

Dik koordinat sistemi, matematikte doğru ve diğer geometrik nesnelere görselleştirmek ve analiz etmek için kullanılan temel ve güçlü bir araçtır.

ANALİTİK DÜZLEM

Her noktası bir reel sayıya karşılık gelen doğruya koordinat (sayı) doğrusu denir.

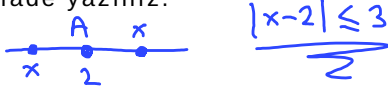
Bir P noktası x reel sayısı ile eşleştirildiğinde P noktasının koordinatı x olur ve koordinatı x olan P noktası P(x) şeklinde yazılır.

L(-2) O(0) P(x) B(23)

A(a) ve B(b) noktaları arası uzaklık $|a-b|$ ile gösterilir.

Örnek...1 :

Sayı doğrusu üzerinde A(2) noktasına uzaklığı en fazla 3 birim olan noktaların koordinatlarını temsil edecek cebirsel bir ifade yazınız.



DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTA KOORDİNATLARI

Koordinat doğrusunda A(a), B(b) ve C(c) noktaları verilsin.

A(a) C(c) B(b)

C noktası [AB] doğru parçasının orta noktası ise ($|AC| = |BC|$)

$c = \frac{a+b}{2}$ eşitliği geçerlidir.

Örnek...2 :

Koordinat doğrusunda K(11) ile L(29) noktalarının orta noktası M(m) olduğuna göre m kaçtır?

$$m = \frac{11+29}{2} = 20 \quad \underline{M(20)}$$

Örnek...3 :

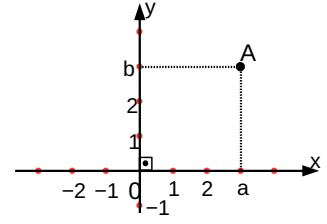
Koordinat doğrusunda A(-1) ve B(19) noktaları veriliyor. $C \in [AB]$ olmak üzere, $\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{2k}{3k}$ koşulunu sağlayan C noktasının koordinatını bulunuz.

$$\begin{array}{c} A \quad C \quad B \\ -1 \quad 2k \quad 3k \quad 19 \\ \hline 5k = 20 \\ k = 4 \\ 2k = 8 \\ C(-1+8) = C(7) \end{array}$$

DİK KOORDİNAT DÜZLEMİ

İki sayı doğrusunun dik kesişmesiyle oluşan düzleme, dik koordinat düzlemi veya analitik düzlem denir.

Yatay eksen O_x ekseni veya apsis ekseni, dikey eksen O_y ekseni veya ordinat ekseni



olarak adlandırılır. $O_x \perp O_y$ ve $O_x \cap O_y = \{O\}$ dir. Buradaki kesim noktası olan O'ya koordinat başlangıcı (ORJİN) denir. A noktası A(a,b) olarak yazılır.

HATIRLATMA

Apsisi a ve ordinatı b olan nokta analitik koordinat düzleminde A(a,b) ile belirtilir.

Örnek...4 :

K(x-3, y+2) noktasının x eksenine uzaklığı 4 birim ve y eksenine uzaklığı 3 birim olduğuna göre, x·y işleminin en küçük değeri kaçtır?

$$\begin{array}{l} |y+2| = 4 \quad |x-3| = 3 \\ y = 2 \vee -6 \quad x = 6 \vee 0 \end{array} \quad (x,y)_{\min} = -6 \cdot 6 = -36$$

Örnek...5 :

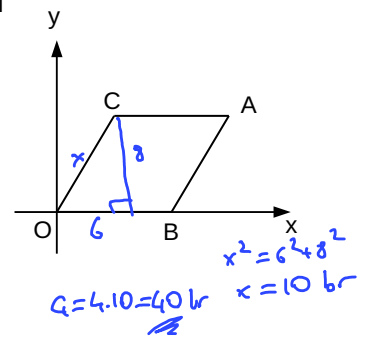
A(3x-3, 7-2x) noktası eksenlere eşit uzaklıkta ise x kaç olabilir?

