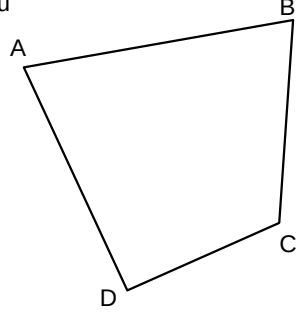


ÇOKGENLER DÖRTGENLER-2 GENEL DÖRTGEN

DÖRTGEN TANIMI

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın birleştirilmesiyle elde edilen kapalı şekle dörtgen denir.

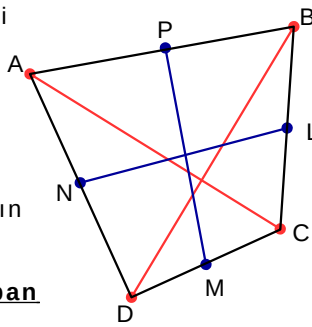


Temel elemanlar :
4 AÇI, 4 KÖŞE,
4 KENAR dır.

Bu açılar, köşeler ve kenarlar komşu ya da karşılıklıdır.

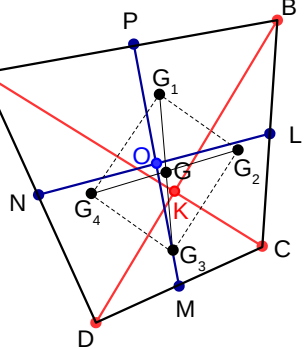
KÖŞEĞEN, ORTA TABAN VE AĞIRLIK MERKEZİ

Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir. [AC] ve [BD] köşegendir.



Karşılıklı iki kenarın orta noktalarını birleştiren doğru parçasına **orta taban** denir. P, L, M, N kenar orta noktaları olmak üzere, [PM] ve [NL] orta tabandır.

Köşegenlerin kesişmesiyle oluşan üçgenlerin ağırlık merkezlerini köşe kabul eden paralelkenarın köşegenlerinin kesim noktasına **dörtgenin ağırlık merkezi** denir.

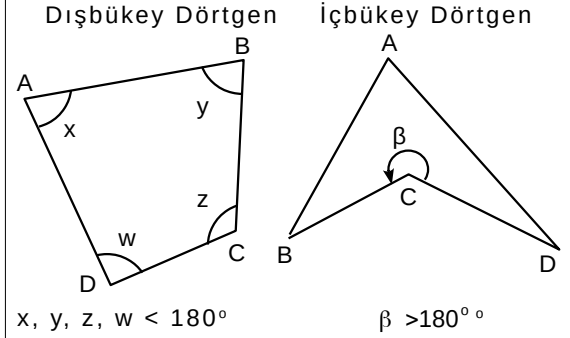


G_1, G_2, G_3, G_4 üçgenlerin ağırlık merkezidir.

$[G_1G_3] \cap [G_2G_4] = \{G\}$ dir.

G: Dörtgenin ağırlık merkezi,
O: Orta tabanların kesim noktası,
K: Köşegenlerin kesim noktasıdır.

DİŞBÜKEY İÇBÜKEY DÖRTGEN



$x, y, z, w < 180^\circ$

$\beta > 180^\circ$

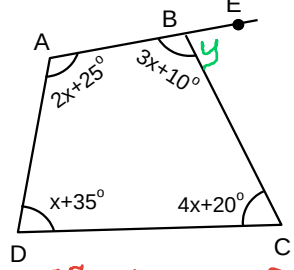
☺ : Aksi belirtilmedikçe dörtgen denildiğinde dış bükey dörtgen anlaşılacaktır.

DÖRTGENİN AÇI ÖZELLİKLERİ :

- 1) Dörtgenin iç açıları toplamı 360° dir. NEDEN?
- 2) Dörtgenin dış açıları toplamı 360° dir. NEDEN?

