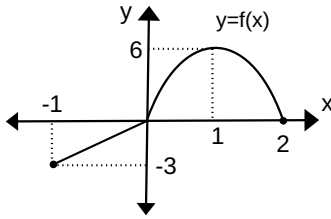


Grafikler ve Dönüşümler**FONKSİYON GRAFİKLERİ VE NİTEL ÖZELLİKLER****Fonksiyonun Nitel Özellikleri**

Genel olarak $y=f(x)$ için, fonksiyonun sıfırı (x eksenini kesim noktası), tanım kümesi, işareti, artanlık–azalanlığı, bire birliği, örtenliği, y eksenini kestiği nokta, görüntü kümesi, maksimum ve minimum noktalarına nitel özellikleri denir.

Örnek...1 :

Yanda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre fonksiyonun nitel özelliklerini belirtiniz.



Tanım Kümesi

Görüntü Kümesi

Sıfırı

 O_y kesim noktası

Maksimum noktası ve değeri

Minimum noktası ve değeri

Artan olduğu aralık

Azalan olduğu aralık

Bire–birlik

İşaret Tablosu

 $f(x)=ax+b$ fonksiyonlarının çizimi

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ olmak üzere $f(x)=ax+b$ ($a\neq 0$) fonksiyonunun grafiği dik koordinat sisteminde $y=ax+b$ doğrusunun grafiğini belirtir. Bu doğrunun grafiğini çizmek için iki farklı yol izleyebiliriz.

$g(x)=ax+b$ fonksiyonunun grafiğini çizerken

1.yol $y=ax+b$ denklemini sağlayan en az 2 tane farklı sıralı ikili seçilip bu sıralı ikililer dik koordinat sisteminde işaretlenir ve işaretlenen noktalar bir doğru oluşturacak şekilde birleştirilip doğru çizilir.

Örnek...2 :

$f(x)=3x+2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2.yol

$f(x)=x$ fonksiyonu ile başlayıp dönüşümleri kullanmak (istenen $a.f(x)+b$ olduğundan)
(Yani özetle sırasıyla $x \rightarrow ax \rightarrow ax+b$)
(Bu çizimi yapmadan hatırlatmalara bakalım)

Doğrusal fonksiyonları çizmek için **pratik olmayabilen dönüşümlerle grafiğin oluşturulması yöntemi**, 10.sınıfta göreceğimiz karesel, köklü, rasyonel fonksiyonların referans fonksiyonlarla çizimlerinde işlerimizi çok kolaylaştırır.

DÖNÜŞÜMLER

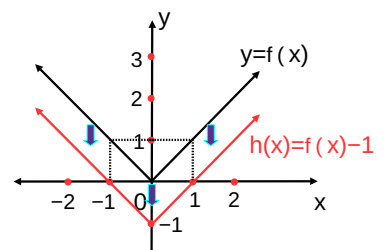
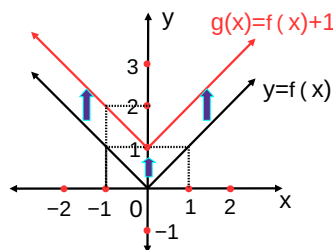
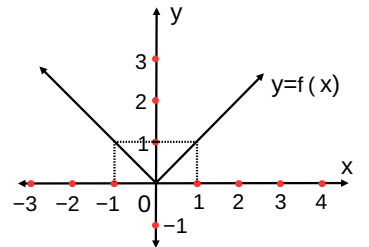
$y=f(x)\pm k$ çizimi yekseninde ötelemeler

a) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k\in\mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)+k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim yukarı yönde ötelenir.

b) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k\in\mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)-k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim aşağı yönde ötelenir.

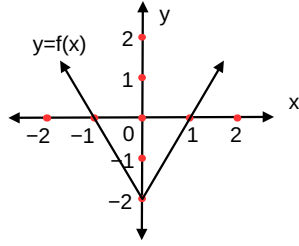
Örnek...3 :

$y=f(x)$ grafiği veriliyor. Bu fonksiyon referans alınarak $y=g(x)=f(x)+1$ ve $y=h(x)=f(x)-1$ grafikleri çizilmiştir, inceleyiniz.