$$|3x-3| = |7-2x| \begin{cases} 3x-3 = 7-2x \rightarrow x = 2 \\ 3x-3 = -7+2x \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

Örnek...6 :

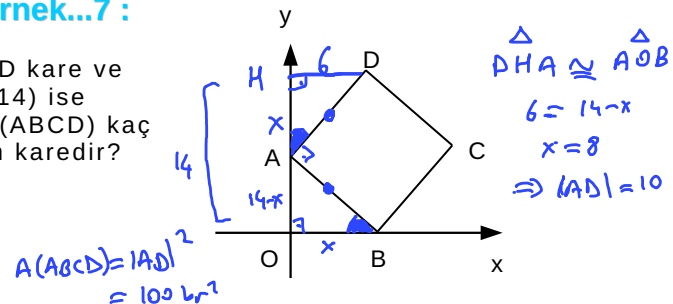
Tanım : Karşılıklı kenarları paralel ve tüm kenar uzunlukları eşit olan dörtgene eşkenar dörtgen denir.

Şekilde OBAC eşkenar dörtgendir. C(6,8) ise Çevre(OBAC) kaçtır?



Örnek...7 :

ABCD kare ve D(6,14) ise Alan(ABCD) kaç birim karedir?



Örnek...17 :

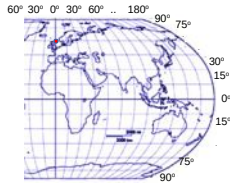
Aşağıdaki tabloda Türkiye'deki illerin coğrafi koordinatlar tablosunun bir kısmı verilmiştir.

Sıra (Plaka No)	İl Adı	Enlem	Boylam
01	Adana	37,0000	35,3213
52	Ordu	40,9833	37,8833
76	İğdır	39,9166	44,0333

Buna göre verilen coğrafi koordinatları en yakın tam sayılar olacak şekilde yuvarlayarak Ordu ve İğdır arası mesafeyi hesaplayınız. Bulduğunuz uzaklığı bir harita uygulamasıyla karşılaştırınız.

Yol gösterme:

Görsel verilen dünya haritasını kullanarak başlangıç boylamını ve enlemini sırasıyla x ve y eksenleri ile ilişkilendiriniz.



Mesafesini hesaplayacağınız koordinatlara ait boylam ve enlem değerlerini Tablo1 den alarak, dik koordinat sisteminde sırasıyla apsisi ve ordinat olarak kabul edip şehirler arasındaki kuş uçuşu mesafeyi iki nokta arasındaki uzaklık bağıntısını kullanarak hesaplayınız.

Uyarı 1 : Türkiye'de yaklaşık olarak enlemler arası mesafe 111 km, boylamlar arası mesafe ise 79 km'dir.

Uyarı 2 : Harita programında hesaplanan değer ile kuş uçuşu değerinin farklı çıkması dünyanın şekli ve yükseklik gibi faktörlerin de hesaba katılmasından kaynaklanmaktadır. Genel olarak iki nokta arasındaki yol uzunluğu kuş uçuşu mesafeye göre daha uzundur çünkü yollar arazi koşullarına göre kıvrımlıdır.

	Enlem (E)	Boylam (B)
Ordu	41°	38° (Yuvarlanmıştır)
İğdır	40°	44°

$$\Delta E = 1^\circ \approx 111 \text{ km} \quad \Delta B = 6^\circ \approx 6.79 = 474 \text{ km}$$

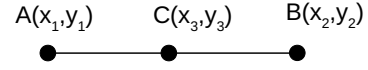
$$\text{Kuş uçuşu mesafe} = \sqrt{111^2 + 474^2} \approx 487 \text{ km}$$

Harita Uygulamalarında mesafe 500 km nm biraz üzerindedir.

