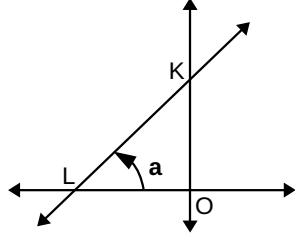


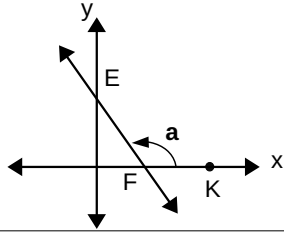
EĞİM KAVRAMI

Bir doğrunun Ox ekseniniyle yaptığı pozitif yönlü açıya doğrunun eğim açısı denir. Şekli inceleyiniz.

Şekildeki KL doğrusunun eğim açısı OKL açısı olup eğim açısının ölçüsü de a dır.



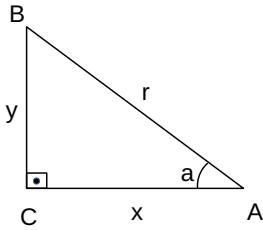
Şekildeki EF doğrusunun eğim açısı EFK açısı olup eğim açısının ölçüsü de a dır.

**DOĞRUNUN EĞİMİ**

Eğim açısının tanjant değerine doğrunun eğimi denir.

HATIRLATMA

1)



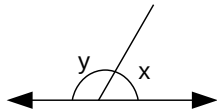
$$\tan a = \frac{y}{x}$$

$0^\circ < a < 90^\circ$ ise

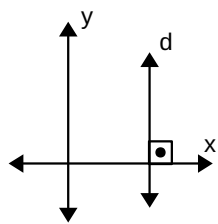
$\tan a > 0$ dır.

$90^\circ < a < 180^\circ$ ise
 $\tan a < 0$ dır.

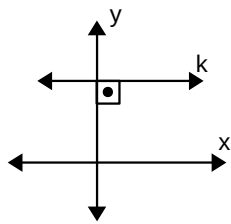
2)



$\tan y = -\tan x$ dir.

UYARI

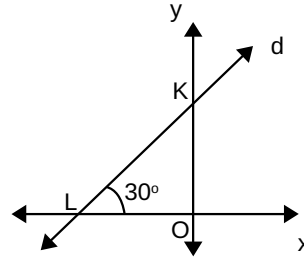
d doğrusunun eğimi **tanımsızdır**.



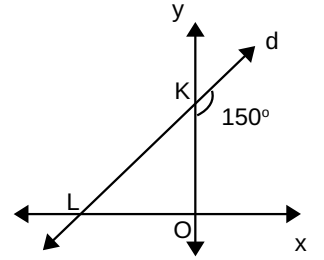
k doğrusunun eğimi **sıfırdır**.

Örnek...1 :

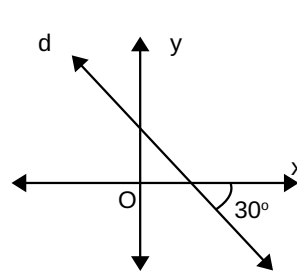
Şekildeki doğruların eğimlerini bulunuz.



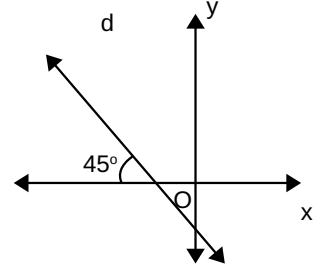
$$m_d =$$



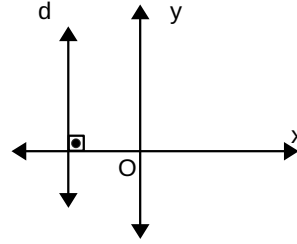
$$m_d =$$



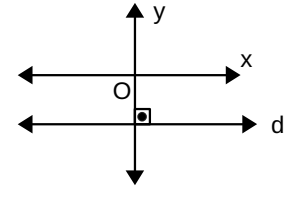
$$m_d =$$



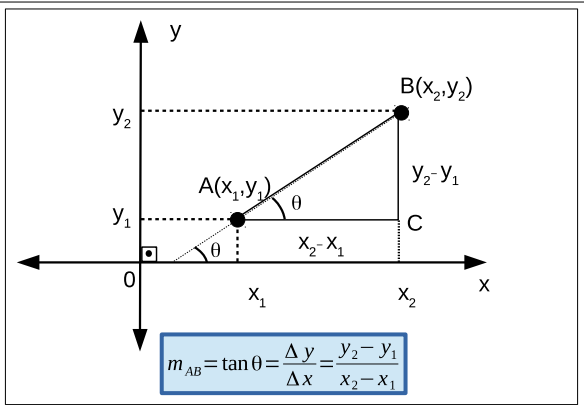
$$m_d =$$



$$m_d =$$



$$m_d =$$

İKİ NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN EĞİMİ**Örnek...2 :**

K(3, 5) ve B(-2, 6) noktalarından geçen doğrunun eğimini bulunuz?

