

ADINIZ :

2025 – 2026 YILI

2. DÖNEM

SOYADINIZ:

10. SINIF

SINIFINIZ:

MATEMATİK

NUMARANIZ:

1. YAZILI

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ ... PUANDIR.  
ÇÖZÜM ADIMLARINIZ TAM OLMALIDIR. SADECE CEVABA PUAN VERİLMEZ.

ALDIĞI PUAN: .....

BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

1) Bir sporcunun 120 dakikalık (2 saatlik) bir antrenman boyunca sergilediği performans verimliliği, bir sensör yardımıyla ölçülmektedir. Sporcunun verimlilik düzeyi geçen süreye bağlı olarak aşağıdaki karesel fonksiyonla modellenmiştir:

$$P(x) = -x^2 + 120x$$

Burada:

- x: Antrenmanın başlangıcından itibaren geçen süre (dakika cinsinden).
- P(x) : Ölçülen performans verimlilik puanı.
- Sensör ölçümleri  $0 \leq x \leq 120$  zaman aralığında yapılmaktadır.
- P(x) = 0 olması, sporcunun verimliliğinin tükendiği veya dinlenme modunda olduğu durumu ifade etmektedir.
- Performans verimlilik puanı P(x) için
  - $0 \leq P(x) < 1000$  düşük verimlilik
  - $1000 \leq P(x) < 3500$  orta verimlilik
  - $3500 \leq P(x)$  üst düzey verimlilik düzeyleri belirlenmiştir.

Buna göre,

a) en yüksek verimliliğe hangi dakikada ulaşılmıştır ?

b) üst düzey verimlilik kaç dakika sürmüştür?

$$P(x) = -x^2 + 120x = -(x^2 - 120x) = -(x-60)^2 - 3600$$

$$= -(x-60)^2 + 3600$$

a) Tepe noktası (60, 3600) cevap 60. dakika

$$b) -(x-60)^2 + 3600 \geq 3500 \Rightarrow (x-60)^2 \leq 100$$

$$-10 \leq x-60 \leq 10 \Rightarrow 50 \leq x \leq 70$$

50. ve 70. dakikalar arası

2)  $f: (-\infty, 2) \rightarrow (3, \infty)$   $f(x) = x^2 - 4x + 7$  fonksiyonun tersinin cebirsel temsilini bulunuz.

$$y = x^2 - 4x + 7$$

$$y = (x-2)^2 - 4 + 7 = (x-2)^2 + 3$$

$$\sqrt{y-3} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$\sqrt{y-3} = -x+2 \Rightarrow x = 2 - \sqrt{y-3}$$

$$f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x-3}$$

3) Bir itfaiye aracının su pompasındaki basınç arttıkça, suyun ulaşabildiği yatay mesafe de artmaktadır. Yapılan testlerde, suyun ulaştığı maksimum mesafe (metre) ile suyun çıkış basıncı x arasındaki ilişki

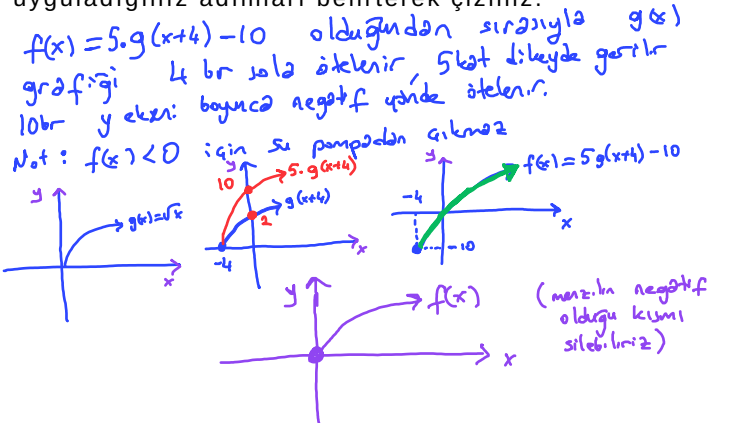
$$f(x) = 5\sqrt{x+4} - 10 \text{ fonksiyonuyla}$$

modellenmiştir:

Burada:

- x: Su pompasının sisteme uyguladığı ekstra basınç birimi.
- f(x): Suyun ulaştığı maksimum yatay mesafe (metre).

