

**SEÇME-KOMBİNASYON**

Belirli bir grup içerisinde kaç farklı seçim yapılabileceğini belirlemek karar verme süreçlerinde büyük önem taşır.

**Örnek...1 :**

$A = \{ x, y, z \}$  kümesinin 2 elemanlı permütasyonları (sıralamaları) ile 2 elemanlı kombinasyonlarını (seçimleri-alt kümeleri) karşılaştırınız.

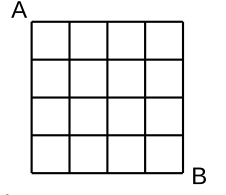
**Örnek...2 :**

Haldun bir dondurmacıda bulunan 4 farklı çeşitten (Fıstıklı, Çikolatalı, Kavunlu ve Böğürtlenli) 3 tanesini seçerek külah dondurmasını oluşturacaktır.

Buna göre, Haldun dondurmasını içerik bakımından kaç farklı şekilde oluşturabilir? Soruyu çözerken çizge yöntemi ve listeleme yönteminden faydalanınız.

**Örnek...3 :**

Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir. A dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir? Daha önce sıralama başlığında çözdüğümüz bu soruyu seçim sorusu olarak nasıl çözebiliriz?

**Örnek...4 :**

Hilesiz 8 madenî para rastgele atıldığında üçünün tura, beşinin yazı gelebileceği kaç farklı durum oluşacağını bulunuz

$n$  tane nesnenin  $r$  tanesinin seçimine  $n$  elemanın  $r$  li kombinasyonları denir ve  $C(n,r)$  veya  $\binom{n}{r}$  ile gösterilir.

$$C(n;r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \quad (r \leq n)$$

$$1) \binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$$

$$2) \binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} = n$$

$$3) \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$4) \binom{n}{a} = \binom{n}{b} \text{ ise } a=b \text{ ya da } a+b=n \text{ dir.}$$

$$5) \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$6) \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1} \text{ (Pascal Üçgeni)}$$

$$7) P(n;r) = C(n;r) \cdot r!$$

**Örnek...5 :**

$\binom{n}{2} = 3 \cdot \binom{n}{n-1}$  olduğuna göre, n kaçtır?

**Örnek...6 :**

$\binom{n}{3} = \binom{n}{6}$  olduğuna göre, n kaçtır?

**Örnek...7 :**

$\binom{8}{3} = \binom{8}{n-1}$  ise n' nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

**Örnek...8 :**

$\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{8}{7} + \binom{9}{8} + \binom{10}{9} + \binom{11}{10}$  toplamının sonucu kaçtır?

**Örnek...9 :**

$\binom{x}{4} + \binom{x}{5} + \binom{x+1}{6} = \binom{15}{y}$  ise x+y kaç olabilir?

**Örnek...10 :**

A = { x, y, z, t } kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

**Örnek...11 :**

7 elemanlı bir kümenin en çok 5 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

**Örnek...12 :**

9 elemanlı bir kümenin en az 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

**Örnek...13 :**

7 kişi arasından en az 3 kişilik kaç komisyon oluşturulabilir?

**Örnek...14 :**

A = {a, b, c, d, e, f} kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde

i) b bulunur?

ii) c bulunmaz?

iii) b bulunur, c bulunmaz?

iv) b ve c bulunur?

v) b veya c bulunur?

vi) b ya da c bulunur?

**Örnek...15 :**

Bir öğrenciden 10 soruluk bir sınavda 6 soruyu yanıtlaması isteniyor. İlk 4 sorudan en az 3 tanesini yanıtlamak zorunda ise bu öğrenci kaç farklı biçimde yanıt verebilir?

**Örnek...16 :**

Bir okulda 6 seçmeli dersten 2 tanesi aynı saatte okutulmaktadır. 3 ders seçmek isteyen bir öğrenci kaç değişik biçimde seçim yapabilir?

**Örnek...17 :**

a, b, c, d, e, t harfleri ile biri sesli ikisi sessiz, 3 farklı harfli kaç sözcük oluşturulabilir?

**Örnek...18 :**

8 öğrenci arasından 4 kişilik bir ekip, bu ekip içinden de bir başkan seçilecektir. Bir başkan ve üç üyeden oluşan bu ekip kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

**Örnek...19 :**

Bir otelde iki yataklı bir, üç yataklı iki oda boştur. 8 kişi bu odalara kaç farklı biçimde yerleştirilebilir?

**Örnek...20 :**

$a > b > c$  olmak koşulu ile kaç farklı üç basamaklı (abc) sayısı yazılabilir?

**Örnek...21 :**

10 kişilik bir grupta A ve B kişileri birlikte aynı takımda oynamak istediklerine göre, 5 kişilik kaç farklı takım oluşturulabilir?

**Örnek...22 :**

Farklı 6 tane oyuncak iki kardeşe her birine en az bir tane vermek koşuluyla en çok kaç değişik şekilde verilebilir?

$n \in \mathbb{N}$ ,  $n$  eleman eleman arasından 0, 1, 2, ...,  $n$  tane elemanın kaç farklı şekilde seçilebileceğinin ayrı ayrı hesabıyla elde edilen sonuçların listelenerek üçgen şeklinde bir modelleme yapılması mümkündür.