Örnek...3 :

K(1,-3) ve M(y, 4) noktalarından geçen doğrunun eğimi -2 ise y kaçtır?

Örnek...4 :

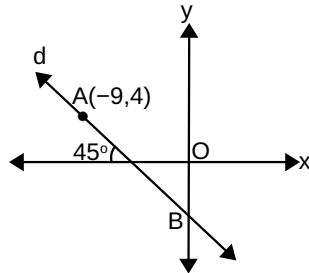
A(1,-3) , B(-3, 2) ve C(m, 4) noktaları bir üçgenin köşeleri değilse (doğrusalsa) m kaçtır?

Örnek...5 :

K(3m, m+2n) ve L(m+5, 2n) noktalarından geçen doğru x eksenini pozitif yönde 45° lik açı yapıyorsa m kaçtır?

Örnek...6 :

Şekle göre B noktasının ordinatı kaçtır?

**Örnek...7 :**

Dik koordinat düzleminde A(3,5), B(1,-6) ve O_x ekseninde bir C noktası veriliyor. Buna göre

- |AC|+|BC| toplamı en az kaç birimdir ?
- |AC|+|BC| toplamını en az yapan C nin koordinatlarını bulunuz.

DOĞRU DENKLEMİ

Bir doğru üzerindeki tüm (x,y) ikililerini birbirine bağlayan bağıntıya doğrunun denklemi denir . Doğru denklemleri genel olarak $ax+by+c=0$ biçiminde olup a, b, c rastgele sabitlerdir.

Örnek...8 :

$y-2x+3=0$ doğrusu üzerindeki nokta A(m,m-1) ise, m kaçtır?

Örnek...9 :

A(-2,3) ve B(8,5) noktalarının orta noktasından geçen doğrunun denklemi $y=m.x+1$ ise m kaçtır?

Örnek...10 :

Dik koordinat düzleminde $y = x+3$ doğrusu üzerinde bulunan ve orijine $3\sqrt{5}$ birim uzaklıkta olan noktanın koordinatları ne olabilir?

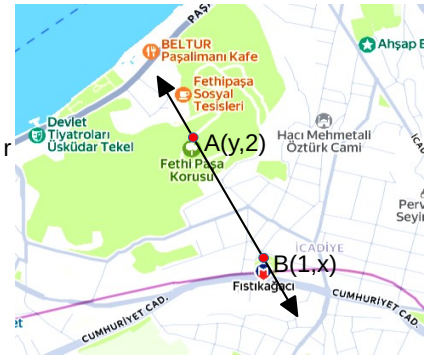
Örnek...11 :

Konumların dik koordinat sistemindeki noktalarla temsil edildiği ve birimin santimetre cinsinden

hesaplandığı yandaki haritada bir yayanın hareketi denklemi

$3x+4y-23 = 0$ olan doğru ile modellenmiştir.

Yaya, doğru üzerinde saatte 6 km/sa. sabit hızla ilerlerken bulunduğu kuru ve metro noktalarının koordinatları A(y, 2) ve B(1, x) olarak belirlenmiştir. Verilen haritanın ölçeği santimetre cinsinden 1:50 000 olduğuna göre, yayanın A ile B noktaları arasındaki mesafeyi kaç dakikada gittiğini hesaplayınız.



A) EĞİMİ VE BİR NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN DENKLEMİ

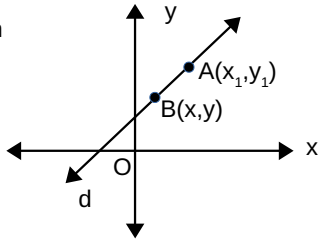
Doğruya ait olan noktalardan eğim

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

olarak elde edileceğinden buradan doğrunun denklemi de

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

olarak elde edilir

**Örnek...12 :**

K(2, -3) noktasından geçen ve eğimi 4 olan doğrunun denklemini bulunuz?

Örnek...13 :

Eğimi -5 olan bir doğru üzerinde alınan iki noktanın apsisi farkı 3 ise ordinatları farkı kaç olabilir?

Örnek...14 :

Eğimi 3 olup A(2, 10) noktasından geçen doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek...15 :

A(1, 5) noktasından geçen ve eğim açısı 60 derece olan doğrunun denklemini bulunuz?

