



**Örnek...8 :**

A sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 , B sayısının 5 ile bölümünden kalan 1 ve C sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 ise tabloda verilen sayıların 5 ile bölümünden kalanlarını bulunuz.

A+B	A+C	B+C	A·B	A <sup>2</sup> +7C	3B+ C <sup>4</sup> +97
2+1	2+4	1+4	2·1	2 <sup>2</sup> +2·4	3·1+4 <sup>4</sup> +2
3	1	0	2	2	3+1+2 → 1

kalan

**BÖLÜNEBİLME KURALLARI****2' YE 5' E VE 10' A BÖLÜNEBİLME KURALLARI :**

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam çiftse, bu sayı 2 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 2 ye bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler basamağı 0 veya 5 ise, bu sayı 5 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 5 e bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 ise, bu sayı 10 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 10 a bölümünden kalanı verir.

**Örnek...9 :**

Dört basamaklı a74a sayısı 2 ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaç farklı değer alabilir?

$$a = 2, 4, 6, 8 \rightarrow 4 \text{ değer}$$

**Örnek...10 :**

732a rakamları farklı, dört basamaklı, 2 ile bölündüğünde 1 kalanı veren doğal sayıdır. a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

$$a = 1, 5, 9 \rightarrow \prod a = 1 \cdot 5 \cdot 9 = 45$$

**Örnek...11 :**

abcd a sayısı 30000 den büyük ve ikiye bölündüğünde 1 kalanını veren beş basamaklı bir sayıdır. a' nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

$$a = 3, 5, 7, 9 \rightarrow \sum a = 24$$

**Örnek...12 :**

Dört basamaklı 357m sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesini bulunuz.

$$m = 2, 7 \quad \{2, 7\}$$

**3' E VE 9' A BÖLÜNEBİLME KURALLARI :**

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 3 ün katı ise, bu sayı 3 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise kalan, sayının 3 e bölümünden kalanı verir.

**Örnek...13 :**

Üç basamaklı abc sayısının 3 ile bölümünden kalanın a+b+c olduğunu basamak çözümüyle yöntemiyle gösteriniz

$$2bc = 100a + 10b + c = 99a + 9b + a + b + c$$

$$= \underbrace{99a + 9b + a + b + c}_{3(33a + 3b) + a + b + c}$$

3 ile 0 kalır  
kalan bu kısım da gelir

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 3 ün ( 9 un) katı ise, bu sayı 3 ile ( 9 ile) kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 3 e veya 9 a bölümünden kalanı verir.

**Örnek...14 :**

52A3 dört basamaklı sayısının 3 ile kalansız bölünebilmesi için, A yerine yazılabilecek rakamların kümesini bulalım.

$$R.T = 5 + 2 + A + 3 = 3k$$

$$10 + A = 3k \rightarrow 2, 5, 8 \quad \{2, 5, 8\}$$

**Örnek...15 :**

A = 2ab54317 sayısının rakamları farklı ve 9 ile bölünebilen bir sayı olduğu bilindiğine göre a.b çarpımı kaç olabilir?

$$R.T = 2 + a + b + 5 + 4 + 3 + 1 + 7 \rightarrow a + b$$

**Örnek...16 :**

33 basamaklı 858585....858 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$R.T = (8+5) \cdot 10 + 8 = 13 \cdot 10 + 8$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 7 + 8 \\ \underline{28} + 8 \\ 10 + 8 \\ \underline{18} = 9 \rightarrow 0 \end{array}$$

**Örnek...17 :**

Bir sınıfta öğrencilerin okul numaraları iki basamaklı sayılardır. Öğrenciler okul numaralarındaki rakamlarının yerini değiştirerek yeni bir sayı oluşturuyor ve buldukları sayı ile numaralarının farkının mutlak değerlerini hesaplıyorlar. Buna göre , 27,51,46,54,72,90 sayılarından kaç tanesi bu hesaplamalardan elde edilmiş olabilir ?

$$|2b - ba| = |10a + b - 10b - a| = 9|a - b| = 9|a - b|$$

sayılar 9 katı olabilir (ama 90 olamaz a-b ≠ 0)

51, 46, 90 olamaz!

**4 İLE VE 8 İLE BÖLÜNEBİLME KURALLARI :**

Bir doğal sayının birler ve onlar basamağındaki rakamlarının oluşturduğu sayı 00 ya da 4 ün katı ise, 4 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 4 e bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler , onlar yüzler basamağındaki rakamlarının oluşturduğu sayı 000 ya da 8 in katı ise, 8 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 8 e bölümünden kalanı verir.

