

POLİNOMLAR-3

ÇARPANLARA AYIRMA

ÇARPANLARA AYIRMA

Bir çok terimli ifadenin çarpanlarının çarpımı cinsinden yazılışına çarpanlarına ayrılmış hali denir. Çarpanlara ayırma ile yüksek dereceli denklemleri daha kolay çözebilir, işaret anlamında verilen ifadeyi daha rahat inceleyebiliriz.

1. Ortak Çarpan parantezi:

Verilen ifadenin her teriminde ortak harf veya sayı varsa bu harf veya sayı için parantez açılabilir.

Örnek...1 :

İfadeleri ortak çarpan parantezine alınız

- 1) $ax + ay$
- 2) $5x + kx$
- 3) $x^8 + x^6$
- 4) $axb + cbx$
- 5) $x^2 - 3x$
- 6) $4x^2y - 6xy^2$
- 7) $x(m-n) + y(m-n)$
- 8) $x(m-n) + y(n-m)$
- 9) $x(a-b) + y(a-b) - z(b-a)$
- 10) $x(a-b)^2 + y(a-b)$
- 11) $30.42 + 20.21$

Örnek...2 :

$\frac{(3x-2y)(x+2y)+(2y-3x)(3x+y)}{2x-y}$ ifadesinin en sade hali nedir?

2. Gruplandırma

Verilen ifadenin bütün terimlerinde ortak sayı veya harf yoksa ifade gruplara ayrılır ve gruplar için ortak çarpan parantezi araştırılır.

- 1) $mx + ny + my + nx$
- 2) $a^4 + a^3 + a^2 + a$
- 3) $2^x + 3^x + 6^x + 9^x$
- 4) $x^2 - x^3 + x - 1$
- 5) $kx - k - rx + r$
- 6) $6xy + 3ky - 8kx - 4k^2$

Örnek...3 :

$x-y=5$ ve $x+z=7$ ise $x^2+xz-yx-yz+2z-2y+4x$ ifadesinin değeri kaçtır?

Örnek...4 :

$x-2y=5$ ise $3x^2-6xy-30y$ ifadesinin değeri kaçtır?

POLİNOMLAR-3

ÇARPANLARA AYIRMA

3. ax^2+bx+c üç terimlisi

durum 1 : $a=1$ ise

$$x^2+bx+c = (x+m)(x+n)$$

$$\begin{array}{l} x \\ \swarrow \searrow \\ x \end{array} \begin{array}{l} m \\ n \end{array}$$

$$c=m.n$$

$$b=m+n$$

Örnek...5 :

1. x^2-5x+6

2. $x^2-2x-24$

3. $x^2-2x-35$

4. $x^2-11x+24$

5. $3x^2-6x-240$

6. $x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}$

7. $x^2-(m+n)x+m.n$

b) durum 2 $a \neq 1$ değilse

$$ax^2+bx+c = (px+m)(rx+n)$$

$$\begin{array}{l} px \\ \swarrow \searrow \\ rx \end{array} \begin{array}{l} m \\ n \end{array}$$

$$a=p.r$$

$$c=m.n$$

$$b=pn+m.r$$

Örnek...6 :

1. $2x^2+3x+1$

2. $7x^2+23x+6$

3. $8x^2-14x-15$

4. $30x^2-13x-3$

5. $12x^2-25x+12$

6. $15a^2+31a+2$

Örnek...7 :

$\sqrt{99.103+4}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Örnek...8 :

$\frac{x^2-2x-3}{(1+\frac{1}{x})(1-\frac{3}{x})}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

Örnek...9 :

$\frac{x^2-x-12}{x^2+mx+24}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

Örnek...10 :

$\frac{6x^2-7x+2}{2x^2+3x-2}$ ifadesinin en sade hali $\frac{ax+b}{cx+d}$ ise $a+b.c+d$ kaçtır?

Örnek...11 :

$12a^2-5a.b-2b^2=0$ denklemini sağlayan a değerinin b değeri türünden değerleri toplamı nedir?

POLİNOMLAR-3

ÇARPANLARA AYIRMA

4. Özdeşliklerden yararlanma

A) İki Kare Farkı Özdeşliği
 $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

1) $a^2 - b^2$

2) $x^2 - 100$

3) $4x^2 - 49y^2$

4) $(x+2)^2 - 4y^2$

5) $p^2 - \frac{1}{4}$

6) $\frac{9p^2}{16} - \frac{25}{64}$

7) $(a + b)^2 - (a - b)^2$

8) $x^2 - y^2 + 6y - 9$

9) $(x+y+z)^2 - (x-y-z)^2$

10) $x - 3$

Örnek...12 :

$\frac{x^2 - 9}{3 - x} + \frac{x^5 - x}{x^2 - 1}$ ifadesinin sadeleşmiş hali nedir?

Örnek...13 :

$x^2 - y^4 = 6$ ve $x - y^2 = 2$ ise x kaçtır?

Örnek...14 :

$\sqrt{\frac{167^2 - 67^2}{234}}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

B) Tam Kare Açılımı

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Örnek...15 :

1) $(3a - 2b)^2$

2) $(3x - 2y)^2$

3) $x^2 - 6xy + 9y^2$

4) $x^2 - 6xy + 9y^2 - 25x^2y^2$

5) $\sqrt{\frac{25}{169} - \frac{10}{39} + \frac{1}{9}}$

6) $(a + b + c)^2$

7) $(a + b - c)^2$

8) $(a + 2b - 3c)^2$

Örnek...16 :

$x + y = 5$ ve $x \cdot y = 7$ ise $x^2 + y^2$ kaçtır?