Değerlerin farklı çıkması, dünyanın seklinin düz olmayışından, boylamların her enlemde aynı olmayışından mesafelerin pişagor yasa ile kareli trigonometrik formüllerle hesaplanması gerektiğinden kaynaklıdır.

BELLİ ORANDA İÇTEN VE DIŞTAN BÖLME**A) İÇTEN BÖLEN NOKTA:**

A ve B noktaları bir doğru parçasının uç noktaları olmak üzere $\frac{|AC|}{|BC|} = k$ olacak şekilde bir $C \in [AB]$ varsa C noktasına $[AB]$ 'ni k oranında içten bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz.

**Örnek...18 :**

$A(5, 14)$, $B(13, -14)$ noktaları veriliyor $\frac{|AC|}{|BC|} = 3$ oranında içten bölen C noktasının koordinatları toplamı nedir?

$$\begin{array}{c} \text{A}(5, 14) \quad \text{C}(x, y) \quad \text{B}(13, -14) \\ \text{3k} \quad \text{k} \\ \text{x için} \\ \frac{4k}{3k} = \frac{8}{?} \\ \text{?} = 6 \\ \text{x} = 5 + 6 = 11 \\ \text{y için} \\ \frac{4k}{3k} = \frac{28}{?} \\ \text{?} = 21 \\ \text{y} = 14 - 21 = -7 \\ \text{C}(11, -7) \\ \text{x+y} = 4 \end{array}$$

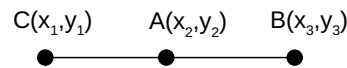
Örnek...19 :

$A(-5, 6)$, $C(15, 20)$ noktaları veriliyor. C noktası $[AB]$ ni, $\frac{|AC|}{|BC|} = 2$ oranında içten bölüyorsa B noktasının koordinatları çarpımı nedir?

$$\begin{array}{c} \text{A}(-5, 6) \quad \text{C}(15, 20) \quad \text{B}(x, y) \\ \text{2k} \quad \text{k} \\ \text{x için} \\ \frac{2k}{k} = \frac{20}{?} \\ \text{?} = 10 \\ \text{x} = 15 + 10 = 25 \\ \text{y için} \\ \frac{2k}{k} = \frac{14}{?} \\ \text{?} = 7 \\ \text{y} = 20 + 7 = 27 \\ \text{B}(25, 27) \\ \text{x} \cdot \text{y} = 25 \cdot 27 = 675 \end{array}$$

B) DIŞTAN BÖLEN NOKTA:

Eğer $\frac{|AC|}{|BC|} = k$ olacak şekilde bir $C \notin [AB]$, $C \in AB$ varsa C noktasına $[AB]$ 'ni k oranında dıştan bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz



ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİNİN KOORDİNATLARI

Köşe koordinatları

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$

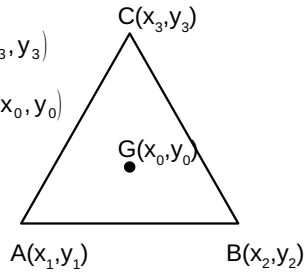
olan ABC üçgeninin

ağırlık merkezi $G(x_0, y_0)$

$$ise \ x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3},$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

olarak elde edilir.



Örnek...28 :

$A(-8, 10), B(-5, 6), C(-2, 5)$ üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz?

ağırlık merkezi G ise

$$G\left(\frac{-8 + (-5) + (-2)}{3}, \frac{10 + 6 + 5}{3}\right) = G(-5, 7)$$

Örnek...29 :

$A(x, y), B(-1, 2), C(4, 6)$ üçgeninin ağırlık merkezinin $G(-5, 12)$ ise A noktasının koordinatlarını bulunuz?

