

## POLİNOMLAR

### ÇARPANLARA AYIRMA

#### ÇARPANLARA AYIRMA

Bir çok terimli ifadenin çarpanlarının çarpımı cinsinden yazılışına çarpanlarına ayrılmış hali denir. Çarpanlara ayırma ile yüksek dereceli denklemleri daha kolay çözebilir, işaret anlamında verilen ifadeyi daha rahat inceleyebiliriz.

#### 1. Ortak Çarpan parantezi:

Verilen ifadenin her teriminde ortak harf veya sayı varsa bu harf veya sayı için parantez açılabilir.

#### Örnek...1 :

İfadeleri ortak çarpan parantezine alınız

- 1)  $ax + ay$
- 2)  $5x + kx$
- 3)  $x^8 + x^6$
- 4)  $axb + cbx$
- 5)  $x^2 - 3x$
- 6)  $4x^2y - 6xy^2$
- 7)  $x(m-n) + y(m-n)$
- 8)  $x(m-n) + y(n-m)$
- 9)  $x(a-b) + y(a-b) - z(b-a)$
- 10)  $x(a-b)^2 + y(a-b)$
- 11)  $30.42 + 20.21$

#### Örnek...2 :

$\frac{(3x-2y)(x+2y) + (2y-3x)(3x+y)}{2x-y}$  ifadesinin en sade hali nedir?

#### 2. Gruplandırma

Verilen ifadenin bütün terimlerinde ortak sayı veya harf yoksa ifade gruplara ayrılır ve gruplar için ortak çarpan parantezi araştırılır.

- 1)  $mx + ny + my + nx$
- 2)  $a^4 + a^3 + a^2 + a$
- 3)  $2^x + 3^x + 6^x + 9^x$
- 4)  $x^2 - x^3 + x - 1$
- 5)  $kx - k - rx + r$
- 6)  $6xy + 3ky - 8kx - 4k^2$

#### Örnek...3 :

$x-y=5$  ve  $x+z=7$  ise  $x^2+xz-yx-yz+2z-2y+4x$  ifadesinin değeri kaçtır?

#### Örnek...4 :

$x-2y=5$  ise  $3x^2-6xy-30y$  ifadesinin değeri kaçtır?

## POLİNOMLAR

### ÇARPANLARA AYIRMA

#### 3. $ax^2+bx+c$ üç terimlisi

durum 1 :  $a=1$  ise

$$x^2+bx+c = (x+m)(x+n)$$

$$\begin{array}{l} x \\ \diagdown \\ x \end{array} \begin{array}{l} m \\ \diagup \\ n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c=m.n \\ b=m+n \end{array}$$

#### Örnek...5 :

1.  $x^2-5x+6$

2.  $x^2-2x-24$

3.  $x^2-2x-35$

4.  $x^2-11x+24$

5.  $3x^2-6x-240$

6.  $x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}$

7.  $x^2-(m+n)x+m.n$

b) durum 2  $a \neq 1$  değilse

$$ax^2+bx+c = (px+m)(rx+n)$$

$$\begin{array}{l} px \\ \diagdown \\ rx \end{array} \begin{array}{l} m \\ \diagup \\ n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a=p.r \\ c=m.n \\ b=pn+m.r \end{array}$$

#### Örnek...6 :

1.  $2x^2+3x+1$

2.  $7x^2+23x+6$

3.  $8x^2-14x-15$

4.  $30x^2-13x-3$

5.  $12x^2-25x+12$

6.  $15a^2+31a+2$

#### Örnek...7 :

$\sqrt{99.103+4}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

#### Örnek...8 :

$\frac{x^2-2x-3}{(1+\frac{1}{x})(1-\frac{3}{x})}$  ifadesinin en sade halini bulunuz.

#### Örnek...9 :

$\frac{x^2-x-12}{x^2+mx+24}$  ifadesi sadeleşebiliyorsa  $m$  değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

#### Örnek...10 :

$\frac{6x^2-7x+2}{2x^2+3x-2}$  ifadesinin en sade hali  $\frac{ax+b}{cx+d}$  ise  $a+b.c+d$  kaçtır?