Örnek...1 :

ABCD dörtgen ve A, B, E doğrusal olduğuna göre, \widehat{CBE} açısı kaç derecedir?



$$2x + 25 + 3x + 10 + x + 35 + 4x + 20 = 360$$

$$10x = 270 \quad = 27$$

$$91 + y = 180 \quad y = 89$$

Örnek...2 :

Bir dörtgenin dış açıları sırasıyla 3, 4, 5, 6 sayıları ile orantılı olduğuna göre, **en büyük** iç açısı kaç derecedir?

$$3x + 4x + 5x + 6x = 360$$

$$x = 20$$

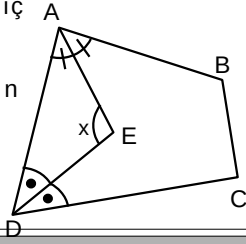
en küçük dış açı $3 \cdot 20 = 60$
en büyük iç açı $180 - 60 = 120$

www.matbaz.com

ÇOKGENLER DÖRTGENLER-2
GENEL DÖRTGEN

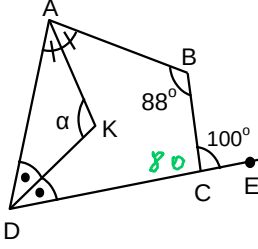
3) Dörtgenin komşu iki iç açısının açı ortayları arasında kalan açının ölçüsü diğer iki iç açının aritmetik ortasıdır.

$$m(\widehat{AED}) = x = \frac{m(\widehat{B}) + m(\widehat{C})}{2}$$



Örnek...3 :

ABCD dörtgeninde D, C, E doğrusal olmak üzere, $m(\widehat{AKD}) = \alpha$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

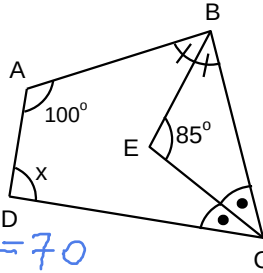


$$\alpha = \frac{88 + 80}{2} = 84$$

(denklemlerle de siz yapınız)

Örnek...4 :

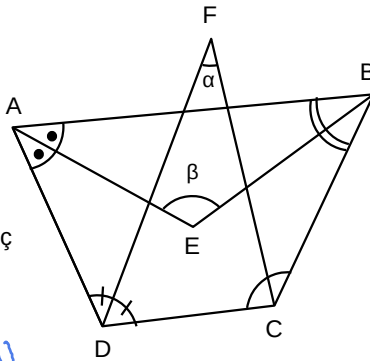
ABCD dörtgeninde, $m(\widehat{BAD}) = 100^\circ$, $m(\widehat{CEB}) = 85^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ açısının ölçüsü kaç derecedir?



$$85 = \frac{100 + x}{2} \rightarrow x = 70$$

Örnek...5 :

ABCD dörtgeninde verilenlere göre, $\alpha + \beta$ toplamı kaç derecedir?

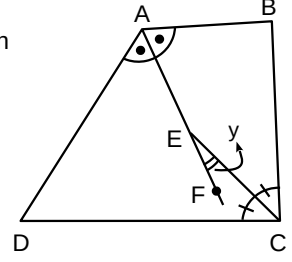


$$\alpha = \frac{m(A) + m(B)}{2}$$

$$\beta = \frac{m(C) + m(D)}{2}$$

$$\alpha + \beta = \frac{360}{2} = 180 //$$

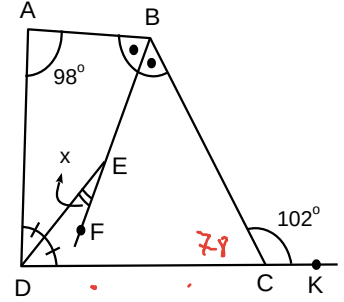
4) Dörtgende karşılıklı iki iç açısının açı ortaylarının kesişmesiyle oluşan dar açının ölçüsü, diğer iki iç açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısıdır.



$$m(\widehat{CEF}) = y = \frac{|m(\widehat{B}) - m(\widehat{D})|}{2}$$

Örnek...6 :

