

TERS FONKSİYON

Bir fonksiyonun uyguladığı işlemi tersine çevirmek için ona karşılık gelen özel bir fonksiyona ters fonksiyon denir.

Her fonksiyonu için ters fonksiyon bulamayabiliriz. (Belirli nitel özelliklere sahip fonksiyonlar ters fonksiyona sahiptir)

Örnek...1 :

Tablo1

$f(x) = x+4$	Bağımsız Değişken	-2	0	1	2	5
	Bağımlı Değişken					

Tablo 2

Bağımsız Değişken						$g(x) = ax+b$
Bağımlı Değişken	-2	0	1	2	5	

Tablo1 deki boşlukları doldurunuz. Tablo 2 deki boşluklar tablo1 deki boşluklar ile aynıdır. Doldurduğunuz tablolara göre grafikleri çizip $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları arasındaki ilişkiyi belirtiniz.

$f(x)$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x)$ ile gösterilir.

TERS FONKSİYON :

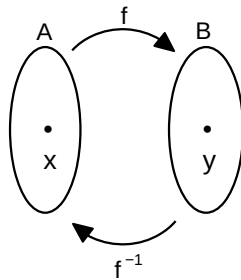
Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için bu fonksiyonun bire bir (1-1) ve örten olması gerekir.

$f(x)$ ve $f^{-1}(x)$ fonksiyonlarının grafikleri $y=x$ doğrusuna göre simetriktr.

$f : A \rightarrow B$ tanımlı iken

$f^{-1} : B \rightarrow A$

$y = f(x)$ ise $x = f^{-1}(y)$ dir.

**TERSİNİ BULMA KURALI (GENELLEME)**

Bir fonksiyonun tersini;

Adım 1 $y=f(x)$ ifadesinde x yerine y , y yerine x yazarız

Adım 2 Denklemi y için çözeriz.

(Sıralamayı yer değiştirip önce $y=f(x)$ de x i yalnız bırakıp sonra x ile y yer değiştirerek de yapabiliriz.)

Örnek...2 :

$f(x) = 3x + 7$ fonksiyonunun tersini bulunuz.

Örnek...3 :

Uygun şartlarda $f(x) = \frac{2x+3}{4x+5}$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

PRATİK KURALLAR :

1) $f(x) = ax+b$ ise $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$ dır.

2) $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ise $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ dır.

Örnek...4 :

Aşağıdaki fonksiyonların tersini uygun şartlarda bulunuz.

$f(x) = 2x+5$

$f(x) = 5x-137$

$f(x) = 9x$

$f(x) = \frac{3x+7}{2x+5}$

$f(x) = \frac{x+2}{3x-5}$

$f(x) = \frac{7-4x}{2x-8}$

$f(x) = \frac{4x-1}{5x}$

$f(x) = \frac{5}{2x-3}$

Örnek...5 :

$$f: \mathbb{R} - \{6\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$$

$$f(x) = \frac{ax + \sqrt{3}}{3x - b}$$

ifadesi bire bir (1-1) ve örten bir fonksiyon ise a+b toplamı kaçtır?

Örnek...6 :

Uygun koşullarda $x = \frac{3f(x)+5}{f(x)+2}$ fonksiyonu

veriliyor. Buna göre,

- Fonksiyonun ve tersinin cebirsel ifadelerini bulunuz.
- $f(x)$ fonksiyonunu çizerek nitel özelliklerini belirtiniz.
- $f(0) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

Örnek...7 :

Uygun koşullarda $f(x) = \frac{f(x)-x}{x+4}$ fonksiyonu

veriliyor. Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunu, tanım ve görüntü kümesini bulunuz

Örnek...8 :

Bir taksideki taksimetre çalıştırıldığında önceden belirlenmiş bir açılış ücretine ek olarak kilometre başına belli bir ücreti hesaplayarak yolcunun ödeyeceği ücreti belirler. Bir ticari takside taksimetre açılış ücreti 100 ₺ lira, kilometre başına ücret 40₺ lira olarak belirlenmiştir

Buna göre, taksinin taksimetresi açıldığı andan itibaren aldığı mesafeye (km) göre yolcunun ödeyeceği ücreti (₺) ifade eden fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.

b) Yolcunun ödeyeceği ücrete (₺) göre taksimetrenin açıldığı andan itibaren aldığı mesafeyi (km) ifade eden fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.

c)Taksiden inen bir kişinin 900 TL ile 1100 TL arasında ücret ödediği bilindiğine göre gittiği mesafe kaç kilometre olabileceğini bulunuz.