Örnek...16 :

Dik koordinat düzleminde, O_x eksenine ile pozitif yönde 135° lik açı yapan ve P(7, -2) noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz?

B) İKİ NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN DENKLEMİ

K(x_1, y_1) ve L(x_2, y_2) noktalarından geçen doğrunun önce eğimi $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ olarak

bulunur. Sonra verilen noktalardan istenilen herhangi biri, bir noktası ve eğimi bilinen doğru denkleminde yerine yazılabilir ve buradan doğrunun denklemi de $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ olarak elde edilir.

NOT

$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ doğru denklemini genelde düzenlenerek $y = mx + n$ olarak ya

eğim
 $y = \textcircled{m}x + \textcircled{n}$ y eksenini kesim noktası

Örnek...17 :

K(3, 2) ve L(4, 6) noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz?

Örnek...18 :

A(3, 6) noktasından ve orijinden geçen doğrunun denklemini bulunuz?

$ax + by + c = 0$ denkleminin eğimini bulmak için y yalnız iken x in katsayısını buluruz. Düzenleme sonucunda $ax + by + c = 0$

doğrusunun eğimi $m = \frac{-a}{b}$ olarak elde edilir.

Örnek...19 :

$3x - 4y + 19 = 0$ doğrusunun eğimi m_1 ve $x + 4y + 63 = 0$ doğrusunun eğimi m_2 ise $m_1 + m_2$ toplamı kaçtır?

Örnek...20 :

Dik koordinat düzleminde

$$d_1 : 3x + 5y - 19 = 0$$

$$d_2 : -12x + 3y - 12 = 0$$

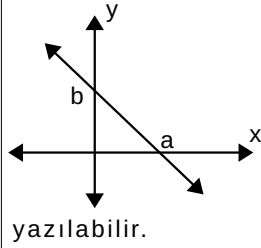
$$d_3 : 5x + y + \sqrt{2} = 0$$

$$d_4 : 4x - 4\sqrt{2}y + 7 = 0$$

denklemleri ile verilen doğrulardan hangilerinin O_x eksenine ile yaptığı pozitif yönlü açı dar açıdır?

C) ÖZEL DOĞRU DENKLEMLERİ

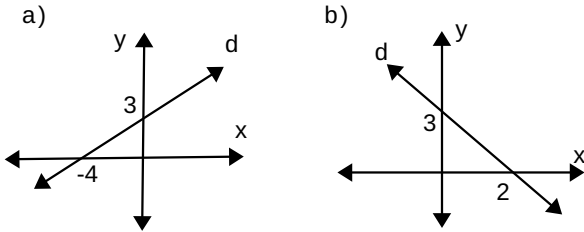
1) EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALAR BİLİLEN DOĞRUNUN DENKLEMİ



x eksenini $A(a,0)$ ve y eksenini $B(0,b)$ noktalarında kesen doğrunun denklemi kısaca $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ olarak yazılabilir.

Örnek...21 :

Doğruların denklemlerini altlarına yazınız.



Örnek...22 :

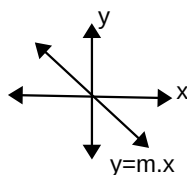
$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ doğrunun eğimi kaçtır?

Örnek...23 :

$\frac{x}{5} - \frac{y}{8} = 1$ doğrunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

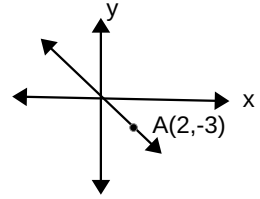
2) ORJİNDEN GEÇEN DOĞRULAR

Orijinden geçen doğruların genel denklemi $y = m \cdot x$ tir.



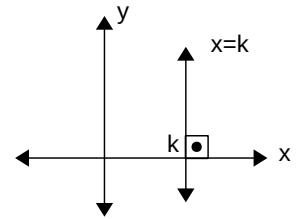
Örnek...24 :

Şekildeki doğrunun denklemini yazınız.

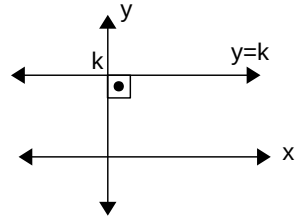


3) EKSENLERE DİK (PARALEL) DOĞRULAR

i) x eksenine dik (y eksenine paralel) doğruların denklemleri $x = k$ biçimindedir.



ii) y eksenine dik (x eksenine paralel) doğruların denklemleri $y = k$ biçimindedir.



Örnek...25 :

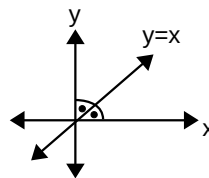
$A(a+2, b)$ $B(2a-3, c)$ noktalarından geçen doğru y eksenine paralelse a kaçtır?