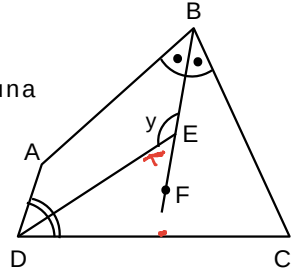
ABCD dörtgeninde B, E, F ve D, C, K doğrusaldır. Verilenlere göre, $m(\widehat{FED}) = x$ açısı kaç derecedir?



$$x = \frac{98 - 72}{2} = 10$$

Örnek...7 :

ABCD dörtgeninde B, E, F doğrudur. $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) + 64$ olduğuna göre, $m(\widehat{BED}) = y$ kaç derecedir?

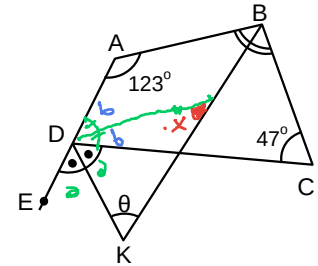


$$x = \frac{m(A) - m(C)}{2} = 32$$

$$y = 180 - x = 180 - 32 = 148$$

Örnek...8 :

ABCD dörtgeninde A, D, E doğrudur. [DK] ve [BK] açıortaydır. Verilenlere göre, $m(\widehat{BKD}) = \theta$ kaç derecedir?



$$x = \frac{123 - 47}{2} = 38$$

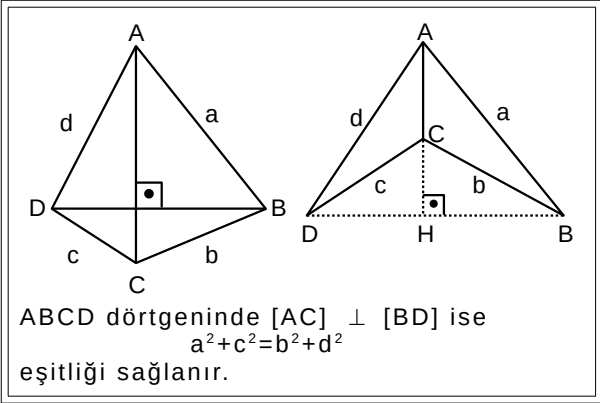
$$2x + \theta = 90$$

$$90 + x + \theta = 180$$

$$\theta = 52$$

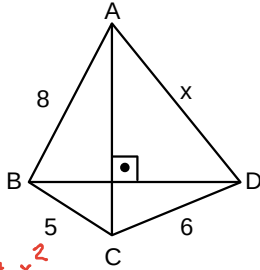
ÇOKGENLER DÖRTGENLER-2
GENEL DÖRTGEN

KÖŞEĞENLERİ DİK KESİŞEN DÖRTGEN :



Örnek...9 :

ABCD dörtgeninde,
 $[AC] \perp [BD]$,
 $|AB|=8$ cm
 $|BC|=5$ cm ve
 $|CD|=6$ cm ise
 $|AD|=x$ kaç cm dir?

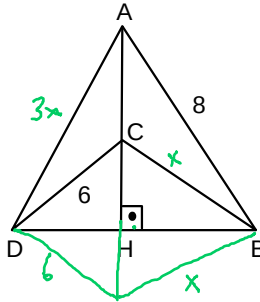


$$8^2 + 6^2 = 5^2 + x^2$$

$$x = 5\sqrt{3}$$

Örnek...10 :

ABCD dörtgeninde,
 $[AH] \perp [BD]$,
 $|AB|=8$ cm
 $|CD|=6$ cm
 $|AD|=3 \cdot |BC|$ ise
 $|AD|$ kaç cm dir?



