

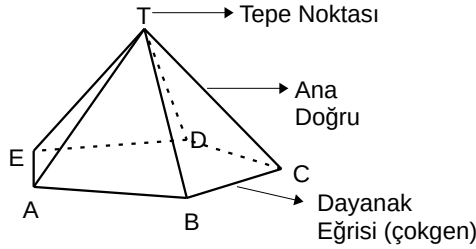
UZAY GEOMETRİ-2

PIRAMİT

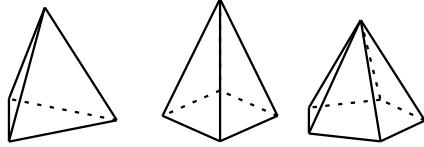
PIRAMİT

Bir düzleki çokgenin tüm noktalarıyla düzlemin dışındaki bir P noktasının doğrusal olarak birleştirilmesiyle elde edilen 3 boyutlu şekle piramit denir.

Şekilde (T,ABCDE) piramidi görmektedir



Piramitler taban şekillerine göre isimlendirilirler



Üçgen Piramit

Kare Piramit

Beşgen Piramit

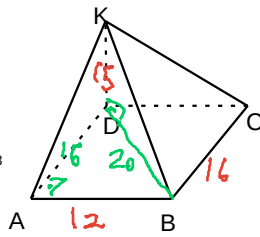
- Piramitte yan yüzler üçgenlerden oluşur
- Yanal alan, yana yüzleri oluşturan üçgenlerin alanları toplamıdır.
- Bütün alan taban alanı ve yanal alanın toplamıdır.
- Hacim = $\frac{\text{Taban Alanı} \cdot \text{Yükseklik}}{3}$

Örnek...1 :

Şekildeki piramitte [KD], D noktasında ABCD dikdörtgenel düzlem parçasına diktir.

$|AB|=12br$, $|KD|=15br$, $|BC|=16br$ ise

- piramidin hacmi kaç br^3 tür?
- $|KB|$ kaç birimdir?



$$a) V = \frac{12 \cdot 16 \cdot 15}{3} = 960 br^3$$

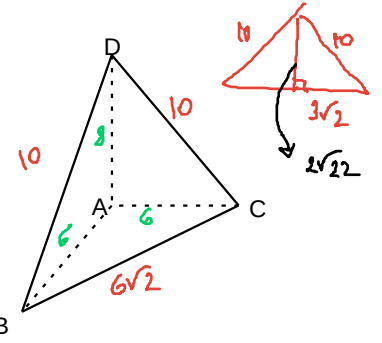
$$b) |KB|^2 = 20^2 + 15^2 \Rightarrow |KB| = 25$$

Örnek...2 :

Şekildeki piramitte A noktasında kesişen tüm ayrıtlar diktir.

$|AC|=|AB|=6br$, $|AD|=8br$, ise

- piramidin hacmi kaç br^3 tür?
- piramidin alanı kaç br^2 dir?



$$a) V = \frac{6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{3}}{3} = 48 br^3$$

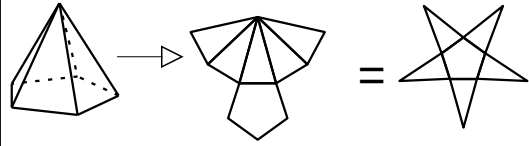
$$b) \frac{6 \cdot 6}{2} + \frac{6 \cdot 8 \cdot 2}{2} + \frac{2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}}{2} = 66 + 12\sqrt{11}$$

$A(ABC)$ $A(ABD)$ $A(BDC)$
 $A(ADC)$

UYARI

Tabanı düzgün çokgen olan ve yüksekliği tabanın ağırlık merkezinden geçen piramide düzgün dik piramit denir.

Şekilde düzgün beşgen piramit verilmiştir



Bu tür piramidlerde

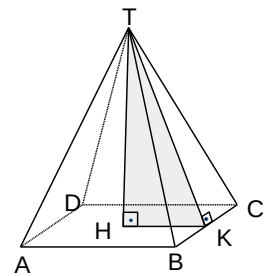
- yan ayrıtların uzunlukları eşittir
- yan yüzler eş ikizkenar üçgenlerdir
- yan yüz yükseklikleri eşittir.