Suyun menzilini temsil eden f(x) fonksiyonun grafiğini,  $g(x) = \sqrt{x}$  referans fonksiyonuna uyguladığınız adımları belirterek çiziniz.



4)  $f: A \rightarrow B$ ,  $f(x) = -3\sqrt{x-2} + 10$  olarak verilen fonksiyonun tersinin olduğu bilindiğine göre yazılabilecek en geniş A ve B kümelerini bulunuz.

$$\text{en geniş } A \text{ için } x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow A = [2, \infty)$$

$$\text{en geniş } B \text{ için } \sqrt{x-2} \geq 0 \Rightarrow -3 \cdot \sqrt{x-2} \leq 0$$

$$\Rightarrow -3\sqrt{x-2} + 10 \leq 10$$

$$B = (-\infty, 10]$$

5) Bir bahçe sulama sistemindeki su deposu doldurulurken, depodaki suyun yüksekliğinin (cm) zamana (dk.) bağlı değişimi aşağıdaki fonksiyonla modellenmiştir:

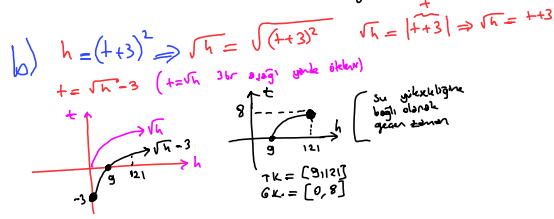
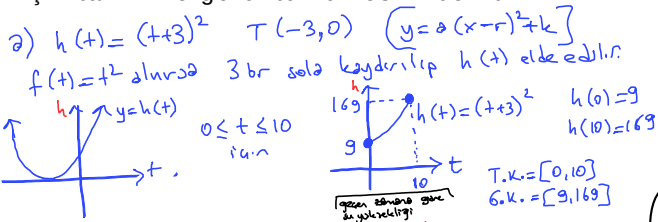
$$h(t) = t^2 + 6t + 9$$

Burada:

- t: Geçen süre (dakika).
- h(t): Su yüksekliği (santimetre).

a)  $0 \leq t \leq 10$  dakika aralığında depodaki su yüksekliğinin değişimini gösteren grafiği çiziniz. Bu aralık için fonksiyonun tanım ve görüntü kümesini belirleyerek, fonksiyonun artan/azalan olma durumunu inceleyiniz.

b) Depodaki su yüksekliğine bağlı olarak geçen zamanı veren cebirsel ifadeyi yazınız. Su yüksekliği 9 ile 121 aralığında değişirken geçen zamanın grafiğini çiziniz. Bu yeni grafik için tanım ve görüntü kümesini belirtiniz.



6)  $f: A \rightarrow B$   $f(x) = \frac{2}{x-1} + 3$  şeklinde tanımlı

rasyonel fonksiyonunun tersinin cebirsel temsilini ve tersinin fonksiyon olmasını sağlayan en geniş A ve B kümelerini bulunuz. Ters fonksiyonun cebirsel ifadesini bularak grafiğini çiziniz

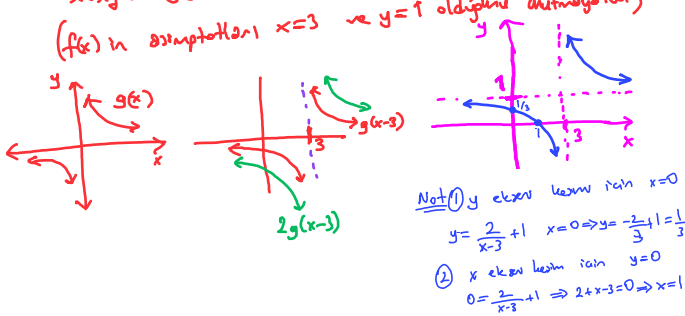
$$x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow A = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\frac{2}{x-1} \neq 0 \Rightarrow \frac{2}{x-1} + 3 \neq 3 \Rightarrow B = \mathbb{R} - \{3\}$$