Örnek...26 :

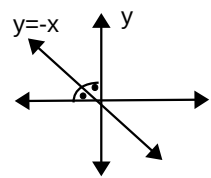
$K(b-2, b+1)$ ve $L(4+b, 2b+5)$ noktalarından geçen doğru x eksenine paralelse $|KL|$ kaç birimdir?

4) AÇIORTAY DENKLEMLERİ

1. açkırtay doğrusu



2. açkırtay doğrusu



Örnek...27 :

$A(3k+2, 5-k)$ noktası ikinci açkırtay doğrusu üzerinde olduğuna göre k kaçtır?

DOĞRUNUN GRAFİĞİNİN ÇİZİMİ

Bir doğru farklı iki noktayla belirlendiğinden grafik çizilirken doğruya ait iki nokta bulunur ve bu noktalardan geçecek şekilde doğru çizilir. Genelde $x=0$ için y değerini ve $y=0$ için x değerini kullanarak eksenleri kestiği noktalarla grafikleri çizeriz.

Örnek...28 :

$3x-2y+5=0$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Örnek...29 :

$5x+6y=0$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

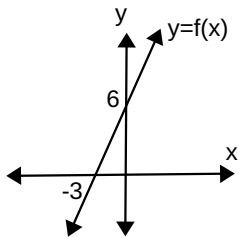
Örnek...30 :

$6x-8y-24=0$ doğrusunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

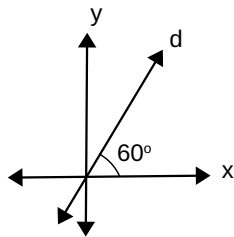
Örnek...31 :

Doğruların denklemlerini yazınız.

a)



b)

**Örnek...32 :**

Ox eksenini $-3'$ te Oy eksenini $5'$ te kesen doğrunun denklemini bulunuz?

Örnek...33 :

$t \in \mathbb{R}$ olsun. $A(t+3, 3t-2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini nedir?

İKİ DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMU

DURUM 1 PARALEL DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları paralel doğrular ise eğimleri eşittir.

Yani $d_1 // d_2 \rightarrow m_1 = m_2$

Ayrıca $\left. \begin{array}{l} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array} \right\} d_1 // d_2 \rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

Örnek...34 :

$mx + 3y + 12 = 0$ ve $2x - 5y + 3 = 0$ doğruları paralelse m kaçtır?

Örnek...35 :

$4x - 2y + 1 = 0$ ve $(p+q)x + qy - r = 0$ doğruları paralelse q 'nun p türünden eşiti nedir?

Örnek...36 :

$3x + 4y - 2 = 0$ doğrusuna paralel ve $A(3, -1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

DURUM 2 ÇAKIŞIK DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları çakışık doğrular ise bu doğrulardan birinin katı alınarak diğeri elde edilebilir.

Yani d_1, d_2 çakışık doğrular ise $d_1 = m \cdot d_2$ ($m \in \mathbb{R} - \{0\}$)

d_1, d_2 çakışık doğrular ve

$\left. \begin{array}{l} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array} \right\} \text{ için } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k$

Örnek...37 :

Tanım : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ pozitif gerçekte sayıları için $\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n}$ sayısına bu sayıların **geometrik ortalaması** denir.

$d_1: 4x + 7y + 3 = 0$

$d_2: qy + px + 12 = 0$

Yukarıda verilen d_1 ve d_2 doğruları çakışık olduğuna göre, q ile p nin geometrik ortalaması kaçtır?

DURUM 3 KESİŞEN DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğrularının eğimleri aynı değil ise bu doğrular A gibi herhangi bir bir noktada kesişir.

Yani $m_1 \neq m_2 \rightarrow d_1 \cap d_2 = \{A\}$

Örnek...38 :

$ax - by + 2 = 0$ ve $2x + 5y + 3 = 0$ doğruları

kesiştirse $\frac{a}{b}$ kaç olamaz?

ÖZEL DURUM : DİK DURUMLU DOĞRULAR

Eksenlere dik olmadığı bilinen d_1 ve d_2 doğruları birbirlerine dik doğrular ise bu doğruların eğimleri çarpımı -1 dir.

Yani $d_1 \perp d_2$ dik doğrular ise $m_1 \cdot m_2 = -1$

d_1, d_2 dik doğrular ve

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array} \right\} \text{ için } \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} = -1$$

ispat

Örnek...39 :

$y=2x-3$ ve $mx+3y-2n=0$ doğruları dik olduğuna göre , m kaçtır?