#### Örnek...11 :

$12a^2-5a.b-2b^2=0$  denklemini sağlayan  $a$  değerinin  $b$  değeri türünden değerleri toplamı nedir?

## POLİNOMLAR

### ÇARPANLARA AYIRMA

#### 4. Özdeşliklerden yararlanma

A) İki Kare Farkı Özdeşliği  
 $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

- 1)  $a^2 - b^2$
- 2)  $x^2 - 100$
- 3)  $4x^2 - 49y^2$
- 4)  $(x+2)^2 - 4y^2$
- 5)  $p^2 - \frac{1}{4}$
- 6)  $\frac{9p^2}{16} - \frac{25}{64}$
- 7)  $(a + b)^2 - (a - b)^2$
- 8)  $x^2 - y^2 + 6y - 9$
- 9)  $(x+y+z)^2 - (x-y-z)^2$
- 10)  $x - 3$

#### Örnek...12 :

$\frac{x^2-9}{3-x} + \frac{x^5-x}{x^2-1}$  ifadesinin sadeleşmiş hali nedir?

#### Örnek...13 :

$x^2 - y^4 = 6$  ve  $x - y^2 = 2$  ise  $x$  kaçtır?

#### Örnek...14 :

$\sqrt{\frac{167^2 - 67^2}{234}}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

#### B) Tam Kare Açılımı

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

#### Örnek...15 :

- 1)  $(3a - 2b)^2$
- 2)  $(3x - 2y)^2$
- 3)  $x^2 - 6xy + 9y^2$
- 4)  $x^2 - 6xy + 9y^2 - 25x^2y^2$
- 5)  $\sqrt{\frac{25}{169} - \frac{10}{39} + \frac{1}{9}}$
- 6)  $(a + b + c)^2$
- 7)  $(a + b - c)^2$
- 8)  $(a + 2b - 3c)^2$

#### Örnek...16 :

$x+y=5$  ve  $x \cdot y=7$  ise  $x^2+y^2$  kaçtır?

## POLİNOMLAR

### ÇARPANLARA AYIRMA

#### Örnek...17 :

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ ise } x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

#### Örnek...18 :

$$x^2 + 4x + 2 = 0 \text{ ise } x^2 + \frac{4}{x^2} = ?$$

#### Örnek...19 :

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{ ise } x - \frac{1}{x} \text{ kaç olabilir?}$$

#### Örnek...20 :

$$5x + \frac{1}{5x} = 6 \text{ ise } \frac{625x^4 + 1}{25x^2} \text{ kaçtır?}$$

#### Örnek...21 :

$$x^2 + 6x + y^2 - 8y + 25 = 0 \text{ ise } x^y \text{ kaçtır?}$$

#### Örnek...22 :

$x^2 - 10x + y^2 - 6y + 8$  ifadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

#### C) İki Küp Toplamı veya Farkı

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

1)  $27x^3 - 125y^3$

2)  $8x^3 + 216$

3)  $x^3 - 1$

4)  $\frac{343p^3}{8} - 1$

5)  $x^6 - 1$

6)  $x^{12} - 1$

7)  $(a+1)^3 - (a-1)^3$

8)  $(1000 - 1)(1000^2 + 1000 + 1)$

9)  $(x - 2y)(x^2 + 2yx + 4y^2)$

#### Örnek...23 :

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{ ise } x^3 - \frac{1}{x^3} \text{ kaç olabilir?}$$

## POLİNOMLAR

### ÇARPANLARA AYIRMA

#### Örnek...24 :

$\frac{a^3+8b^3}{\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)\cdot(a^2-2ab+4b^2)}$  ifadesinin en sade hali nedir?

#### Örnek...25 :

$\sqrt[3]{\frac{126^3-1}{126^2+127}}$  ifadesinin en sade hali nedir?

#### Örnek...26 :

$x-y=3$  ve  $x\cdot y=3$  ise  $x^3-y^3$  kaçtır?