POLİNOMLAR-3

ÇARPANLARA AYIRMA

Örnek...17 :

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ ise } x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

Örnek...18 :

$$x^2 + 4x + 2 = 0 \text{ ise } x^2 + \frac{4}{x^2} = ?$$

Örnek...19 :

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{ ise } x - \frac{1}{x} \text{ kaç olabilir?}$$

Örnek...20 :

$$5x + \frac{1}{5x} = 6 \text{ ise } \frac{625x^4 + 1}{25x^2} \text{ kaçtır?}$$

Örnek...21 :

$$x^2 + 6x + y^2 - 8y + 25 = 0 \text{ ise } x^y \text{ kaçtır?}$$

Örnek...22 :

$x^2 - 10x + y^2 - 6y + 8$ ifadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

C) İki Küp Toplamı veya Farkı

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

1) $27x^3 - 125y^3$

2) $-8x^3 + 216$

3) $x^3 - 1$

4) $\frac{343p^3}{8} - 1$

5) $x^6 - 1$

6) $x^{12} - 1$

7) $(a+1)^3 - (a-1)^3$

8) $(1000 - 1)(1000^2 + 1000 + 1)$

9) $(x - 2y)(x^2 + 2yx + 4y^2)$

Örnek...23 :

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{ ise } x^3 - \frac{1}{x^3} \text{ kaç olabilir?}$$

POLİNOMLAR-3

ÇARPANLARA AYIRMA

Örnek...24 :

$\frac{a^3+8b^3}{\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)\cdot(a^2-2ab+4b^2)}$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...25 :

$\sqrt[3]{\frac{126^3-1}{126^2+127}}$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...26 :

$x-y=3$ ve $x\cdot y=3$ ise x^3-y^3 kaçtır?

Örnek...27 :

$\frac{x^3-8}{x^2+2x+4}+2x-3=1$ ise x kaç olabilir?

Örnek...28 :

$a=100$ ve $b=1$ ise $(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

D) İki terim toplam veya farkının küplerinin açılımı

$$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$$

$$(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3=x^3-y^3-3xy(x-y)$$

1. $(m+2b)^3$

2. $(2x+3y)^3$

3. $(x+1)^3$

Örnek...29 :

$x^3+y^3=34$, $xy^2+yx^2=10$ ise $x+y$ kaçtır?

Örnek...30 :

$x^3-3x^2y-30=0$, $y^3-3=3xy^2$ ise $x-y$ kaç olabilir?

Örnek...31 :

$a=\frac{5}{2}$ ise $\left(a+\frac{1}{2}\right)^3-\frac{3}{2}\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(a+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{8}$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...32 :

$\frac{x^3-1}{x^2+mx+n}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa $m+n$ ifadesinin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

POLİNOMLAR-3

ÇARPANLARA AYIRMA

E) $(x + y)^n$ veya $(x - y)^n$ Biçimindeki ifadeler

Bu ifadeler açılırken pascal üçgeni veya binom katsayıları kullanılabilir

Örnek...33 :

1) $(a+b)^4$

2) $(x + 1)^5$

3) $(x - 2y)^4$

5. Terim Ekleyip Çıkarma Yolu ile Çarpanlara Ayırma

İfade tam kareye tamamlanacak şekilde terim eklenip çıkarılabilir ve bu adımdan sonra gruplandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir

Örnek...34 :

1) $a^4 + a^2 + 1$

2) $x^{16} + 1 + x^8$

3) $a^8 + a^4 + 1$

4) $4a^4 + 1$

5) $a^2 + 1$

6. Değişken Değiştirme Yolu ile Çarpanlara Ayırma

Benzer terimler için ortak değişken seçilebilir ve bu adımdan sonra gruplandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir.

Örnek...35 :

$x^4 - 5x^2 + 4$ ifadesinin tüm çarpanlarını bulunuz

Örnek...36 :

$2^x + 2^y = 1$ ve $8^x + 8^y = \frac{1}{4}$ ise 2^{x+y} kaçtır?

Örnek...37 :

$\frac{64^x + 1}{16^x - 4^x + 1}$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...38 :

$3^x - 3^{-x} = 5$ ise $9^x + 9^{-x}$ kaçtır?

POLİNOMLAR-3

ÇARPANLARA AYIRMA

DEĞERLENDİRME

1) $a-b=3$ ve $a+c=11$ ise $a^2+2ac-2bc-b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

2) $A=\sqrt{100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot 103 + 1}$ sayısının rakamlar toplamını bulunuz.

3) $\frac{x^5+3x^4-10x^3}{1+\frac{3}{x}-\frac{10}{x^2}}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

4) $\frac{x^2-4x-21}{x^2+mx-12}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

5) Ardışık iki sayının kareleri farkı 2915 ise bu sayıların toplamı nedir?

6) $3x+\frac{1}{x}=6$ ise $x-\frac{1}{3x}$ kaç olabilir?

7) $x^2-10xy+z^2+25y^2+1-3z$ ifadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

8) $a+b=2$ ve $a \cdot b=2$ ise a^3+b^3 kaçtır?

9) $5^a-5^b=1$ ve $125^a-125^b=\frac{1}{4}$ ise 5^{a+b} kaçtır?