

ASAL SAYI

1 ve kendisinden başka pozitif tam sayı böleni olmayan, 1 den büyük doğal sayılara asal sayı denir. {2, 3, 5, ...}

- ⊙ 2 den başka çift asal sayı yoktur.
- ⊙ 2 en küçük asal sayıdır.

Örnek...1 :

n doğal sayı olmak üzere $2^{(2^n)}+1$ biçimindeki sayılara Fermat asal sayıları denir. En çok iki basamaklı Fermat asallarının toplamı kaçtır?

Örnek...2 :

$17! + 1 < p \leq 17! + 13$ koşulunu sağlayan kaç p asal sayısı vardır?

ARİTMETİĞİN TEMEL TEOREMİ

Aritmetiğin temel teoremi: Birden büyük her tam sayı sonlu sayıda birbirinden farklı asal sayıların çarpımı olarak yazılabilir ve bu yazılış tek türdür.

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

1 den büyük bir doğal sayının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmasına sayının asal çarpanlara ayrılması denir.

x, y farklı asallar olmak üzere,

$$A = x^m \cdot y^n$$

yazımı A'nın asal çarpanlarına ayrılmış biçimidir.

x ve y sayıları A'nın asal çarpanlarıdır.

Örnek...3 :

- 45 sayısının
- a) asal çarpanlarına ayrılmış halini yazınız.
 - b) pozitif ve negatif bölenlerini yazınız.
 - c) pozitif bölen sayısını hesaplayınız.

Örnek...4 :

Doğal sayıların pozitif bölen sayısı ile asal çarpanları arasında nasıl bir ilişki vardır?

$A = x^m \cdot y^n$ şeklinde asal çarpanlarına ayrılmış sayının $(m+1)(n+1)$ tane pozitif böleni dolayısıyla $2(m+1)(n+1)$ tamsayı böleni vardır

Örnek...5 :

Verilen bir A pozitif tam sayısı

$$A = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot \dots$$

biçiminde en küçük asal sayıdan başlanarak, hiç bir asal sayı atlanmadan sayının en büyük asal çarpanına kadar olan asal sayıların üslü ifadeleri kullanılarak yazılıyor. Sonra kullanılan asal sayıların üsleri sırayla yazılarak bu sayının kodu oluşturuluyor. Örneğin 35 sayısı $35 = 2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^1 \cdot 7^1$ biçiminde yazıldığında bu sayının kodu 0011'dir.

Buna göre

- a) 693 sayısının kodu kaçtır?
- b) kodu 001102310 olan sayının pozitif bölen sayısı kaçtır? (her bir kuvvetin rakam olduğunu kabul edelim)

Örnek...6 :

Şifreli bir yazışmada kullanılan Latin alfabesindeki harfler alfabetik sıralamaya göre 2'den 30'a kadar numaralandırılır. Daha sonra bu sayısal değerler asal çarpanlarına ayrılır ve kullanılan metin aşağıda açıklanan yöntemle şifrelenir:

- Harflerin sayısal karşılıkları yazılır.
- Yazılan sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Asal çarpanları küçükten büyüğe göre soldan sağa doğru çarpım biçiminde yazılarak sayılar ifade edilir.
- Her bir asal çarpanın kuvveti yanına yazılarak harfin şifreli karşılığı oluşturulur.

Örneğin Pi kelimesi

P	21	$3^1 7^1$	3171
İ	13	13^1	131

Ve bu şekilde Pi kelimesinin şifrelenmiş hali 3171 131 dir. Buna göre BAAL kelimesini şifreleyiniz.

Örnek...7 :

9! sayısını asal çarpanlarına ayırınız

Örnek...8 :

A, x ve y tam sayılar olmak üzere,

$$80! = 2^x \cdot 5^y \cdot A$$

ise x ve y en çok kaçtır?

Örnek...9 :

Sayı	Pozitif bölenleri	Negatif bölenleri
A	1,2,4,x,y,z	a,b,c,d,-10,-20

Bir A sayısının pozitif ve negatif bölenlerinin bazıları verilmiştir. Buna göre $x+y+z+a+b+c$ kaçtır?

Örnek...10 :

45!-1 sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

Örnek...11 :

$360 \cdot x = y^2$ eşitliğini sağlayan en küçük x ve y pozitif tam sayılarını bulunuz.

EBOB (OBEB)

İkisi birden sıfır olmayan a ve b tam sayılarının ikisini birden bölen en büyük pozitif tam sayıya bu sayıların **en büyük ortak böleni** (EBOB) denir ve $EBOB(a,b)=x$ biçiminde gösterilir.