Örnek...9 :

$f: A \rightarrow B, f(x) = \frac{1}{x+4} - 2$ fonksiyonunun tersinin

cebirsel temsilini ve ters fonksiyonunun olmasını sağlayan A ve B kümelerini bulunuz. Fonksiyon ve tersinin grafiğini bir grafik yazılımı ile çiziniz.

Örnek...10 :

Uygun tanım kümelerinde verilen fonksiyonların terslerinin kurallarını bulunuz.

Fonksiyon	Tanım kümesi	Görüntü Kümesi	Tersinin Cebirsel ifadesi
$f(x) = \frac{4}{x-3}$			
$f(x) = \frac{1}{x-1} + 3$			
$f(x) = \frac{-2}{x+3} + 1$			

Örnek...11 :

Tabloyu doldurunuz

	Bağımsız Değişken	Bağımlı Değişken		Bağımlı Değişken	Bağımlı Değişken
$f(x)=x^2$	-1				
	0				
	1				

Karesel referans fonksiyonda bağımlı ve bağımsız değişken yer değiştirdiğinde elde edilen ilişki bir fonksiyon belirtir mi?

Örnek...12 :

Negatif reel sayılardan pozitif reel sayılara tanımlı $f(x) = x^2$ fonksiyonunun tersini bulunuz ve her iki fonksiyonun grafiğini çizin.

Örnek...13 :

$f: (-6, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ $f(x) = x^2 + 12x + 36$ fonksiyonunun tersini bulunuz ve her iki fonksiyonun grafiğini çizin.

Örnek...14 :

$f: (-\infty, 4) \rightarrow (-10, \infty)$ $f(x) = x^2 - 8x + 6$ fonksiyonunun tersini bulunuz ve her iki fonksiyonun grafiğini çizin.

Örnek...15 :

Verilen fonksiyonların terslerinin kurallarını uygun tanım kümelerinde bulunuz.

Fonksiyon	Tanım kümesi	Görüntü Kümesi	Tersi
$f(x) = x^2$	$[0, \infty)$		
$f(x) = x^2$	$(-\infty, 0]$		
$f(x) = (x+1)^2$			
$f(x) = x^2 + 4$			
$f(x) = x^2 - 4$			
$f(x) = x^2 + 4x + 4$			
$f(x) = x^2 + 6x + 10$			
$f(x) = 2(x-3)^2 + 1$			

Örnek...16 :

Bir öğrenci Garo adlı gezegende başlangıçta yerde hareketsiz duran bir topa vurulmasıyla harekete geçen topun yükseklik zaman ilişkisinin karesel bir fonksiyon ile modellenebileceğini gözlemlemiştir. Top 16 saniye sonra saniyede yere tekrar çarpmış ve yerden en çok 128 cm yükselmiştir.

Buna göre

a) 0–8 (saniyeler) zaman aralığında topun yüksekliğinin değişimini gösteren fonksiyonun grafik temsilini çizerek tanım ve görüntü kümesini bulunuz, fonksiyonun artan–azalan olma durumunu inceleyiniz.

b) Topun yükselmesi esnasında geçen zamanın topun yüksekliğine bağlı değişiminin cebirsel temsilini yazınız. Topun yüksekliğinin ilk defa 128 cm olana kadar geçen zamanın değişimini gösteren grafik temsilini çiziniz.

Örnek...17 :

Tabloyu doldurunuz

	Bağımsız Değişken	Bağımlı Değişken	Bağımlı Değişken	Bağımlı Değişken
$f(x)=\sqrt{x}$	0			0
	1			1
	2			2
	3			3

Karekök referans fonksiyonda bağımlı ve bağımsız değişken yer değiştirdiğinde elde edilen ilişki bir fonksiyon belirtir mi?

Örnek...18 :

$f:[0,\infty)\rightarrow[1,\infty)$ $f(x)=\sqrt{x}+1$ fonksiyonunun tersini bulunuz ve her iki fonksiyonun grafiğini çiziniz.

Örnek...19 :

$f:A\rightarrow B, f(x)=\sqrt{x-2}+3$ şeklinde tanımlı f fonksiyonunun tersinin cebirsel temsilini ve tersinin fonksiyon olmasını sağlayan A ve B kümelerini bulunuz.

Örnek...20 :

Uygun tanım kümelerinde verilen fonksiyonların terslerinin kurallarını bulunuz.

Fonksiyon Cebirsel Temsili	Tanım kümesi	Görüntü Kümesi	Tersinin Cebirsel Temsili
$f(x)=\sqrt{x}$	$[0, \infty)$		
$f(x)=\sqrt{x}+1$			
$f(x)=\sqrt{x+1}$			
$f(x)=\sqrt{x+2}-3$			
$f(x)=4\sqrt{x-3}-1$			