Örnek...40 :

$2x-3y+1=0$ doğrusuna paralel doğru $(3a-2)x+4y=-1$ doğrusuna dik olduğuna göre, a kaçtır?

Örnek...41 :

$5x-3y-237 = 0$ doğrusuna dik ve $A(1,2)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Örnek...42 :

Dik koordinat düzleminde, $2x-m y+1=0$ doğrusuna dik olan doğru A (5,2) noktasından geçen $mx-ny+1=0$ doğrusuna paralelse n kaçtır?

Örnek...43 :

K(3,2) noktasından geçen doğru

a) $y=-7$ doğrusuna dik olduğuna göre denklemini bulunuz.

b) $x=11$ doğrusuna dik olduğuna göre, denklemini bulunuz.

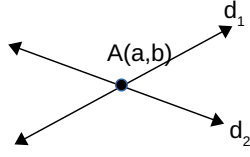
Örnek...44 :

$(a-2)x+(a+3)y-8=0$ doğrusu x eksenine dik olduğuna göre, doğru x eksenini hangi noktada keser?

KESİM NOKTASI

İki doğru eğimleri eşit değilse kesişir. Şekli inceleyiniz.

Kesim noktasını bulmak için denklemlerin ortak çözümü araştırılarak (yok etme, yerine koyma) bulunur.

**Örnek...45 :**

$y-x+2=0$ ve $x+2y+13=0$ doğrularının kesim noktalarını bulunuz?

Örnek...46 :

$3x-2y+1=0$ ve $x+y-3=0$ ve $2x-y-p=0$ doğruları bir noktadan geçiyorsa p kaçtır?

Örnek...47 :

$2x+y-3=0$ ile $2x-y+d=0$ doğruları 2.açıortay üzerinde kesişiyorsa d kaçtır?

Örnek...48 :

Köşeleri $A(1,2)$, $B(3,4)$ ve $C(-2,5)$ olan ABC üçgeninde C köşesinden geçen yüksekliği üzerinde bulunduran doğrunun denklemi nedir?

Örnek...49 :

$6x-3y+15=0$ ve $5x+2y-1=0$ doğrularının kesim noktası ve orijinden geçen doğrunun denklemi nedir?

Örnek...50 :

$x-y+2=0$ ile $2x+y+1=0$ doğrularının kesim noktasını orijine birleştiren doğru parçasına dik durumlu olan doğrunun eğimi kaçtır?

Örnek...51 :

$x+y+1=0$, $x-y+4=0$ doğrularının kesim noktasından geçen ve $2x+3y+13=0$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi nedir?

PROBLEMLER

1. Bir telefon şebeke operatörü tarifesini, sabit bir aylık ücret ve belirli bir dakika başına ücretlendirme ile müşterilere sunmaktadır. Bu tarifiede sabit aylık ücret 100 ₺ ve konuşulan her dakika için 0,50 ₺ konuşma bedeli alınmaktadır.

Buna göre,

a) konuşma süresine bağlı toplam ücret (ü) ile konuşma süresi (t) arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade edip, konuşma süresi ücret ilişkisini dik koordinat sisteminde grafik üzerinde gösteriniz.

b) 1000 dakika konuşma için ödenecek toplam ücreti bulunuz.

c) 240 ₺ den fazla ödeme yaptığı bilinen bir kişi için konuşma süresini aralık olarak ifade ediniz.

2. Farklı ülkelerde ayakkabı numaraları farklı sistemlerle ifade edilmektedir. A ve B ülkelerindeki ayakkabı numara değerleri arasında doğrusal bir ilişki bulunmaktadır. Tabloda bu ülkelerde üretilen en büyük ve en küçük ayakkabıların numaraları görülmektedir.

Ülke	Üretilen en küçük ayakkabı numarası	Üretilen en büyük ayakkabı numarası
A	30	48
B	6	12

Buna göre

a) A ve B ülkelerinde numara sistemleri arasındaki doğrusal ilişkiye cebirsel ifadeyi
b) A ülkesindeki numara değeri 42 olan bir ayakkabının b ülkesindeki numara değerinin kaç olduğunu bulunuz.

3. Haritada dik koordinat sistemiyle modellenmiş bir yerleşim yerinin haritası verilmiştir.

Harita üzerinde A (3,2) noktasında bulunan bir kafe müşterilerine kablosuz internet sunmaktadır. Bu sırada sokakta $y = -2x - 3$ doğrusu boyunca yürümekte olan Halit sadece kafeye en yakın olduğu noktada bu ağa erişebildiğini bilmektedir. Buna göre, bu noktayı bulunuz.