EBOB bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanlardan en küçük üslülerin çarpımı bu sayıların EBOB unu verir.

Örnek...12 :

Tabloyu inceleyiniz

Sayı	15	12
Bölenler		
Katlar		
Asal Çarpan Algoritması		
Asal Çarpan Ağacı		
Cebirsel Gösterim		
EBOB		
EKOK		

Örnek...13 :

240 ve 672 sayılarının EBOB değerini Asal Çarpan Algoritması yöntemiyle bulunuz

Örnek...14 :

8, 12, 18 sayılarının EBOB değerini Asal Çarpan Algoritması yöntemiyle bulunuz

EBOB ÖZELLİKLERİ

- 1) $EBOB(a,b)=EBOB(b,a)=EBOB(-a,b)$
- 2) $EBOB(a,b+c.a)=EBOB(a,b)$
- 3) $EBOB(a,b) \leq \min\{|a|,|b|\}$
- 4) $EBOB(a,b)=1$ ise a ile b aralarında asal sayıdır.

Örnek...15 :

96,112,120 litrelik farklı türdeki yağlar birbirlerine karışmayacak şekilde en az sayıda cam şişelere konulacaktır. En az kaç şişe gerekmektedir ?

Örnek...16 :

Boyu 120 metre eni 72 metre olan dikdörtgen biçimli bir arsanın etrafına eşit aralıklarla ve köşelerine birer tane gelecek şekilde ağaç dikilecektir.
Bu iş için en az kaç ağaç gerekir?

EKOK (OKEK)

Sıfırdan farklı a ve b tam sayılarının katlarından en küçük olup ortak olanına bu sayıların **En Küçük Ortak Katı (EKOK)** denir.

EKOK bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanlardan en büyük üslüleri ve ortak olmayan çarpanların çarpımı bu sayıların EKOK unu verir.

Uyarı Metin boyunca ebob ile obeb, ekok ile okek aynı anlamlarda kullanılacaktır.

Örnek...17 :

EKOK(36,120)=?

EKOK ÖZELLİKLERİ

- 1) $EKOK(a,b)=EKOK(b,a)$
- 2) $EKOK(a,b) \geq \max\{|a|,|b|\}$
- 3) $EBOB(a,b) \cdot EKOK(a,b)=a \cdot b$

Örnek...18 :

x,y,z birbirlerinden farklı asal sayılardır.

$$A=x^2 \cdot y \cdot z^3$$

$$B=x \cdot y^3 \cdot z^2 \quad \text{olduğuna göre,}$$

$$C=x^4 \cdot z$$

$$EKOK(A,B,C)$$

$OBEB(A,B,C)$ ifadesinin eşitini bulunuz

Örnek...19 :

Biri 18 dakikada, diğeri 24 dakikada çalan iki alarm saat 07.20 de beraber çaldıktan sonra aynı gün en erken saat kaçta tekrar çalar?

Örnek...20 :

A, a,b,c birer doğal sayıdır.

$A=24 \cdot a+2=15 \cdot b+2=18 \cdot c+2$ olduğuna göre ,
1000 den küçük en çok tane A değeri vardır?

Örnek...21 :

Meriç elindeki cevizleri 3 erli 5erli ve 8 erli saydığında her seferinde 2 cevizi artıyor. 500 den fazla cevizi olan Meriç'in elinde en az kaç ceviz vardır?

Örnek...22 :

1000 den en küçük hangi doğal sayıyı çıkarırsak elde edilen sayı 12 ve 15 e tam olarak bölünür?

Örnek...23 :

Boyutları 8 cm,15 cm ve 20 cm olan tuğlalar kullanarak hacmi en küçük ve içi dolu bir küp yapılmak isteniyor. En az kaç tuğla kullanılır?

Örnek...24 :

$EKOK(A,B)=120$ ve $EBOB(A,B)=6$ ise $A+B$ kaç olabilir?

Örnek...25 :

En büyük ortak böleni 24 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en az kaçtır?

Örnek...26 :

En küçük ortak katları 80 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en çok kaçtır?

Örnek...27 :

6 ve 15 günde bir aynı limandan sefere çıkan iki gemi Pazar günü beraber sefere çıkmışlardır. Buna göre 10.defa beraber sefere hangi gün çıkarlar?

Örnek...28 :

x ve y aralarında asal sayılardır.
 $EKOK(x,y)=840$ ve $y=\frac{48}{x}+33$ olduğuna göre y kaçtır?