

BAYES TEOREMİ

Bayes teoremi, 18. yüzyıl İngiliz matematikçisi Thomas Bayes'in adını verdiği olasılıkta bir olay hakkında **yeni bir bilgi elde ettiğimizde** olasılığı nasıl güncelleyeceğimizi gösteren temel bir kuraldır.

$$\text{Genel bağıntı: } P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

(Koşullu olasılık/Bayes sorularını çözerken her zaman üstteki bağıntıyı kullanmak şart değildir)

Örnek...1 :

Elimizde A ve B olarak adlandırılmış iki farklı kutu bulunmaktadır.

Kutu A: 3 kırmızı, 1 mavi top

Kutu B: 1 kırmızı, 3 mavi top

Kutuların herhangi birinden seçme olasılığının eşit olduğu bilinmektedir.

Buna göre, rastgele bir kutu seçildiğinde çekilen top kırmızıysa, seçilen kutunun A olma olasılığı kaçtır?

Örnek...2 :

Bir okulda:

- Öğrencilerin %60'ı kız, %40'ı erkek
- Kızların %30'u matematikten 90 üstü alıyor
- Erkeklerin %20'si matematikten 90 üstü alıyor

Buna göre, rastgele seçilen bir öğrencinin matematikten 90 üstü aldığı bilindiğine göre, kız olma olasılığı kaçtır?

Örnek...3 :

Masa örtüsü üreten bir fabrikada üretim bandındaki örtülerin rengi kırmızı, beyaz, sarı ve mordur.

Üretim sonunda, kırmızı örtülerin yüzde 5'inin, beyaz örtülerin %10'unun, sarı ve mor örtülerin ise %20'sinin üretim hatası içerdiği ortaya çıkmıştır. Bu fabrikada bir günde 300 kırmızı, 400 beyaz, 500 ve 250 mor örtü üretilmiştir. Buna göre, örtülerin içinden rastgele bir örtü seçildiğinde, alınan örtünün üretim hatası içerdiği bilindiğine göre, bu ürünün mor renkli olma olasılığı kaçtır?

Örnek...4 :

Bir hastalığın toplumdaki görülme oranı %2 dir. Hastalığı teşhis için kullanılan test hasta olan bireylerde %95 oranında, sağlıklı olan bireylerdeyse %5 oranında pozitif sonuç vermektedir. Buna göre, rastgele seçilen bir kişinin test sonucu pozitif çıkmışsa gerçekten hasta olma olasılığı kaçtır?

Örnek...5 :

Gazete okuyan Halit, istatistiklere göre gelecek ay içinde bir günün yağmurlu olma olasılığının yüzde 30, sabahtan bulutlu bir günde yağmur yağma olasılığının yüzde 80 ve sabahtan bulutsuz bir günde yağmur yağma olasılığının yüzde 20 olduğunu okumuştur. Buna göre, yağmur yağdığı bilinen bir günde havanın sabahtan bulutlu olma olasılığı kaçtır?

Örnek...7 :

Bir torbada , 1 adil (hilesiz) zar ile 6 gelme olasılığı yüzde elli olan 1 hileli zar bulunmaktadır.

Rastgele bir zar seçilip atıldığında 6 geldiği bilindiğine göre, seçilen zarın hileli olma olasılığı kaçtır?

Örnek...6 :

Bir fabrikada ürünler iki makinede üretiliyor:

- Makine A: Ürünlerin %60'ını üretiliyor, hatalı üretim oranı %5
- Makine B: Ürünlerin %40'ını üretiliyor, hatalı üretim oranı %10

Buna göre rastgele seçilen bir ürünün hatalı olduğu bilindiğine göre, makine A dan çıkmış olma olasılığı kaçtır?

Örnek...8 :

Bir okulda:

- Öğrencilerin %50'si mebi ile sınava hazırlanıyor
- Mebi ile sınava hazırlananların %80'i sınavı geçiyor
- Mebi ile sınava hazırlanmayanların %40'ı sınavı geçiyor

Buna göre, rastgele seçilen bir öğrencinin sınavı geçmiş bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, sınava mebi ile hazırlanmış olma olasılığı kaçtır?