**Örnek...18 :**

54675 beş basamaklı doğal sayının 4 ve 8 ile bölümünden kalanlar çarpımı kaçtır?

$$\begin{array}{l} \text{4 ile } 3 \quad (75 \div 4) \\ \text{8 ile } 675 \div 8 \quad (8 \cdot 84) \\ \hline \end{array}$$

$4 \cdot 8 = 32$

**Örnek...19 :**

Dört basamaklı 735m sayısının 4 ile bölündüğünde kalan 3 olduğuna göre, m rakamı kaç farklı değer alır?

$$5m = 4k + 3$$

$\downarrow$   
1, 5, 9     3 değer

**Örnek...20 :**

Bir doğal sayının 11 ile bölümünden kalan sayının basamaklarını kullanarak nasıl bulabiliriz?

$$2bcd = d + 10c + 100b + 1000d$$

$d + 10c + 1 \cdot b \cdot 10 \cdot d$

rakamları birer basamağın üzerinden itibaren bir 1, bir 10 ile çarpıp toplarız (+1, -1, +1, -1 olarak da yazabiliriz)

**Örnek...21 :**

Altı basamaklı 245795 sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$5 + 9 \cdot 10 + 7 + 5 \cdot 10 + 4 + 2 \cdot 10$$

$$5 + 90 + 7 + 50 + 4 + 20 = 176 = 11 \cdot k \text{ sayı } 11 \text{ e bölünür}$$

$$\begin{array}{r} - + - + - + \rightarrow \text{ile işaret} \\ 2 \ 4 \ 5 \ 7 \ 9 \ 5 \\ + \\ 5 \ 7 \ 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - \\ 9 \ 5 \ 2 \\ \hline 16 \end{array}$$

$16 - 16 = 0$  (faktörlerinin 11'e bölünme bakiyesi)

**Örnek...22 :**

Altı basamaklı 3275a7 sayısının 11 ile kalansız bölündüğüne göre, a kaçtır ?

$$\begin{array}{l} \text{I. Yol} \\ 7 + 10a + 5 + 70 + 2 + 35 = 11k \\ 114 + 10a = 11k \\ 4 + 10a = 11k \\ \downarrow \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{II. Yol} \\ - + - + - + \\ 3 \ 2 \ 7 \ 5 \ a \ 7 \\ + \quad - \\ 14 \quad - \quad 10 + a \\ = 14 - 10 - a = 11k \\ 4 - a = 11k \\ \downarrow \\ 4 \end{array}$$

**Örnek...23 :**

Bir doğal sayının 7 ile bölümünden kalan sayının basamaklarını kullanarak nasıl bulabiliriz?

$$m \cdot 10^5 + b \cdot 10^4 + c \cdot 10^3 + d \cdot 10^2 + e \cdot 10 + f = e + 10d + 100c + 1000b + 10000a + 10^5k + 10^6m$$

$$= e + 10d + 2c + 6d + 4a + 5k + m$$

$\rightarrow$   $10^5$  ile

sırasıyla basamakları büyükler ile çarpıp toplarız.

**Örnek...24 :**

322667 sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 6 \ 2 \ 3 \ 1 \\ 3 \ 2 \ 2 \ 6 \ 6 \ 7 \\ 15 + 8 + 12 + 12 + 18 + 7 \\ \hline 35 + 37 \\ \hline 72 \rightarrow 2 \end{array}$$

**Örnek...25 :**

Ortak pozitif tam sayı böleni sadece 1 olan sayılara aralarında asal sayılar denir. Verilen sayılardan hangileri aralarında asaldır.

12,345	45,91	68,374,169
iki sayıda 3'e bölünür. aralarında asal değildir.	3, 5, 9'a bölünmez. aralarında asaldır.	13'e bölünür. 68, 374 sayıları 13'e bölünmez. aralarında asaldır.

### 6, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 45 İLE BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

#### BÖLÜNEBİLMEİNİN TEMEL KURALI :

m ile n **aralarında asal** iki sayı olsun, m ve n ile kalansız bölünebilen sayılar m.n çarpımı ile de kalansız bölünür. Dolayısı ile m.n' ye tam bölünebilen bir sayıda hem m' ye hem de n' ye tam bölünebilir.

Bir sayı 6 ile bölünebiliyorsa hem 2 hem de 3' e tam bölünebilir.

Bir sayı 24 ile bölünebiliyorsa hem 3 hem de 8' e tam bölünebilir. (Ama hem 6 hem 4 ile bölünemez.)

#### Örnek...26 :

Bir sayının aşağıdaki sayılara bölünebilmesi için hangi sayılara tam olarak bölünmesi gerekir?