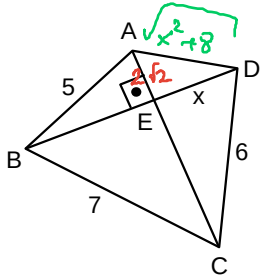
$$9x^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x = \sqrt{10}$$

$$|AD| = 3\sqrt{10}$$

Örnek...11 :

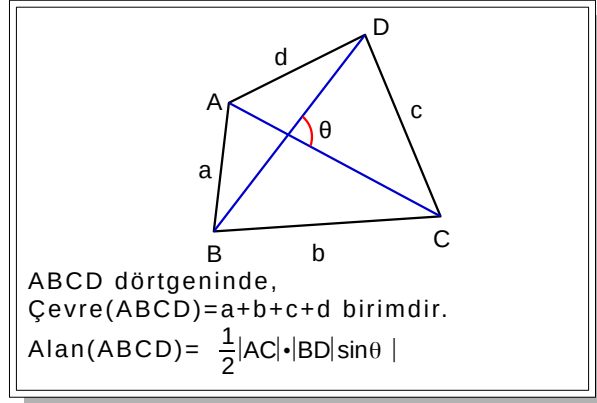
ABCD dörtgeninde,
 $[AC] \perp [BD]$,
 $|AB|=5$ cm,
 $|BC|=7$ cm,
 $|CD|=6$ cm ve
 $|AE|=2\sqrt{2}$ cm ise
 $|ED|=x$ kaç cm dir?



$$x^2 + 8 + 7^2 = 5^2 + 6^2$$

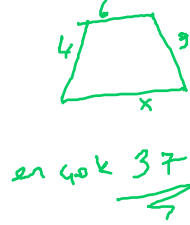
$$x = 2$$

DÖRTGENİN ÇEVRESİ VE ALANI



Örnek...12 :

Kenar uzunlukları 4, 6 ve 9 birim olan bir dörtgenin çevresinin en büyük tamsayı değeri kaç birimdir?

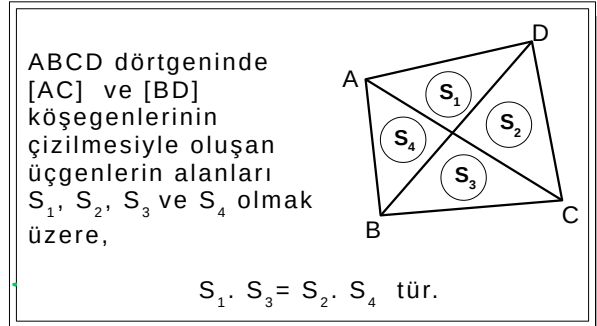


$$x < 6+4+9 = 19$$

$$x+19 < 19+19$$

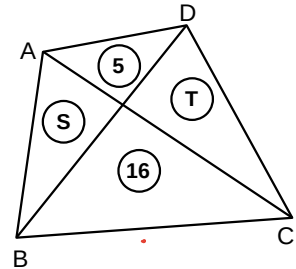
$$x < 38$$

www.matbazz.com



Örnek...13 :

ABCD dörtgeninin köşegenleri ile dört üçgen alanı şekildeki gibi oluşturuluyor. S ve T tamsayı olduğuna göre, Alan(ABCD) en küçük kaç cm^2 olur?



$$S \cdot T = 16 \cdot 5 = 80$$

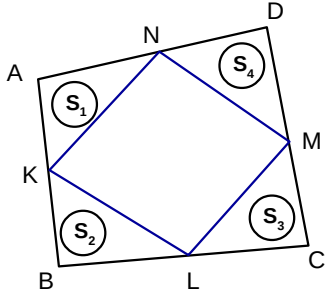
$$S = 10$$

$$A(ABCD) = 8 + 5 + 16 + 10$$

$$= 39 \text{ br}^2$$

ÇOKGENLER DÖRTGENLER-2 GENEL DÖRTGEN

UYARI

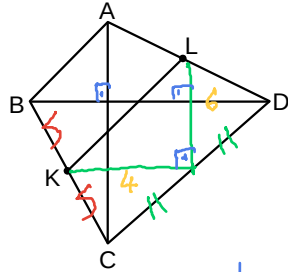


ABCD dörtgeninde K, L, M, N buldukları kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=e$ birim ve $|BD|=f$ birim olmak üzere,

- 1) KLMN dörtgeni paralelkenardır.
- 2) Çevre(KLMN) = $e+f$ dir.
- 3) $\text{Alan}(KLMN) = \frac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$ dir.
- 4) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$ tür.

