

RASYONEL FONKSİYONLAR

Rasyonel fonksiyonlar; ekonomi, fizik gibi bilim dalları ve mühendislik hesaplamaları gibi pek çok farklı alanda kullanılır.

$f: \mathbb{R}-\{0\} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x)=\frac{1}{x}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonu rasyonel referans fonksiyonu olarak adlandırılır.

Örnek...1 :

$f: \mathbb{R}-\{0\} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x)=\frac{1}{x}$ fonksiyonunun grafiğini noktaları işaretleyerek tanım kümesinde grafiğini çiziniz.

| | | | | | | |
|---|-----|----|----|---|---|----|
| x | -10 | -5 | -1 | 1 | 5 | 10 |
| y | | | | | | |

Grafik ve cebirsel ifadeden yararlanarak nitel özelliklerini belirtiniz.

| | |
|-------------------------|--|
| a) Tanım kümesi | |
| b) Görüntü kümesi | |
| c) Fonksiyonun sıfırı | |
| d) Fonksiyonun işareti | |
| e) Artan olduğu aralık | |
| f) Azalan olduğu aralık | |
| g) Örtelik | |
| h) Bire-birlik | |
| i) Tekliği-Çiftliği | |

Örnek...2 :

$f: [2,20) \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x)=\frac{1}{x}$ veriliyor

Buna göre f fonksiyonunun grafiğini çiziniz ve seçenekleri açıklayınız.

- Görüntü kümesini bulunuz.
- En büyük ve en küçük değeri var ise bulunuz.
- Bire birliğini inceleyiniz.
- Örteliğini inceleyiniz.
- Artan-azalanlığını inceleyiniz.

Örnek...3 :

$f: [-\frac{1}{8},19)-\{0\} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x)=\frac{1}{x}$ veriliyor

Buna göre f fonksiyonunun grafiğini çiziniz ve seçenekleri açıklayınız.

- Görüntü kümesini bulunuz.
- En büyük ve en küçük değeri var ise bulunuz.
- Bire birliğini inceleyiniz.
- Örteliğini inceleyiniz.
- Artan-azalanlığını inceleyiniz.

RASYONEL REFERANS FONKSİYONUNDAN TÜRETİLEN FONKSİYONLAR

$g(x)=a.f(x+r)+k$ biçimindeki fonksiyonları $f(x)=\frac{1}{x}$ referans fonksiyonundan çizerken

Adım 1 $y=f(x)$ r birim sola ($r<0$ için |r| birim sağa) ötelenir(kaydırılır).

Adım 2 bir önceki adımda elde edilen fonksiyona a çarpanına göre daraltma genişletme uygulanır.

Adım 3 bir önceki adımda elde edilen fonksiyon k birim yukarı ($k<0$ için aşağı) ötelenir (kaydırılır).

Burada uygulanacak dönüşümler sırasıyla r,a,k harfleri sırlamasıyla uygulanır.

Örnek...4 :

$g(x)=\frac{1}{x-2}$ fonksiyonunu rasyonel referans

fonksiyonu olan $f(x)=\frac{1}{x}$ fonksiyonu türünden ifade ediniz. Grafiğini çizip, nitel özelliklerini belirtiniz.

Örnek...5 :

Tabloyu doldurunuz

| | $r(x)=\frac{1}{x}-4$ | $g(x)=\frac{1}{x+1}$ | $p(x)=\frac{5}{x-2}+3$ |
|---------------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| f(x) türünden ifadesi | | | |
| Yapılacak öteleme/dönüşüm | | | |
| Grafik | | | |

Örnek...6 :

$g(x)=\frac{-4}{x+2}+3$ fonksiyonunu rasyonel referans

fonksiyonu olan $f(x)=\frac{1}{x}$ fonksiyonu türünden ifade ediniz. Grafiğini çizip, nitel özelliklerini belirtiniz.

Örnek...7 :

Rasyonel referans fonksiyonunun y eksenini boyunca negatif yönde 3 birim , x eksenini boyunca pozitif yönde 2 birim ötelenmesiyle elde edilecek fonksiyonun cebirsel ifadesini bulunuz. Bu fonksiyonun grafiğini çiziniz. Nitel özelliklerini belirtiniz.

Örnek...8 :

$g(x)$ fonksiyonu elde edilirken rasyonel referans fonksiyonunun üzerindeki y değerlerini önce 4 katı ile eşleyip ardından x eksenine göre yansıma dönüşümü uygulanmıştır. Sonra x eksenini boyunca pozitif yönde 1 birim, y eksenini boyunca negatif yönde 2 birim öteleme uygulanmıştır .Buna göre, fonksiyonun cebirsel ifadesini bulunuz ve grafiğini çiziniz.

Örnek...9 :

$g(x)$ fonksiyonu elde edilirken, rasyonel referans fonksiyonunun cebirsel temsilinde tüm bağımsız değişkenlerine 3 eklenmiş ve elde edilen bağımlı değişkenin 4 katı alınmıştır. Buna göre, $g(x)$ fonksiyonun cebirsel ifadesini bulunuz. Bu fonksiyonun grafiğini çiziniz.

Örnek...10 :

Bir işin birim zamanda yapılma hızına güç denir ve P (watt) ile gösterilir. Yapılan iş W (joule), işin yapılması için geçen süre t (sn.) olmak üzere güç $W=Pt$ şeklinde ifade edilmektedir. Yapılan 1000 joule işin yapılma süresi t ve gücün t 'ye bağlı fonksiyonu $P(t)$ olmak üzere

- P fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
- Fonksiyonun artan–azalanlığını cebirsel olarak inceleyiniz.
- Fonksiyonun bire birliğini cebirsel olarak inceleyiniz.
- P fonksiyonunun tanım kümesini $1 \leq t \leq 100$ aralığın alarak grafiğini çiziniz. Bu aralıkta gücün en büyük ve en küçük değerleri kaç watt olur?

Örnek...11 :

Fareler üzerinde deney yapan bir araştırmacı, bir ilacı kullandıktan sonra kandaki ilaç miktarı çeşitli zaman aralıkları için ölçmüştür. Elde ettiği değerlere bakarak ilacın kandaki yüzdelik konsantrasyon değerlerin çoğu zaman **rasyonel bir fonksiyonla** modellenebileceğini düşünmüştür. Bu ilişkiyi ($0 < t \leq 100$ için) $C(t) = \frac{a}{b+t} - c$ biçiminde matematiksel olarak modelleyebileceğine karar vermiştir.

- $C(t)$: kandaki ilaç konsantrasyonunun yüzdesi (örneğin % mg/L),
- t : ilacın verilmesinden sonraki süre (saat),
- a, b, c : deneysel olarak belirlenen pozitif sabitlerdir.

Deney sabitleri $a=600$, $b=20$ ve $c=5$ alındığında

- Modelin grafiğini çiziniz.
- Bu fonksiyonun nitel özelliklerini belirtiniz.