12 = 3 ve 4	15 = 3 ve 5	18 = 2 ve 9
20 = 4 ve 5	30 = 2, 3, 5	36 = 4 ve 9
45 = 5 ve 9	55 = 5 ve 11	63 = 7 ve 9

#### Örnek...27 :

Dört basamaklı 634a sayısının 6 ile kalansız bölünebilmesi için, a yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

2 ve 3 bölümlü  
 $a = 0, 2, 4, 6, 8$   
 3 ile bölünebilmesi için 2 ve 8 olabilir.  
 $2+8=10$

#### Örnek...28 :

Dört basamaklı 4a7b sayısı 45 ile kalansız bölündüğüne göre, a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

5 ve 9' a bölünür  
 $b=0 \Rightarrow 4a70 \rightarrow RT=9k \Rightarrow a=7$   
 $b=5 \Rightarrow 4a75 \rightarrow RT=9k \Rightarrow a=2$   
 $\sum a = 7+2=9$

#### Örnek...29 :

Beş basamaklı 847AB sayısı 15 ile bölümünden kalan 6 ise A+B kaç olabilir?

$$15k + 6 \begin{cases} \leftarrow 3 \text{ ile } 0 \text{ kalımalı} \\ \leftarrow 5 \text{ ile } 1 \text{ kalımalı} \end{cases}$$

$$b=1 \Rightarrow RT=20+A=3k \rightarrow A=1,4,7$$

$$b=6 \Rightarrow RT=25+A=3k \rightarrow A=2,5,8$$

$$\begin{array}{r} A+B \\ \hline 2,5,8 \\ 8,11,14 \\ \hline 5 \text{ farklı} \\ \text{değer} \end{array}$$

#### Örnek...30 :

Altı basamaklı 317a2b sayısı 12 ile bölümünden 7 kalıyor ise a+b toplamı en çok kaç olabilir?

$$12k + 7 \begin{cases} \leftarrow 4 \text{ ile } 3 \text{ kalımalı} \\ \leftarrow 3 \text{ ile } 1 \text{ kalımalı} \end{cases}$$

$$b=3 \Rightarrow 1b+a=3k+1 \rightarrow 2 \text{ nokta} = 9 \quad (a+b) \text{ nokta} = 15$$

$$b=7 \Rightarrow 20+a=3k+1 \rightarrow 2 \text{ nokta} = 8$$

#### Örnek...31 :

Yanda, bir markette tanesi 15 ₺ olan dergilerden sınıfı için bir miktar alan bir öğretmene kasada verilen alışveriş fişi verilmiştir.

Üzerine kahve dökülen bilgi fişinde, adet kısmı hiç okunmamakta, tutar kısmında ise dört basamaklı bir sayı

görülmekte ve bu sayının birler basamağında 5 rakamı okunabilmektedir.

Müşteri ödediği tutarın rakamlarının farklı ve 500 ₺ ile 700 ₺ arasında olduğunu hatırlıyor.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Ödenen para en az kaç ₺ olur?

b) Alınan dergi sayısı en çok kaç olur?

$$15 \cdot x \in (500, 700) \quad \begin{array}{r} 500 \quad 15 \\ \underline{45} \quad 15 \\ 50 \quad 15 \\ \underline{45} \quad 15 \\ 5 \quad 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 495 = 15 \cdot k \\ \downarrow \\ 495 + 15 = 510 \\ \leftarrow \\ 525 \text{ en küçük} \\ 15 \cdot k \text{ tı} \end{array}$$

$$a) 525$$

$$b) \begin{array}{r} 700 \quad 15 \\ \underline{60} \quad 15 \\ 100 \quad 15 \\ \underline{90} \quad 15 \\ 10 \end{array}$$

690 ödenen en yüksek ücret olabilir

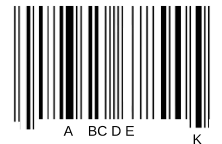
$$\frac{690}{15} = 46$$

#### Örnek...32 :

Yanda bir markette gıda paketlerine yapılandırılan etiket şeklindeki barkod görülmektedir.

Barkod üzerinde yazan 4 basamaklı BCDE sayısının K

sayısı ile bölümünden kalan A sayısından küçük değilse ürünün son kullanma tarihinin geçtiği anlaşılmaktadır.



Yandaki barkoda sahip ürünün son kullanım tarihi geçmiş olduğu bilindiğine göre, C en büyük ve en küçük değerleri toplamı kaçtır?



$$\begin{array}{r} 5C78 \quad 9 \\ \hline \end{array}$$

kalan  $\geq 4$

$20+C$  9 ile kalıncı 4,5,6,7,8 olabilir

$C=2,3,4,5,6$  olabilir

$C_{max} + C_{min} = 2+6=8$