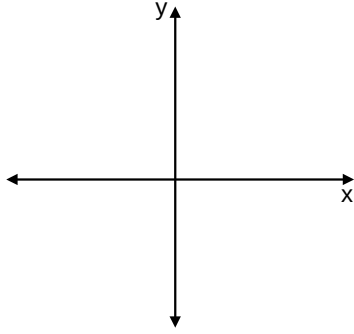


Örnek...4 :

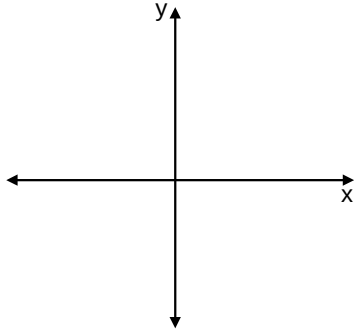
$y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre, şıklarda verilen ifadelerin grafiklerini çiziniz.



a) $y=f(x)+1$



b) $y=f(x)-4$

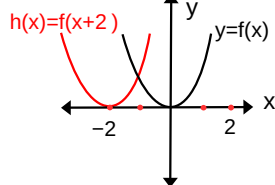
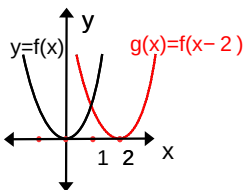
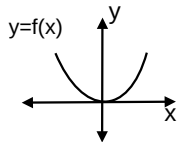
 **$y=f(x\pm k)$ çizimi x ekseninde ötelemeler**

a) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $r \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x-r)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_x ekseninde r birim sağ yönde ötelenir.

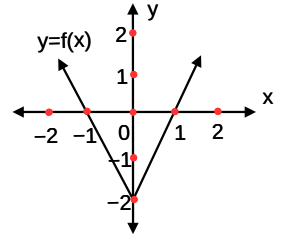
Şekilde $f(x)$, $f(x-2)$ ve $f(x+2)$ fonksiyonları verilmiştir. İnceleyiniz

Örnek...5 :

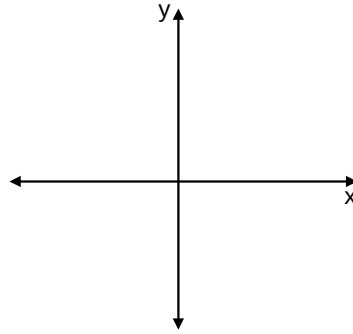
$y=f(x)$ grafiği veriliyor.
Bu fonksiyon referans alınarak $y=g(x)=f(x-2)$ ve $y=h(x)=f(x+2)$ grafikleri çizilmiştir, inceleyiniz.

**Örnek...6 :**

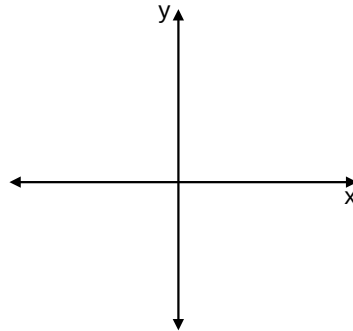
$y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre, şıklarda verilen ifadelerin grafiklerini çiziniz



a) $y=f(x+1)$



b) $y=f(x-2)$

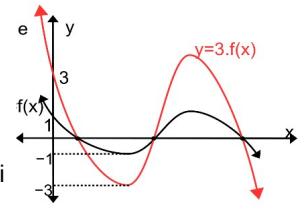
 **$y=f(x)$ verildiğinde $y=a.f(x)$ çizimi**

Eğer (x, y) noktası $y=f(x)$ üzerinde bir noktaysa $y=a.f(x)$ fonksiyonu $(x, a.y)$ noktasını grafiğinde bulunduracaktır. Bu ise aşağıdaki özel durumları oluşturur.