Örnek...14 :

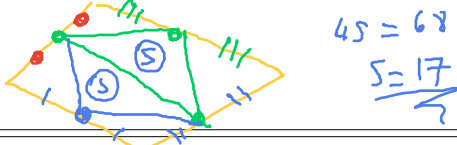
ABCD dörtgeninde $[AC] \perp [BD]$, K ve L buldukları kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=12$ br $|BD|=8$ br olduğuna göre, $|KL|$ uzunluğu kaç birimdir?



$$|KL| = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$$

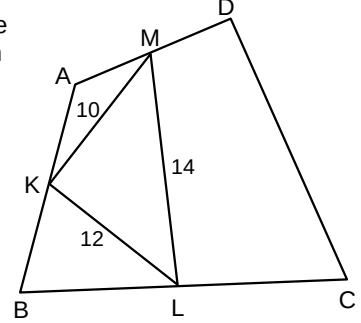
Örnek...15 :

Alanı 68 cm^2 olan bir dörtgenin üç kenarının orta noktaları birleştirilerek elde edilen üçgenel bölgenin alanı kaç cm^2 dir?



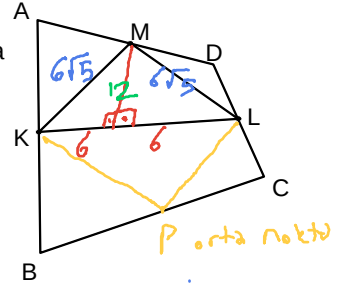
Örnek...16 :

ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır. $|KM|=10$ br, $|KL|=12$ br, $|LM|=14$ br olduğuna göre, $\text{Alan}(ABCD)$ kaçtır?



Örnek...17 :

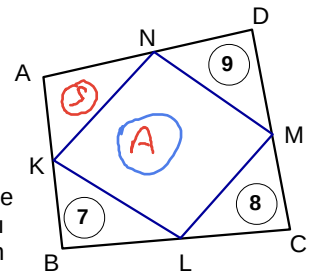
ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır. $|KM|=|LM|=6\sqrt{5}$ br, $|KL|=12$ br ise $\text{Alan}(ABCD)$ kaçtır?



$$\begin{aligned} A(ABCD) &= 4 \cdot A(KML) \\ &= 4 \cdot \frac{12 \cdot 12}{2} \\ &= 288 \text{ br}^2 \end{aligned}$$

Örnek...18 :

ABCD dörtgeninde K, L, M, N buldukları kenarların orta noktalarıdır. Daire içinde verilenler birimkare cinsinden, içinde buldukları üçgenlerin alanları ise KLMN dörtgenin alanı AKN üçgenin alanının kaç katıdır?

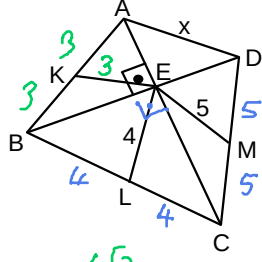


$$\begin{aligned} 5+8 &= 7+9 \rightarrow 5=8 \\ A &= 8+7+8+9 = 32 \\ \frac{32}{8} &= 4 \end{aligned}$$

ÇOKGENLER DÖRTGENLER-2
GENEL DÖRTGEN

Örnek...19 :

ABCD dörtgeninde,
 $[AC] \perp [BD]$,
 $|EL|=4$ cm,
 $|EM|=5$ cm,
 $|EK|=3$ cm
 K, L, M buldukları kenarların orta noktaları olduğuna göre, $|AD|=x$ kaç cm dir?



$$6^2 + 10^2 = x^2 + 8^2 \rightarrow x = 6\sqrt{2}$$

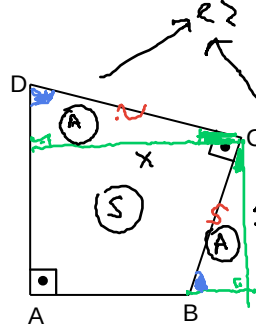
Örnek...20 :