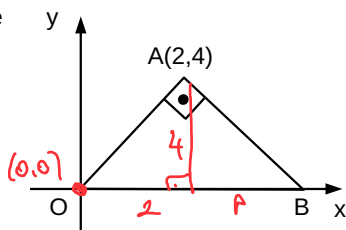
$$-5 = \frac{x - 1 + 4}{3} \quad 12 = \frac{y + 2 + 6}{3}$$

$$x = -18 \quad y = 28$$

$A(-18, 28)$

Örnek...30 :

Köşeleri $A(2, 4), O$ ve B olan OAB dik üçgeninin ağırlık merkezini bulunuz?



$$4^2 = 2p \rightarrow p = 8$$

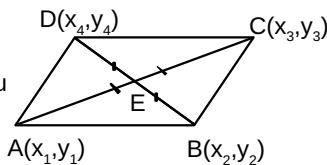
(dik üçgen)

$B(10, 0)$

$$G\left(\frac{0 + 2 + 10}{3}, \frac{0 + 4 + 0}{3}\right) = G\left(4, \frac{4}{3}\right) \text{ (ağırlık merkezi)}$$

UYARI

Paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenler birbirlerini ortalamadığından bu dörtgenlerde karşılıklı köşelerin



apsislerin toplamları ve karşılıklı ordinatların toplamı birbirine eşittir. ABCD paralelkenarını inceleyiniz.

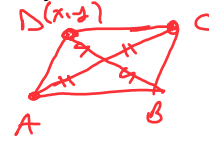
$E(x_0, y_0)$ köşegenlerin kesim noktası ise

$$x_0 = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{y_3 + y_4}{2}$$

ve buradan $x_1 + x_3 = x_2 + x_4$, $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$.

Örnek...31 :

Köşe koordinatlarının üçü $A(2, 5), B(5, 7), C(6, 10)$ olan ABCD paralelkenarının, $D(x, y)$ köşesinin koordinatları çarpımı kaçtır?



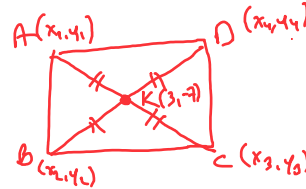
$$x + 5 = 2 + 6 \rightarrow x = 3$$

$$y + 7 = 5 + 10 \rightarrow y = 8$$

$$D(x, y) = D(3, 8) \Rightarrow x \cdot y = 24$$

Örnek...32 :

Köşegenlerinin kesim noktası $O(3, -7)$ olan ABCD dikdörtgeninin dört köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?



$$\frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2} = 3$$

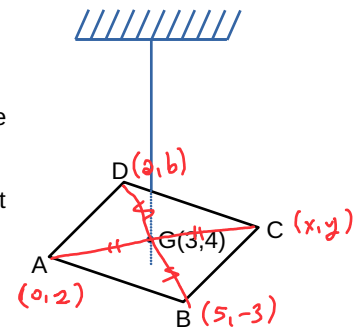
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$$

$$\frac{y_1 + y_3}{2} = \frac{y_2 + y_4}{2} = -7 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = -28$$

$$\text{tüm koordinatlar toplamı } 12 + (-28) = -16$$

Örnek...33 :

Bir cisim herhangi bir noktasından asılırsa cismin asıldığı noktadan geçen düşey doğrultu, ağırlık merkezinden geçecek şekilde dengede kalır.



Yandaki şekilde dik koordinat sistemiyle modellenen bir ortamda köşe koordinatları $A(0, 2), B(5, -3), C(x, y)$ ve $D(a, b)$ olan ABCD

paralelkenarı tavana

asıldığında ip G noktasından geçecek şekilde levha dengede durmuştur.

Buna göre C ve D köşesinin koordinatlarını bulunuz toplamı kaçtır?

$$\frac{a + 5}{2} = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\frac{x + 0}{2} = 3 \rightarrow x = 6$$

$$\frac{b - 3}{2} = 4 \Rightarrow b = 11$$

$$\frac{y + 2}{2} = 4 \Rightarrow y = 6$$

$$C(6, 6) \quad D(1, 11)$$

$$6 + 6 + 1 + 11 = 24$$