

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ – DEĞERLENDİRMELER)

BİNOM AÇILIMI :

a, b birer reel sayı ve n doğal sayı olmak üzere,

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

eşitliğin sağ tarafına binom açılımı denir.

Örnek...1 :

Aşağıdaki ifadeleri açarak yazınız.

$$(x+y)^2 =$$

$$(m+n)^3 =$$

$$(k-y)^4 =$$

ÖZELLİKLER

$(a+b)^n$ açılımında

1) $(n+1)$ tane terim vardır.

2) Açılım a'nın azalan b'nin artan kuvvetlerine göre yazılmıştır.

Örnek...2 :

$(1 + 2x)^k$ açılımında 24 terim vardır. x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 3. terimin derecesi kaçtır?

3) Açılımda baştan $(r+1)$. terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ dir.

Örnek...3 :

$(x+2)^{10}$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 7. terimin katsayısı ne olur?

Örnek...4 :

$(3 + 2x)^8$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 4. terimin katsayısı ne olur?

4) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ olduğu için baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin katsayıları eşittir.

5) Katsayılar toplamını bulmak için tüm değişkenler yerine 1 yazılır. Sabit terimi bulmak için yazılabildiği durumda değişkenler yerine 0 yazılır; yazılamadığı durumlarda ise terim açılımında kuvveti 0'a eşitleriz.

Örnek...5 :

$(5x-2y)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

Örnek...6 :

$(5x-2y-z)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

Örnek...7 :

$(x+y+2)^8$ nin açılımındaki sabit terim nedir?

Örnek...8 :

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{16}$ açılımında sabit terim ne olur?

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ – DEĞERLENDİRMELER)

6) $(a+b)^n$ ifadesinin açılımında bir terimin sondan terim numarası ile baştan terim numarası toplamı $(n+2)$ olur.

Örnek...9 :

$(2x+1)^{13}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 3. terim ne olur?

Örnek...10 :

$(x^3-2y)^{10}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 7. terim ne olur?

7) $n=2k$ ise açılımda ortanca terim vardır.

Örnek...11 :

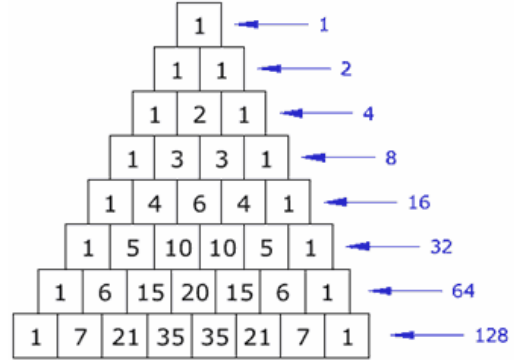
$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{16}$ açılınca ortadaki terimin katsayısı ne olur?

Örnek...12 :

$(x^2-3y)^8$ ifadesi açıldığında ortadaki terim nedir?

8) $(a+b)^n$ nin açılımındaki katsayılar kombinasyon yerine pascal üçgeni kullanılarak da bulunabilir.

PASCAL ÜÇGENİ



Yukarıdaki Pascal üçgeninden yararlanarak aşağıdaki ifadelerin açılımlarının katsayılarını yazabiliriz.

$$\begin{aligned}(x+y)^0 &= 1 && \text{(Piramitin tepesindeki sayı)} \\(x+y)^1 &= 1.x + 1.y && \text{(Piramitin 2. satır sayıları)} \\(x+y)^2 &= 1.x^2 + 2.xy + 1.y^2 && \text{(Piramitin 3. satır sayıları)} \\(x+y)^3 &= 1.x^3 + 3.x^2y + 3.xy^2 + 1.y^3 \\(x+y)^4 &= 1.x^4 + 4.x^3y^2 + 6.x^2y^2 + 4.xy^2 + 1.y^3\end{aligned}$$

Örnek...13 :

$(2x + y)^4$ ifadesinin açık şeklini Pascal üçgenini kullanarak yazınız?

Örnek...14 :

$f(x) = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 13$ olduğuna göre, $f(\sqrt[4]{11}-2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
(Pascal üçgeninden yararlanınız)

DEĞERLENDİRME – 1

1) $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{2x^2}\right)^{10}$ açılınca ortadaki terimin katsayısı ne olur?

2) $(x-y)^{10}$ açılımı x in artan kuvvetlerine göre düzenlendiğinde baştan 3. terimin katsayısının sondan 4. terimin katsayısına oranı kaçtır?

3) $\left(2x^3 - \frac{3}{2x^2}\right)^9$ açılımı yapıldığı sabit terimin nedir?

4) $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $(x+y^2-5z^3)^n$ ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $x^5 \cdot y^4 \cdot z^9$ olduğuna göre, n kaçtır?

5) $\binom{x}{6} + \binom{x}{7} = \binom{13}{6}$ ise $\binom{x}{0} + \binom{x}{1} \cdot 9 + \binom{x}{2} \cdot 9^2 + \dots + \binom{x}{x} 9^x$ sayısı kaç basamaklıdır?

6) $(\sqrt[3]{2} - \sqrt{2})^{20}$ açılımında kaç adet rasyonel terim vardır?

7) $(x-2y)^n$ ifadesinin açılımda terim sayısı 8 ise katsayılar toplamı kaçtır?

8) $(3x-2y)^9 = \dots + A \cdot x^k \cdot y^t + \dots$ ise k+t kaçtır?

BİNOM AÇILIMI

(BİNOM AÇILIMI – PASCAL ÜÇGENİ – DEĞERLENDİRMELER)

9) $(2x-1)^{10}$ açılımında baştan 6. terimin kat sayısının sondan 3. terimin katsayısına oranı kaçtır?

10) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ açılımında ortanca terimin katsayısı kaçtır?

11) $(3x-x^{-2})^{15}$ açılımında sabit terimin katsayısı kaçtır?

12) $\left(\frac{x^3 \cdot y - x \cdot y^3}{xy^2}\right)^8 = \dots + A \cdot x^k \cdot y^6$ ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

13) $(x+y+z)^8$ açılımında $x^2 \cdot y^3 \cdot z^k$ lı terimin katsayısı A ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

14) $(x+y+z)^8$ açılımında kaç tane x^4 ' lü terim bulunur?

15) $\left(1 + \sqrt[3]{2}\right)^{10}$ açılımında kaç tane rasyonel terim vardır?