### Örnek...23 :

Halit Öğretmen, matematik köyüne bir gezi düzenlemeyi düşünmektedir. Sınıftaki öğrencilerin katılım durumlarını belirten tabloda eksik olan kısımları doldurunuz.

| Sınıf Mevcudu | Geziye katılan öğrenci sayısı | Cebirsel Temsiller           | Elde edilen Sonuçlar |
|---------------|-------------------------------|------------------------------|----------------------|
| 0             | 0                             | $\binom{0}{0}$               | 1                    |
| 1             |                               | $\binom{1}{0}, \binom{1}{1}$ | 1,1                  |
| 2             | 0,1,2                         |                              | 1,2,1                |
| 3             |                               |                              |                      |
| ...           |                               |                              |                      |
| $n$           |                               |                              |                      |

### PASCAL ÜÇGENİ

Önceki örnekteki sayıları tekrar düzenleyelim

| Kombinasyon versiyonu                                                  | Sayılar   |
|------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $\binom{0}{0}$                                                         | 1         |
| $\binom{1}{0}, \binom{1}{1}$                                           | 1 1       |
| $\binom{2}{0}, \binom{2}{1}, \binom{2}{2}$                             | 1 2 1     |
| $\binom{3}{0}, \binom{3}{1}, \binom{3}{2}, \binom{3}{3}$               | 1 3 3 1   |
| $\binom{4}{0}, \binom{4}{1}, \binom{4}{2}, \binom{4}{3}, \binom{4}{4}$ | 1 4 6 4 1 |
| .....                                                                  | .....     |
| $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n}$        |           |

Üçgen şeklindeki bu model, genellikle "Pascal (Paskal) üçgeni" olarak bilinir. Pascal üçgeninden yararlanarak ifadelerin açılımlarının katsayılarını yazabiliriz.

$$(x+y)^0 = 1 \quad (\text{Piramitin tepesindeki sayı})$$

$$(x+y)^1 = 1.x + 1.y \quad (\text{Piramitin 2. satır sayıları})$$

$$(x+y)^2 = 1.x^2 + 2.xy + 1.y^2 \quad (\text{Piramitin 3. satır sayıları})$$

### GÜVERCİN YUVASI İLKESİ

Eğer  $n$  tane güvercin  $m$  tane yuvaya yerleştiriliyorsa ( $n > m$ ), en az bir yuvada birden fazla güvercin olmak zorundadır.

### Örnek...24 :

Aşağıdaki tabloda araştırma merkezindeki farklı bölümlere ait güvercin yuvası ve güvercin sayıları verilmiştir. Tablodaki her bölüm için, en az bir yuvada kesin olarak bulunan en az güvercin sayısını belirten sütunu, verilen örneklere uygun şekilde doldurunuz.

|                                                             |   |   |    |    |    |
|-------------------------------------------------------------|---|---|----|----|----|
| Toplam Güvercin Yuvası Sayısı                               | 2 | 8 | 7  | 6  | 8  |
| Toplam Güvercin Sayısı                                      | 3 | 5 | 10 | 26 | 99 |
| En Az Bir Yuvada Kesin Olarak Bulunan En Az Güvercin Sayısı | 2 |   |    |    |    |

### Örnek...25 :

Bir okuldaki öğrenci sayısı bilindiğinde, en az kaç kişinin aynı gün doğduğu belirlenebilir. Aşağıda, farklı okul mevcudu sayıları ve en az kaç kişinin aynı gün doğduğu ile ilgili bir tablo verilmiştir. Tablodaki boş alanları örnekteki gibi uygun şekilde doldurunuz.

|                                    |     |     |      |      |
|------------------------------------|-----|-----|------|------|
| Okul Mevcudu                       | 300 | 500 | 1000 | 2000 |
| Aynı Gün Doğmuş En Az İnsan Sayısı |     |     |      |      |

### Örnek...26 :

Bir çekmecede 3 çift farklı renkte (siyah, beyaz ve gri) çorap bulunmaktadır. Gözler kapalı olacak şekilde en az kaç çorap çekersek, en az bir çift çorap çekmeyi garantileriz?

### Örnek...27 :

Bir tür loto oyunu, biletin üstündeki 1, 2, ..., 30 sayıları arasından 4 tanesini seçip işaretlemek suretiyle oynanır. Yapılan çekilişte, bu 30 sayıdan 4 tanesi belirlenir. Lotoyu oynayan kişi, biletinde işaretlediği numaralarla çekilişte gelen sayıların hepsini bilirse büyük ikramiyeyi, eğer biletinde çekiliş numaralarının hiçbirini tutturamazsa teselli ödülünü alır. Buna göre, teselli ödülünü kazanmayı garantilemek için, en az kaç bilet oynamak gerekir?

### Örnek...28 :

Bir kenarı 2 birim olan kare içine rastgele en az kaç nokta konulursa, bu noktalar arasında birbirlerine uzaklığı mutlaka  $\sqrt{2}$  br den az olan en az iki nokta bulunacağı garanti olur?