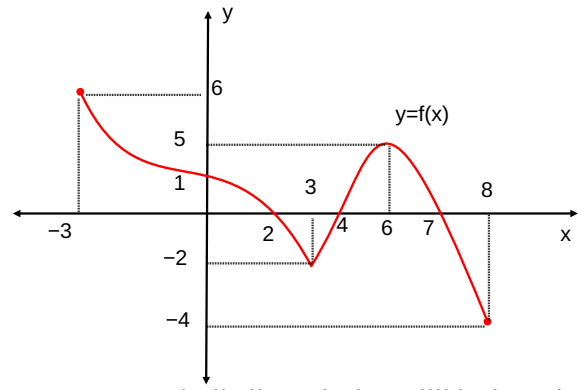
$$y = \frac{2}{x-1} + 3 \Rightarrow y-3 = \frac{2}{x-1} \Rightarrow x-1 = \frac{2}{y-3}$$

$$x = \frac{2}{y-3} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{x-3} + 1 \quad (f^{-1}: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\})$$

$g(x) = \frac{1}{x}$  alınırsa  $f(x) = 2 \cdot g(x-3) + 1$  olacaktır  
 sonyla  $g(x)$  3 sağa ötelenir, 2 kat büyütülür ve 1 bir yukarı ötelenir.



7)  $f: [-3, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, belirtilen nitel özellikleri yanlarına yazınız.

a) Tanım kümesi	$[-3, 8]$
b) Görüntü kümesi	$[-4, 6]$
c) Sıfırları	$\{2, 4, 7\}$
d) İşareti	$[-3, 2) \cup (4, 7)$ için pozitif $(2, 4) \cup (7, 8]$ için negatif
e) Artan/azalan aralıkları	$[-3, 3]$ ve $[6, 8]$ azalan $[3, 6]$ için artan
f) Maksimum/Minimum	Maksimum nokta $(-3, 6)$ ve değeri 6 Minimum nokta $(8, -4)$ ve değeri -4
g) Örtelik	Değer kümesi $\mathbb{R}$ olduğundan örtük değil
h) Bire-birlik	Bire-bir değil (örnek $f(2) = f(4)$ )
i) Tek/Çift	Ne tek ne çift (tanım kümesi simetrik değil) $(f(x) \neq f(-x))$ $(f(x) \neq -f(x))$

www.matbaz.com

8)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = (x-1)^2 + 4x$  fonksiyonu veriliyor. Buna göre cebirsel yolla

- f fonksiyonunun bire birliğini inceleyiniz.
- f fonksiyonunun örtlenliğini inceleyiniz.
- f fonksiyonunun tek ya da çift fonksiyon olup olmadığını belirleyiniz.
- f fonksiyonunun artan/azalan olduğu aralıkları inceleyiniz.

$$f(x) = (x-1)^2 + 4x = x^2 - 2x + 1 + 4x = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

•  $f(a) = f(b)$  olan.  $(a+1)^2 = (b+1)^2 \Rightarrow a+1 = b+1$   $\vee$   $a+1 = -(b+1)$   
 $a = b$   $\vee$   $a+b = -2$   
 örneğin  $f(-3) = f(1)$   $[-3+1 = -2$  olduğuna görülmüştür] bire-bir değil

•  $f(x) = (x+1)^2$  negatif olamaz  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olduğundan örtük değildir.

örneğin  $f(x) = -1$  denkleminin çözümü yoktur.

•  $f(x) = (x+1)^2 \Rightarrow f(-x) = (-x+1)^2$  ve  $f(-x) \neq f(x)$  ve  $f(-x) \neq -f(x)$   
 ne tek ne çifttir.

•  $f(x) = (x+1)^2$   
 $x \leq -1$  olan  $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1+1 \leq x_2+1 \leq 0 \Rightarrow (x_1+1)^2 \geq (x_2+1)^2$   
 $f(x_1) \geq f(x_2)$   
 $\therefore x \leq -1$  ise  $f(x)$  azalır.

$x \geq -1$  ve  $x_3 < x_4 \Rightarrow 0 \leq x_3+1 < x_4+1 \Rightarrow (x_3+1)^2 < (x_4+1)^2$   
 $f(x_3) < f(x_4)$

$\therefore x \geq -1 \Rightarrow f(x)$  artandır.