Durum1 $a>1$

$y=f(x)$ verildiğinde $a>1$ koşuluyla verilen $y=a.f(x)$ fonksiyonunun $y=f(x)$ fonksiyonunun dikey genişletilmiş uzatılmışıdır. (Şeklin x eksenini kestiği nokta haricinde x ekseninden uzaklaştığını fark ediniz)

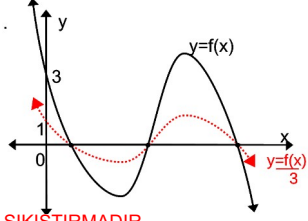
Burada yapılan işleme a kat DIKEY GERME diyoruz



Durum 2 $0 < a < 1$ dikey SIKIŞTIRMA

$y=f(x)$ verildiğinde $0 < a < 1$ koşuluyla verilen $y=a.f(x)$ fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun dikey daraltılmışıdır.

Yapılan işlem $1/a$ kat DIKEY SIKIŞTIRMADIR



Genel olarak $a > 0$ için $y=f(x)$ grafiğinden $y=a.f(x)$ elde edilirken fonksiyonun sıfırı (x eksenini kesim noktası), tanım kümesi, işareti, artanlık–azalanlığı bire birliği değişmeyen niteliklerdir. Fonksiyonun y eksenini kestiği nokta, görüntü kümesi, maksimum ve minimum noktaları fonksiyonuna göre (ya da duruma göre) değişebilir niteliklerdir. (Bu niteliklerin mutlaka değişmesi gerekmez)

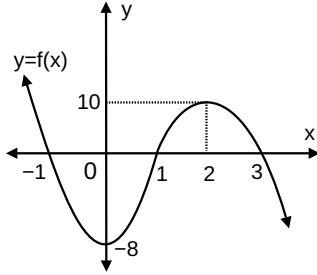
Örnek...7 :

Şekilde verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için

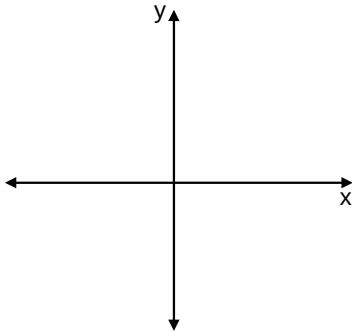
a) $2.f(x)$

b) $\frac{1}{2}.f(x)$

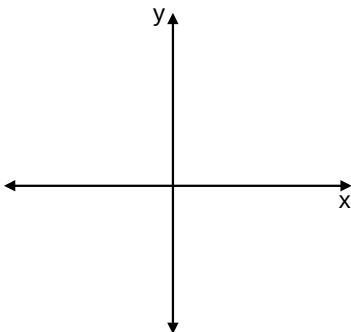
fonksiyonlarını çiziniz.



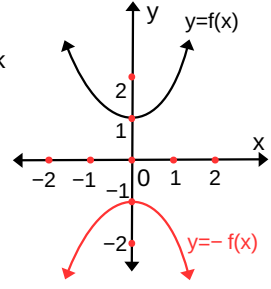
a)



b)

 **$y=f(x)$ verildiğinde $y=-f(x)$ çizimi**

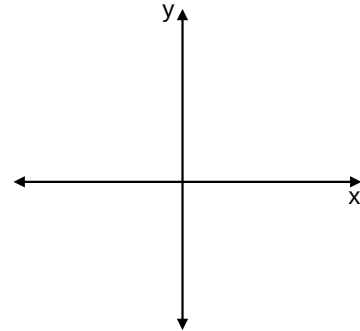
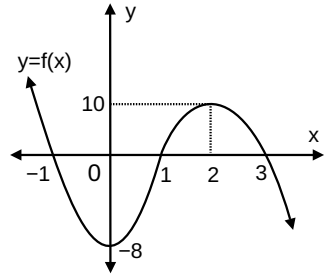
$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde, $y=-f(x)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_x eksenine göre simetriği alınır. (grafiği x eksenine göre katlarız)



Şekli inceleyiniz

Örnek...8 :

Şekilde verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $y=-f(x)$ fonksiyonunu çiziniz