ABCD dörtgen
 $m(\hat{A})=m(\hat{C})=90^\circ$
 $|BC|=|CD|$ ve
 $A(ABCD)=72$ br² ise C noktasının $[AD]$ doğru parçasına en kısa mesafesi kaç birimdir?

$$S+A=72$$

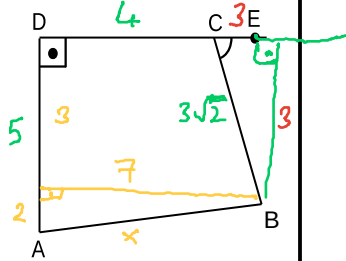
$$x^2=72$$

$$x=6\sqrt{2}$$



Örnek...21 :

ABCD dörtgen $m(\hat{D})=90^\circ$,
 $m(\hat{ECB})=45^\circ$ $|BC|=3\sqrt{2}$ br
 $|DC|=4$ br, $|AD|=5$ br ise $|AB|$ kaç birimdir?

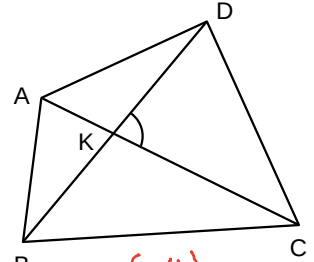


$$x^2 = \sqrt{7^2 + 2^2}$$

$$x = \sqrt{53}$$

Örnek...22 :

ABCD dörtgen,
 K köşegenlerin kesim noktası $|BD|=8$ br
 $|AC|=12$ br
 $A(ABCD)=12\sqrt{2}$ br² ise $\sin(\widehat{CKD})$ kaçtır ?



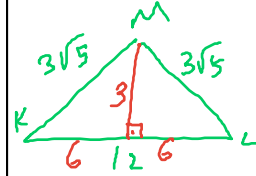
$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AC| |BD| \sin(\widehat{CKD})$$

$$12\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin(\widehat{CKD})$$

$$\sin(\widehat{CKD}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Örnek...23 :

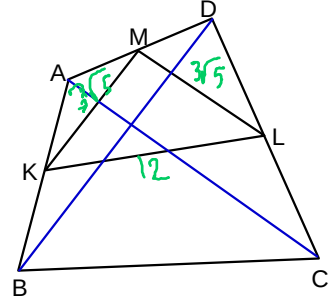
ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=|BD|=6\sqrt{5}$ br $|KL|=12$ br olduğuna göre, Alan(ABCD) kaç br² dir?



$$A(ABCD) = 4 \cdot A(KML)$$

$$= 4 \cdot \frac{3 \cdot 12}{2}$$

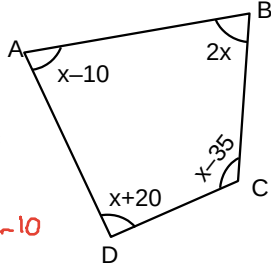
$$= 72 \text{ br}^2$$



ÇOKGENLER DÖRTGENLER-2 GENEL DÖRTGEN

DEĞERLENDİRME

- 1) ABCD dörtgendir. Verilen açı ölçülerine göre bu dörtgenin en büyük dış açısı kaç derecedir?

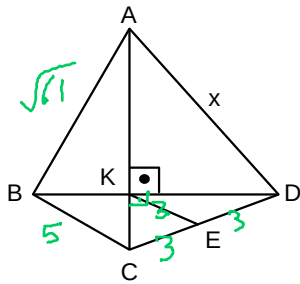


$$360 = x+20 + x-35 + 2x + x-10$$

$$x = 77$$

en küçük iç açı $77-35 = 42$
en büyük dış açı $180 - 42 = 138$

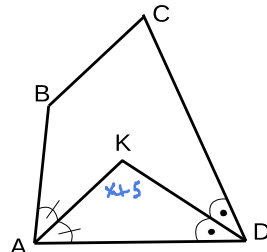
- 2) ABCD dörtgen, E, [CD]'nin orta noktası ve $|KE|=3br$, $|BC|=5br$, $|AB|=\sqrt{61}br$ ise $|AD|=x$ kaç birimdir?