#### Örnek...27 :

$\frac{x^3-8}{x^2+2x+4}+2x-3=1$  ise  $x$  kaç olabilir?

#### Örnek...28 :

$a=100$  ve  $b=1$  ise  $(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$  sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

#### D) İki terim toplam veya farkının küplerinin açılımı

$$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$$

$$(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3=x^3-y^3-3xy(x-y)$$

1.  $(m+2b)^3$

2.  $(2x+3y)^3$

3.  $(x+1)^3$

#### Örnek...29 :

$x^3+y^3=34$ ,  $xy^2+yx^2=10$  ise  $x+y$  kaçtır?

#### Örnek...30 :

$x^3-3x^2y-30=0$ ,  $y^3-3=3xy^2$  ise  $x-y$  kaç olabilir?

#### Örnek...31 :

$a=\frac{5}{2}$  ise  $\left(a+\frac{1}{2}\right)^3-\frac{3}{2}\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(a+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{8}$  işleminin sonucu kaçtır?

#### Örnek...32 :

$\frac{x^3-1}{x^2+mx+n}$  ifadesi sadeleşebiliyorsa  $m+n$  ifadesinin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

## POLİNOMLAR

### ÇARPANLARA AYIRMA

#### E) $(x + y)^n$ veya $(x - y)^n$ Biçimindeki ifadeler

Bu ifadeler açılırken pascal üçgeni veya binom katsayıları kullanılabilir

#### Örnek...33 :

- 1)  $(a+b)^4$
- 2)  $(x+1)^5$
- 3)  $(x-2y)^4$

#### 5. Terim Ekleyip Çıkarma Yolu ile Çarpanlara Ayırma

İfade tam kareye tamamlanacak şekilde terim eklenip çıkarılabilir ve bu adımdan sonra gruptandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir

#### Örnek...34 :

- 1)  $a^4 + a^2 + 1$
- 2)  $x^{16} + 1 + x^8$
- 3)  $a^8 + a^4 + 1$
- 4)  $4a^4 + 1$
- 5)  $a^2 + 1$

#### 6. Değişken Değiştirme Yolu ile Çarpanlara Ayırma

Benzer terimler için ortak değişken seçilebilir ve bu adımdan sonra gruptandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir.

#### Örnek...35 :

$x^4 - 5x^2 + 4$  ifadesinin tüm çarpanlarını bulunuz

#### Örnek...36 :

$2^x + 2^y = 1$  ve  $8^x + 8^y = \frac{1}{4}$  ise  $2^{x+y}$  kaçtır?

#### Örnek...37 :

$\frac{64^x + 1}{16^x - 4^x + 1}$  ifadesinin en sade hali nedir?

#### Örnek...38 :

$3^x - 3^{-x} = 5$  ise  $9^x + 9^{-x}$  kaçtır?

## POLİNOMLAR

### ÇARPANLARA AYIRMA

#### DEĞERLENDİRME

1)  $a-b=3$  ve  $a+c=11$  ise  $a^2+2ac-2bc-b^2$  ifadesinin değeri kaçtır?

2)  $\sqrt[4]{99.100.101.102+1}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

3)  $\frac{x^5+3x^4-10x^3}{1+\frac{3}{x}-\frac{10}{x^2}}$  ifadesinin en sade halini bulunuz.

4)  $\frac{x^2-4x-21}{x^2+mx-12}$  ifadesi sadeleşebiliyorsa  $m$  değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

5) Ardışık iki sayının kareleri farkı 2915 ise bu sayıların toplamı nedir?

6)  $3x+\frac{1}{x}=6$  ise  $x-\frac{1}{3x}$  kaç olabilir?

7)  $x^2-10xy+z^2+25y^2+1-3z$  ifadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

8)  $a+b=2$  ve  $a.b=2$  ise  $a^3+b^3$  kaçtır?

9)  $5^a-5^b=1$  ve  $125^a-125^b=\frac{1}{4}$  ise  $5^{a+b}$  kaçtır?