1. KARE PİRAMİT

Şekilde ABCD kare, [TH] piramidin yüksekliği, [TK] piramidin yan yüzlerini oluşturan dört ikizkenar üçgenin birinin yüksekliği, H tabanın ağırlık merkezidir. Benzerlik kullanılarak

$$|HK| = \frac{|AB|}{2} \text{ elde edilebilir.}$$

Pisagor kullanılarak yan yüz yüksekliği taban ayrıtı ve cisim yüksekliği birbirine bağlanabilir. $|TH|^2 + |HK|^2 = |TK|^2$

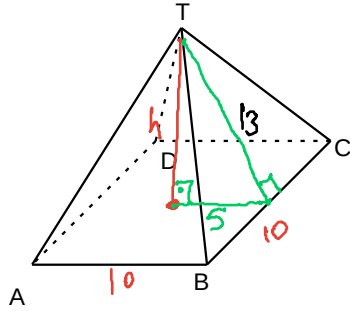


UZAY GEOMETRİ-2

PIRAMİT

Örnek...3 :

Şekildeki düzgün kare piramidin taban alanı 100 birim kare ve hacmi 400 birim küpse, yüzey alanı kaç birim karedir?

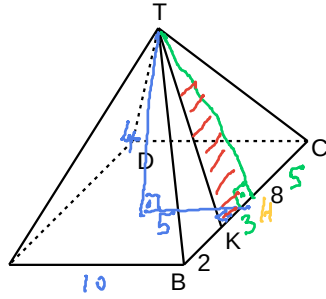


$$V = \frac{100 \cdot h}{3} = 400 \Rightarrow h = 12$$

$$A = \frac{10 \cdot 13 \cdot 4}{2} + 10 \cdot 10 = 260 + 100 = 360$$

Örnek...4 :

Şekilde yüksekliği 4 birim olan düzgün kare piramidte 4. $|BK|=|KC|=8$ br olduğuna göre $|TK|$ kaç birimdir?

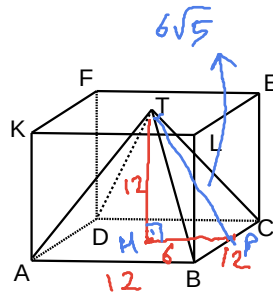


$$|TH| = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

$$|TK|^2 = (\sqrt{41})^2 + 3^2 \Rightarrow |TK| = 5\sqrt{2}$$

Örnek...5 : $|TH|=12$

$|AC|=12\sqrt{2}$ br $|HP|=6$
Şekildeki küpten T tepe noktalı kare piramit çıkarılırsa kalan cismin yüzey alanı kaç birim kare olur?

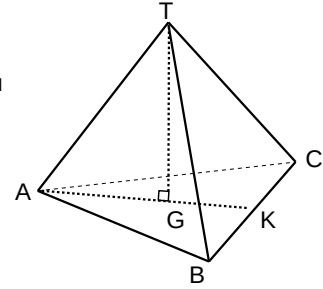


$$|TP|=6\sqrt{5}$$

$$A = \underbrace{12 \cdot 12 \cdot 5}_{\text{5 adet kare}} + \underbrace{\frac{6\sqrt{5} \cdot 12 \cdot 4}{2}}_{\text{üçgen alanları}} = 720 + 144\sqrt{5}$$

2. DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜ

Dört yüzü de eşkenar üçgen olan piramite düzgün dört yüzlü denir Şekilde G tabanın ağırlık merkezidir



$|AB|=a$ ise

tüm alan $a^2\sqrt{3}$

yükseklik $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

hacim $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Örnek...6 :

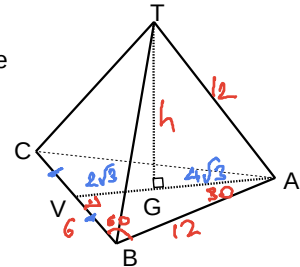
Tüm alanı $18\sqrt{3}$ olan düzgün dört yüzlünün hacmi kaç birim küptür?

$$A = a^2\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \rightarrow a = 3\sqrt{2}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{27 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{12} = 9 \text{ br}^3$$

Örnek...7 :

Şekilde $|CV|=|VB|$ ve $|GV|=2\sqrt{3}$ br olduğuna göre düzgün dört yüzlünün yüksekliği kaç birimdir?



$$h = \sqrt{12^2 - (4\sqrt{3})^2}$$

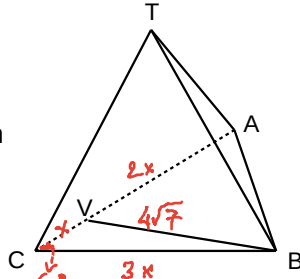
$$h = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

UZAY GEOMETRİ-2

PIRAMİT

DEĞERLENDİRME

- 1) Şekilde $2|CV|=|VA|$ ve $|BV|=4\sqrt{7}$ olduğuna göre düzgün dört yüzlünün hacmi kaç birim küptür?

