

KAREKÖK FONKSİYONLAR VE NİTEL ÖZELLİKLERİ

Günlük yaşamda birçok alanda (mühendislik-mimari gibi) yapılan hesaplamalarda karekök fonksiyonu hayatı kolaylaştıran matematiksel bir araçtır.

$f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x)=\sqrt{x}$ ile modellenen f fonksiyonu karekök referans fonksiyonu olarak adlandırılır.

Örnek...1 :

Gerçek sayılarda tanımlı $f(x)=\sqrt{x}$ fonksiyonunun grafiğini

i) aşağıdaki tabloda seçilmiş bazı değerleri bularak çiziniz.

ii) nitel özelliklerini belirtiniz.

x	0	1	2		9		25	...
y				2		4		

ii)

a) Tanım kümesi	
b) Görüntü kümesi	
c) Sıfırı	
d) İşareti	
e) Artan/ azalan aralıkları	
f) Maksimum Minimumu	
g) Örtelik	
h) Bire-birlik	
i) Tekliği-Çiftliği	

Örnek...2 :

$[1,25]$ tanım kümesinde $f(x)=\sqrt{x}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz. Nitel özelliklerini belirtiniz.

KAREKÖK REFERANS FONKSİYONUNDAN TÜRETİLEN FONKSİYONLAR

$g(x)=a.f(x+r)+k$ biçimindeki fonksiyonları $f(x)=\sqrt{x}$ referans fonksiyonundan çizerken

Adım 1 $y=f(x)$ x eksenı boyunca r birim sola ($r<0$ için $|r|$ birim sağa) ötelenir(kaydırılır).

Adım 2 bir önceki adımda elde edilen fonksiyona a çarpanına göre **germe ($a>1$)**, **sıkıştırma ($0<a<1$)** ve **$a<0$ için önce $|a|$ için germe ya da sıkıştırma dönüşümü ve sonrasında x ekseninde yansıma** uygulanır

Adım 3 bir önceki adımda elde edilen fonksiyon k birim yukarı ($k<0$ için aşağı) ötelenir (kaydırılır). Burada uygulanacak dönüşümler sırasıyla r,a,k harfleri sırlamasıyla uygulanır.

Örnek...3 :

Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini $f(x)=\sqrt{x}$ fonksiyonu grafiğinden ötelemeler yoluyla elde ediniz

	$g(x)=5\sqrt{x}$	$h(x)=3\sqrt{x-2}$	$r(x)=-\sqrt{x-4}$
$f(x)$ türünden ifadesi			
Yapılacak öteleme/ dönüşüm			
Grafik			

Örnek...4 :

$h(x)=3\sqrt{x+2}-1$ fonksiyonun grafiğini çiziniz. Bu fonksiyonun nitel özelliklerini belirtiniz.

Örnek...5 :

$h(x)=-2\sqrt{x-3}+4$ fonksiyonun grafiğini çiziniz. Bu fonksiyonun nitel özelliklerini belirtiniz.

Örnek...6 :

Karekök referans fonksiyonunun y eksenı boyunca negatif yönde 3 birim , x eksenı boyunca pozitif yönde 2 birim ötelenmesiyle elde edilecek fonksiyonun cebirsel ifadesini bulunuz. Bu fonksiyonun grafiğini çiziniz. Fonksiyonun nitel özelliklerini belirtiniz.

Örnek...7 :

Bir $g(x)$ fonksiyonu elde edilirken karekök referans fonksiyonunun cebirsel temsilinde bağımsız değişkeninin 2 fazlasının aldığı değerin kareköküne 5 ekleme yapıldığı biliniyor. Buna göre, $g(x)$ fonksiyonunun cebirsel ifadesini bulunuz.

Örnek...8 :

Bir $g(x)$ fonksiyonu elde edilirken, karekök referans fonksiyonunun grafiğindeki noktaların x eksenine olan uzaklıklarının 3 kat arttığı görülmektedir. Buna göre, $g(x)$ fonksiyonunun cebirsel ifadesini bulunuz.

Örnek...9 :

$f(x)=\sqrt{x}$ fonksiyonundan türetilen $g(x)=a\sqrt{x+r}+k(a,k,r\in\mathbb{R},a\neq 0)$ kareköklü fonksiyonların nitel özelliklerini a,r,k parametrelerine göre genelleyiniz.

Örnek...10 :

$g(x)=a.f(x+r)+k$ fonksiyonu karekök referans fonksiyonundan elde edilmiştir. Bu fonksiyonun minimum noktası (2, 4) dır. Fonksiyon grafiğinin (6, 10) noktasından geçtiği bilinmektedir. Buna göre r.a.k kaçtır?

Örnek...11 :

Karekök referans fonksiyonunun üzerindeki y değerlerini 3 katı ile eşleştirilmiş, sonra elde edilen noktalara x eksenine göre yansıma dönüşümü uygulanmış, sonrada sırasıyla elde edilen noktalar x eksenı boyunca pozitif yönde 1 birim, y eksenı boyunca pozitif yönde 2 birim ötelenmiştir. Elde edilecek fonksiyonun cebirsel ifadesini bulunuz.

Örnek...12 :

$f(x)=4\sqrt{x}+2$ fonksiyonun tanım kümesi, görüntü kümesi, bire birliğini inceleyiniz, artan-azalan olduğu aralıkları bulup eğer varsa minimum maksimum değerlerini belirtiniz. (Cebirsel ve grafikler üzerinden inceleyiniz.)

Örnek...13 :

Bir drone un havada kaldığı süre (t) bu süreye göre bataryasının doluluk yüzdesi $f(t)$ arasında

$$f(t)=102-2\sqrt{t+1} \text{ ilişkisi vardır.}$$

Buna göre

a) havadaki hareket başladıktan kaç dakika sonra batarya doluluğu yüzde 50 nın altına düşer.

b) Drone un havada kalabileceği en uzun süre kaç dakikadır?