**Genel olarak $g(x)=a.f(x)$ ($a < 0$) fonksiyonu çizilirken**

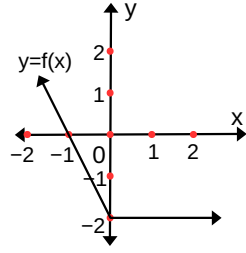
Adım1. $|a|f(x)$ fonksiyonu çizilir a pozitifmiş gibi ($\text{genişletme/daraltma}$) $\rightarrow a > 1$ dikey germe, $0 < a < 1$ dikey sıkıştırma

Adım 2 birinci adımda çizilen fonksiyonun x eksenine göre simetriği alınır. (şimdi a nın işaretini kullanmış olduk)

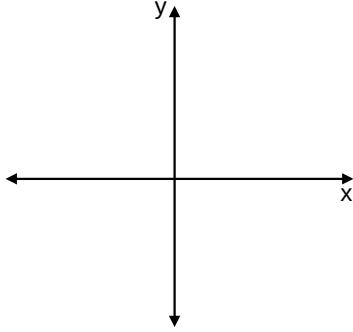
(Alternatif olarak önce simetri alıp sonra $|a|$ sayısı ile dikey germe /sıkıştırma uygulanabilir.)

Örnek...9 :

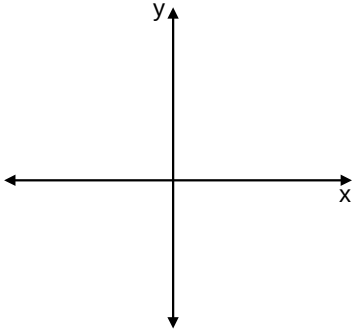
Şekilde $y=f(x)$ grafiği verilmiştir. Buna göre
i) $y=-f(x)$
ii) $y=-2f(x)$
grafiklerini çiziniz.



i)



ii)



$f(x)=a \cdot g(x-r)+k$ biçimindeki fonksiyonları $y=g(x)$ referans fonksiyonundan çizerken ($r>0, k>0, a>0$) istenilen

Adım 1 $y=g(x)$ r birim sağa

Adım 2 bir önceki adımda elde edilen fonksiyona a çarpanına göre daraltma genişletme uygulanır.

Adım 3 bir önceki adımda elde edilen fonksiyon k birim yukarı ötelenir (kaydırılır). **[dönüşüm sırasıyla r,a,k harfleri sırasına göre yapılır]**

Uyarı: $a<0$ için O_x de simetri, $r<0, k<0$ olması durumunda ötelemelerin yukarıdaki yönlerin tersine olacağını unutmayınız.

Örnek...10 :

$f(x)=4x+12$ fonksiyonunun grafiğini $y=g(x)=x$ fonksiyonunu referans alarak çiziniz.
(çözümünüzde önce $y=g(x)$ çizilmeli sonra $f(x)$ fonksiyonu $y=g(x)$ türünden yazılarak ,dönüşümlerle elde edilmelidir)

Örnek...11 :

$f(x)=5x-3$ fonksiyonunun grafiğini
a) iki nokta ile b) referans fonksiyon ile çiziniz.

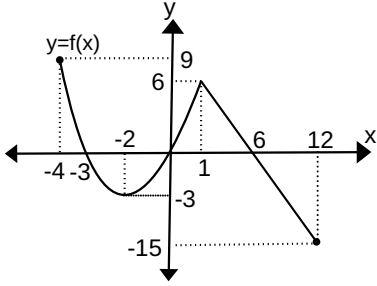
Örnek...12 :

$f(x)=x$ veriliyor. Buna göre , $g(x)=4f(x-2)+3$ fonksiyonunun grafiğini dönüşümler yoluyla çiziniz. ($g(x)$ kuralını bulmadan)

Örnek...13 :

$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)+4$ fonksiyonunun grafiğini $y=x$ referans fonksiyonu ile çiziniz.

Örnek...14 :



şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor. Buna istenen grafikleri çiziniz.

$$y=2f(x+1)-3$$

$$b) \frac{-1}{3}f(x-2)-1$$