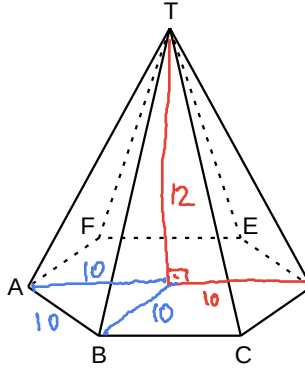


$$112 = 9x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot 3x \cdot \cos 60$$

$$112 = 7x^2 \rightarrow x = 4$$

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{12^3 \sqrt{2}}{12} = 144\sqrt{2} \text{ br}^3$$

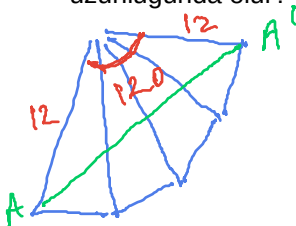
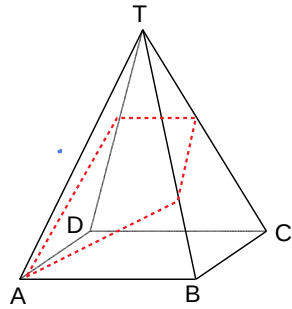
- 2) Şekilde yüksekliği 12 birim olan düzgün altıgen piramitte tabanın en uzun köşegeni 20 birim ise piramidin hacmi kaç birim küptür?



$$V = 6 \cdot \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 12$$

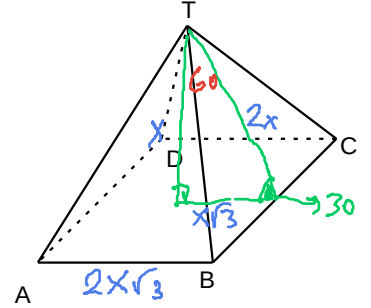
$$V = 600\sqrt{3}$$

- 3) Şekildeki tahtadan kare dik piramitte $m(\angle ATB) = 30^\circ$ ve $|TC| = 12$ br, veriliyor. Bu piramidin A noktasından şekildedeki gibi yan yüzlerinden harekey ederek tekrar A noktasına gelen karıncanın alacağı yol en az kaç birim uzunluğunda olur?



$$|AA'| = 12\sqrt{3}$$

- 4) Şekildeki düzgün kare piramidin bir yan yüzü taban düzlemiyle 30° lik açı yapıyorsa piramidin taban alanının yanıl alanına oranı kaçtır?

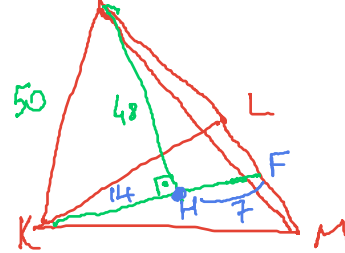


$$\text{taban alanı} = (2x\sqrt{3})^2 = 12x^2$$

$$\text{yanıl alan} = \frac{2x \cdot 2x\sqrt{3} \cdot 4}{2} = 8\sqrt{3}x^2$$

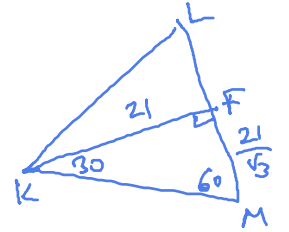
$$\frac{12x^2}{8\sqrt{3}x^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- 5) Tabanı KLM eşkenar üçgeni ve tepe noktası T olan, (T, KLM) dik piramidinde $|TK| = 50$ br ve piramidin yüksekliği 48 cm olduğuna göre piramidin taban çevresi kaç br dir?



$$H \text{ tabanın ağırlık merkezi}$$

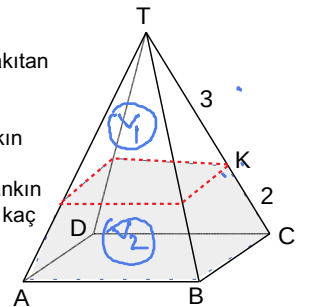
$$|KH| = \sqrt{50^2 - 48^2} = 14$$



$$|KM| = \frac{21 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 14\sqrt{3}$$

$$C(KLM) = 14\sqrt{3} \cdot 3 = 42\sqrt{3}$$

- 6) Dikdörtgen dik piramit şeklindeki su tankı tabanında bulunan ve sabit miktarda su akıtan musluk ile boşaltılacaktır. $|TK| = 3$ br, $|CK| = 2$ br dir. Başlangıçta tam dolu olan tankın K seviyesine kadar boşalması 216 dakika sürdüğüne göre, tankın tamamen boşalması için daha kaç dakika su boşaltılmalıdır?



$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

$$\frac{27V}{98V} = \frac{216}{x}$$

$$V_1 = 27V$$

$$V_2 = 98V$$

$$x = 784$$