$$x^2 + 25 = 61 + 36$$

$$x = 6\sqrt{2}$$

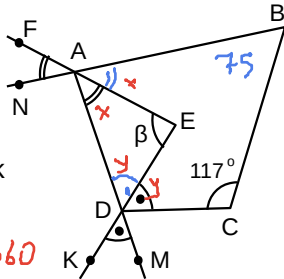
- 3) ABCD dörtgen ve [AK] ile [DK] açıortaylardır. $m(\widehat{AKD})=x+5$, $m(\widehat{ABC})=2x-20$, $m(\widehat{BCD})=x-30$ ise $m(\widehat{AKD})$ kaç derecedir?



$$x+5 = \frac{2x-20+x-30}{2}$$

$$x=60 \Rightarrow m(\widehat{AKD}) = x+5 = 65$$

- 4) ABCD dörtgeninde A, D, M noktaları doğrusaldır. $m(\widehat{BCD})=117^\circ$, $m(\widehat{NBC})=75^\circ$ olmak üzere, $m(\widehat{FEK})=\beta$ kaç derecedir?



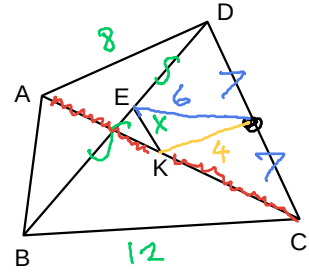
$$2x+2y+117+75=360$$

$$x+y=84$$

$$\beta+84=180$$

$$\beta=96$$

- 5) ABCD dörtgen, E ve K üzerinde buldukları köşegenlerin orta noktalarıdır. $|BC|=12br$, $|AD|=8br$ ise $|EK|=x$ kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

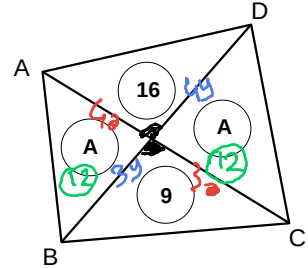


$$6-4 < x < 6+4 \Rightarrow 2 < x < 10$$

AD // BC \Rightarrow E, K, T doğrusal olurdu $x+4=6$
 $x=2$ olur

$x=2, 3, 4, \dots, 9$
8 değer

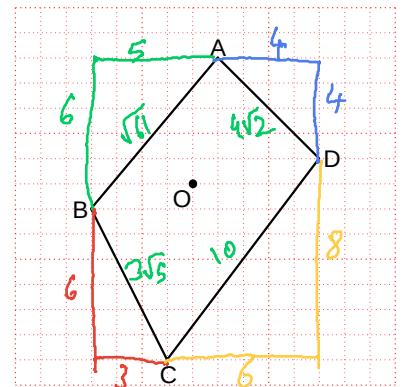
- 6) ABCD dörtgen [AC], [BD] köşegenlerdir. Şekilde daire içinde birim kare cinsinden alanlar verilmiştir. Buna göre $\frac{|AD|}{|BC|}$ oranı kaçtır?



$$\frac{16}{A} = \frac{A}{9} \Rightarrow A=12$$

$$\frac{|AD|}{|BC|} = \frac{4}{3}$$

- 7) Birim karelerden oluşan şekilde O noktası dik koordinat sisteminin orijini. ABCD dörtgeninin çevresi ve alanını hesaplayınız.



$$Q(ABCD) = \sqrt{1} + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 10$$

$$A(ABCD) = 12 \cdot 9 - \frac{6 \cdot 3}{2} - \frac{6 \cdot 5}{2} - \frac{4 \cdot 4}{2} - \frac{6 \cdot 8}{2}$$

$$= 52 \text{ br}^2$$