayı}}+1$ (3)

$= 2.u+1$ tek sayıdır.

Q.E.D. (2)

5. 13+26+39+...156 sayısının kaç tane tamsayı böleni vardır?

$13(1+2+3+...+12) = 13.\frac{12.13}{2} = 6.13^2$ (2)

$= 2^1.3^1.13^2$ (2)

pbs $\rightarrow (1+1)(1+1).(1+2) = 2.2.3 = 12$

tamsayı bölen sayısı = pozitif b.s. + negatif bs

$12+12 = 24$ (3)

6. Ebob(80, 208)=x.80+y.208 denkleminin herhangi bir çözümünü Öklit algoritmasıyla bulunuz.

$208 = 2\cdot 80 + 48$

$80 = 1\cdot 48 + 32$

(4) $48 = 1\cdot 32 + 16$ — ↑ buradan yukarı geriye gidelim

$32 = 2\cdot 16 + 0$

$16 = 48 - 1\cdot 32 = 48 - 1\cdot(80 - 1\cdot 48)$

$16 = 2\cdot 48 - 1\cdot 80$

(4) $16 = 2\cdot(208 - 2\cdot 80) - 1\cdot 80$

$16 = 2\cdot 208 - 5\cdot 80$

$\Rightarrow 16 = x\cdot 80 + y\cdot 208 \Rightarrow (x,y) = (-5,2)$

(2)

7. 63xy2y sayısı 6 basamaklı 45 ile bölündüğünde 15 kalanını veren çift bir sayıysa, x sayısının değeri kaç olabilir?

$63xy2y = 45\cdot k + 15$ (2)

→ 9 ile 6 kalanı verir

→ 5 ile 0 kalanı verir.

$y=0 \Rightarrow 63x020 \rightarrow$ R.T. $= 11 + x = 9u + 6$ (2)

$x = 4$

$y=5 \Rightarrow 63x525 \rightarrow$ R.T. $= 21 + x = 9p + 6$ (2)

$\rightarrow 3$

sayı çift, y=0 olmalıdır. (2)

$x = 4$ (2)

8. 2x+3≡2 (mod5) denkliğini sağlayan en küçük iki basamaklı x pozitif tam sayı ile en büyük negatif x tam sayısının çarpımı kaçtır?

$2x + 3 - 2 = 5k \quad (k \in \mathbb{Z})$ (2)

$2x + 1 = 5k$

→ $x = 2, 7, 12, 17, \ldots$ (3)

→ $x = -3, -8$ (3)

$12\cdot(-3) = -36$ (2)

9. Wilson Teoremi : p asal bir sayı olmak üzere (p-1)! +0!≡ 0 (mod p)

olduğuna göre

16! ≡ x (mod 19)
denkliğinde, x değeri kaç olabilir?

19 asal olduğu için teoreme göre

$18! + 1 \equiv 0 \pmod{19}$

$18! \equiv -1 \equiv 18 \pmod{19}$ (2)

$16! \equiv x \pmod{19}$

$\underbrace{17\cdot 18\cdot 16!}_{} \equiv 17\cdot 18\cdot x \pmod{19}$ (2)

$17 \equiv -2, \quad 18 \equiv -1$

$18! \equiv 2x \mod 19$ (2)

$2x \equiv 18 \mod 19$ (2)

$\Rightarrow x \equiv 9 \pmod{19}$ (2)

10. n bir doğal sayı olmak üzere
∀n>3,p(n):n!≥n² önermesinin doğru olup olmadığını tümevarım yöntemiyle gösteriniz

A1 $P(4): 4! \overset{?}{>} 4^2 \quad 24 > 16$ ✓ (2)

A2 $P(k): k! \geq k^2$ olsun. (2)

A3 $P(k+1): (k+1)! \geq (k+1)^2$ (?)

P(k) adımını k+1 ile çarpalım. (2)

$(k+1) / k! \geq k^2 \Rightarrow (k+1)\cdot k! \geq k^2\cdot(k+1)$

$(k+1)! \geq k^2\cdot(k+1)$

$k^2(k+1) \overset{?}{\geq} (k+1)^2$ olduğunu göstermeliyiz. (2)

$k^2(k+1) \geq (k+1)^2 \Leftrightarrow k^2 \geq k+1$ bu ise $k \geq 5$ için doğrudur!

$\therefore (k+1)! \geq k^2(k+1) \geq (k+1)^2$

P(k+1) doğrudur! (2)

Q.E.D.